

Danish University Colleges

**Når børn ordner og forklarer
om børnematematik og før-faglig læring i dagtilbud**

Larsen, Jens Peter

Publication date:
2019

[Link to publication](#)

Citation for published version (APA):
Larsen, J. P. (2019). *Når børn ordner og forklarer: om børnematematik og før-faglig læring i dagtilbud.*

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal

Download policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

Når børn ordner og forklarer

Om børnematematik og før-faglig læring i dagtilbud

Jens Peter Larsen

Denne bog er til dig, som skal arbejde med matematisk opmærksomhed med børn i dagtilbud. Men hvad går det egentlig ud på? Hvordan kan det gøres i en hverdag i et dagtilbud med en dansk pædagogisk tradition?

Bogens budskab er at børn allerede er i gang med at lære matematik, når de leger og deltager i hverdagsaktiviteter og udforsker deres omverden sammen med andre. Den pædagogiske udfordring ligger i at få øje på børnenes praktiske matematik og i at støtte og udfordre deres læring. Dernæst i at arbejde med at oversætte børnematematik til den abstrakte skolematematik, når det giver mening for dem.

Bogen giver mange praktiske eksempler, som viser hvordan børn lærer matematik. "Det matematiske" ligger i børnenes aktiviteter: tælle, måle, lokalisere, designe, lege og forklare. Disse aktiviteter er også grundlæggende i faget matematik. Læringens vej fra børnematematik til faglig matematik forklares teoretisk og illustreres med modeller.

Kolofon

Titel: Når børn ordner og forklarer – Om børnematematik og før-faglig læring

Forfatter: Fhv. lektor, cand. pæd. & cand. agro. Jens Peter Larsen

E-publikation. 10. august, 2019

Kan downloades fra: [https://www.ucviden.dk/portal/da/persons/jens-peter-larsen\(3281fc9b-b253-47fc-9d06-395f5c7886e2\)/publications.html](https://www.ucviden.dk/portal/da/persons/jens-peter-larsen(3281fc9b-b253-47fc-9d06-395f5c7886e2)/publications.html)

Ophavsret:

Bogen kan frit downloades, kopieres og citeres med kildeangivelse. Værket må ikke bearbejdes eller gøres til genstand for kommercielt salg.

Indhold

Indledning	5	Kropslig erfaring.....	50
Kapitel 1 Introduktion	7	Barnets udforskning af rummet.....	51
Problemet med matematik.....	8	Symmetri, spejling og mønstre.....	51
Børnematematik og modellen ”matematikpyramiden”.....	10	Ordne og skabe orden.....	53
Matematik som proces og indhold.....	16	Barnet og den voksne.....	55
Læringslandkortet.....	19	Interaktion mellem børn.....	56
Kapitel 2 Børns matematisk aktiviteter	23	Social deltagelse i hverdagsaktiviteter.....	58
Tælle.....	27	Kapitel 4 Børnematematik	61
Måle.....	30	Sprog og børnematematik.....	61
Lokalisere.....	32	Sprogets dobbelthed – at udtrykke sig og at blive forstået.....	63
Designe.....	33	Sprogets fremstillingsfunktion.....	63
Lege og spille.....	34	Sprog som tænkeredskab.....	64
Forklare.....	37	Tilegnelse af begreber.....	64
Klassifikationer.....	37	Begrebstrekanten.....	66
Fortællinger.....	38	Fra konkrete begreber til abstrakte begreber.....	68
Logiske slutninger.....	38	Sprog på erfaring.....	69
Aktiviteter og matematiske aktiviteter.....	39	Social deltagelse og kommunikation.....	69
Kapitel 3 Kropslig matematisering	42	Læring gennem kommunikation.....	69
Hvordan kan man forstå kropslig matematisering som viden?.....	42	Læring gennem deltagelse.....	71
Ting og legetøj.....	46	Kapitel 5 Faglig matematik	73
Udforske de nære ting.....	46	Matematikundervisning som oversættelse.....	74
Tingene drager og taler.....	47	Matematikundervisning som kommunikation og indvielse.....	77
Frøbels legegaver.....	48	Kapitel 6 Matematikdidaktik i dagtilbud	80
Legetøj.....	49	Hvordan lærer børn bedst?.....	80

Når børn ordner og forklarer

Hvilken effekt har forskellige pædagogikker?	80
Børns rumlige læring.....	83
Læreplaner og dannelse.....	85
Pædagogisk udvikling i institutionen.....	86
Institutionens pædagogik.....	89
Adgang til læringsmuligheder	89
Rammer og rammesætning.....	90
Diskussion af organisering og fokus	91
Børneperspektiv og sagsorientering.....	93
Interaktionsformer på tværs af organisering	98
Stilladsering.....	99
Samhandling.....	101
Guidet læring.....	103
Formidling og øvelse	105
Pædagogens valg af spor.....	105
Dialog og læringsamtaler.....	109
Spørgsmål og dialog.....	109
Hverdagssprog eller fagsprog?	115
Kapitel 7 Læring til udsatte børn.....	117
Social ulighed og læringsulighed.....	118
Omsorg og læring	119
Hjælpesystemets systemproblemer	120
Dagtilbuddenes måde at fungere på.....	121
Læringsmæssige problemstillinger.....	125
Kapitel 8 Forskellige syn på matematik og matematik i dagtilbud	127
Hvad er matematik?.....	127

Hvad er matematik for førskolebørn?.....	128
Hvad går matematiklæring ud på?.....	128
Lære at regne.....	129
Anvende abstrakte strukturer på konkrete situationer.....	129
Problemløsning med symbolske redskaber.....	131
Deltagelse i fundamentale matematiske aktiviteter.....	132
Diskussion af lærings syn på tidlig matematik	133
Kapitel 9 Før-faglig læring med matematik som eksempel	136
Små børns læring	137
Læringstriaden	138
Håndens gripen om tingene	140
Kroppens udforskning af rummet	141
Oplevelsen af tidens rytme	142
Sproglige mønstre	143
Læringspyramiden	145
Kommunikation	146
Det symbolskes funktion i matematisering.....	148
Hvad er relationen mellem det faglige i det før-faglige?	155
Fra før-faglig læring til faglig læring	156
Koblinger og progression	159
Diskussion af læringsbegreber i tidlig læring.....	164
Oversigt over figurer, tabeller og eksempler	169
Figurer	169
Tabeller.....	170
Eksempler	171
Litteratur.....	174

Når børn ordner og forklarer

Indledning

Børn leger, børn deltager i hverdagens rutiner, børn deltager i sociale samspil. Nogle børn har sprog, nogle har ikke. Børn lærer ved at deltage og ved at handle og erfare. Børn er i gang med at udforske, skabe orden og mening i og erobre deres hverdag, mens de prøver at mestre flere og flere ting.

Hvad er matematik så for førskolebørn? Man kan indledende sige at matematik i forhold til førskolebørn må være praktisk, kropslig, kommunikerende, social og erfarende. Matematik som skolefag er for de fleste voksne et abstrakt fag, som alle kender fra deres folkeskole.

Titlen ”Når børn ordner og forklarer” henviser til bogens budskab, som kan beskrives kort med denne påstand: børn skaber ”børnematematik”, når de ordner og forklarer. ”Børn kan meget mere matematik, end voksne almindeligvis er klar over” (Jahr, 1996). De er allerede godt i gang. Denne matematik bliver først synlig, når der stilles skarpt på den. Derfor er det værdifuldt, at pædagoger retter deres opmærksomhed mod dette, inden de kaster sig ud i at ville forsøge at lære børnene matematik i dagtilbuddet. Mange voksne, herunder pædagoger, siger: ”Matematik – det er det, jeg ikke kan!” (Wedege, 2011). Derfor er udfordringen med tidlig matematik i dagtilbud ikke så ligetil, som man skulle tro. Meget andet indhold i de pædagogiske læreplaner virker mere tilgængeligt og ligetil at gå i gang med.

Matematik er på vej ind som en del af indholdet i pædagogiske læreplaner i dagtilbud. Sommeren 2018 trådte ”Den styrkede pædagogiske læreplan” i kraft. Her optræder matematik for første gang eksplicit i pædagogiske læreplaner i Danmark. ”Matematisk opmærksomhed” bliver en del af indholdet under temaet: ”Natur, udeliv og science”. ”Matematisk opmærksomhed” er ikke et defineret begreb, der er ikke tradition for at arbejde målrettet og systematisk med matematik i dagtilbud, og der findes ikke meget i den pædagogiske litteratur om, hvad matematik er for børn i dagtilbud, hvordan de lærer det, og hvordan det kan understøttes.

Hensigten med denne bog er at belyse og udfolde, hvordan børn matematiserer og lærer matematik, og samtidigt at forvisse pædagoger om,

at de besidder gode kompetencer til at støtte og udfordre børnene i denne læring. Det valgte indhold, opbygningen og argumentationer giver læseren:

- Et sammenhængende bud på hvordan tidlig matematik kan forstås, og hvordan man kan arbejde med det i dagtilbud.
- En øjenåbner, i form af eksempler og cases, for hvordan matematik kan ses i børns hverdag.
- En teoretisk rammeforståelse af tidlig matematik, forstået som læringens vej fra børns hverdagsmatematik – ”børnematematik” – hen imod vores kulturs matematik – ”skolematematik”.
- Nogle didaktiske modeller og praktiske pædagogiske vejledninger til, hvordan man kan arbejde med matematik på en integreret måde i dagtilbuddets hverdag.
- En teoretisk diskussion af tidlig læring. Begrebet ”før-faglig læring” introduceres og diskuteres som et begreb, som kan beskrive et indhold, som på et senere tidspunkt kan udvikle sig til og betegnes som faglig læring.

Bogen er henvendt til pædagogstuderende, undervisere på pædagoguddannelsen, pædagoger, ledere og konsulenter, som arbejder med at udvikle og kvalificere pædagogisk arbejde med tidlig matematik. Bogen kan også anvendes som inspiration til pædagoger og lærere i indskolingen og i specialundervisning, hvor der er brug for at arbejde konkret og praktisk med matematik i undervisningen.

Bogen er *ikke* en matematikbog til tidlig matematikundervisning i særlige skemalagte matematikaktiviteter. Bogen argumenterer for at tidlig matematik bedst læres i brug og til brug af børnene i deres hverdag. Børn lærer bedst, når indholdet giver mening for dem, hjælper dem i deres bestræbelser på at orientere sig i deres omverden og er brugbart for dem i deres deltagelse i leg og aktiviteter sammen med andre. Det er mere en lærebog for pædagoger om børnenes matematik end en bog om undervisning af børn i matematik.

Når børn ordner og forklarer

Denne bogs bud på hvordan man kan få øje på, forstå og understøtte det matematiske i børn læring er hentet fra den engelske matematiker Alan Bishops seks fundamentale matematiske aktiviteter. Det er aktiviteter som er antropologisk begrundede, det vil sige at det er nogle bestemte aktiviteter som alle mennesker deltager i, i deres bestræbelser på at kunne forstå og handle i deres liv, - alle mennesker, børn og voksne, på tværs af kulturer, tid og sted. Man kan betragte de seks matematiske aktiviteter som en slags fællesnævner for alle slags matematik. Fordelen ved at anvende disse som grundlag for en forståelse af tidlig matematik er, at de kan anvendes som et godt og præcist redskab til at foretage en kobling mellem ”børnematematik” og formel skolematematik, og derved kan indkredse hvad børn lærer af matematisk indhold i deres hverdagsliv.

Der anlægges en bred forståelse af læring, hvor børns læring om deres fysiske og sociale omverden finder sted gennem deltagelse sammen med andre i meningsfulde gøremål i hverdagens forskellige kontekster. Her indgår det hele barn med krop, hoved og følelser i både individuelle og sociale læreprocesser. Denne sociokulturelle læringsforståelse ligger i tråd med det læringssyn som også ligger til grund for ”Den styrkede pædagogiske læreplan”.

Meget af forskningen om små børns matematiske forståelse har været baseret på eksperimentelle situationer, som oftest med enkeltbørn. Det er derimod sparsomt med forskning om matematikken i naturlige og uformelle lege- og hverdagssituationer (Flottorp, 2010). Jeg har derfor søgt efter forskning og cases fra diverse kilder, som kan belyse tidlig matematik i bogens læringsforståelse. Jeg har lånt beskrivelser, iagttagelser og cases, som jeg har brugt til mit formål i forhold til læringssynet i denne bog. Pointerne er derfor ikke nødvendigvis i overensstemmelse med kildernes, de står for min egen regning.

Hovedintentionen er at indholdet skal fungere som en øjenåbner for hverdagsmatematik til praksis. Men det er nødvendigt at vide *hvad* man ser på og *hvad* man taler om, for at få øje på noget. Derfor har det været nødvendigt også at præsentere en teoretisk rammeforståelse.

Hvordan man forstår og handler i forhold til børns læring af matematik, afhænger af hvordan man forstår matematik og hvordan man forstår børns læring. Bogen indeholder en teoriudvikling, som adskiller sig fra andre kilder om dette emne, ved at integrere flere læringsforståelser med en bred forståelse af læring af matematik i en samlet teoretisk ramme.

Bogen er opdelt i to dele. Første del er rettet til dem, der først og fremmest vil vide noget om hvordan børn matematiserer og om matematikdidaktik i dagtilbud. Her udfoldes bogens læringsforståelse og modeller ved hjælp af cases, forskning og eksempler, som understøttes teoretisk. Anden del, kapitel 8 og 9, er rettet til dem, der er interesserede i de teoretiske spørgsmål og begrundelserne for bogens forståelsesramme.

Jeg vil udtrykke min tak til nuværende og tidligere kolleger fra VIA University College for værdifuld faglig sparring til forskellige dele af bogen: lektor Irene Salling Kristensen, lektor Christian Bundgaard Svendsen, fhv. lektor Annika Wiwe, docent Ph.d. Anne Marie Willumsen, docent Ph.d. Martin Krabbe Sillasen, lektor Karen Møller-Jensen, adjunkt Flemming Nørgaard. Desuden en stor tak til cand. pæd. Olav Rørbæk, cand. theol. Jens Bisgaard og biblioteksleder Marianne Pedersen for hjælp til bogens form og formidling.

Herning, august 2019

Jens Peter Larsen

Kapitel 1 Introduktion

I dette kapitel uddybes problemstillingen fra indledningen, som afsæt for en skitsering af den rammeforståelse, som danner grundlag for bogen indhold og struktur.

Børn kan mere matematik end de voksne tror, og de voksne kan mere matematik end de selv tror. Når denne problemstilling uddybes og diskuteres her i introduktionen, bliver det tydeligt at der er brug for at tage fat i tidlig læring og tidlig matematik på en mere grundlæggende måde for ikke at komme til at reproducere problemet. Bogens bud på hvordan man bedst forstår tidlig matematik og tidlig læring ligger til grund for de modeller som præsenteres her i introduktionen. Modellen ”matematikpyramiden” (figur 1) er den vigtigste, fordi den danner rammen om bogens indhold og struktur.

Da læreplanerne i dagtilbud blev indført i 2004 blev matematik ikke nævnt i loven, men matematik blev nævnt i bekendtgørelsen under temaet ”natur og naturfænomener”: ”Børn skal have mulighed for at blive støttet i at kunne kategorisere og systematisere omverdenen, herunder fx at mindre børn får kendskab til modsætningspar og relative begreber, samt at større børn beskæftiger sig med tal og rækkefølger.” Matematiske kategorier som ”eksistensen af tal” og ”logisk tænkning”, ”kategorier for vægt, form og antal” er nævnt i bemærkningerne for lovforslaget. I Vejledning om Dagtilbud fra 2008 er ”matematisk sprog” nævnt. I Bekendtgørelse om uddannelsen til professionsbachelor som pædagog 2014 blev matematik for første gang eksplicit nævnt i uddannelsens videns- og færdighedsmål i form af begrebet ”matematisk opmærksomhed”. Som nævnt i indledningen optræder ”matematisk opmærksomhed” i ”Den styrkede pædagogiske læreplan” fra 2018, som en del af temaet ”Natur, udeliv og science”.

På dansk er der udkommet nogle artikler og hæfter om førskolebørn og matematik i forbindelse med udviklingsarbejder op til indførelsen af de styrkede pædagogiske læreplaner: ”Hvordan lærer børn matematik?” (Andersen & Weng, Hvordan lærer børn matematik? - Om læring af matematik i tiden fra vuggestuen til begyndertrinnet i skolen, 2018),

”Pædagogers arbejde med matematisk opmærksomhed i dagtilbud” (Andersen & Lindhardt, Pædagogers arbejde med matematisk opmærksomhed i dagtilbud, 2015), ”Matematisk opmærksomhed på pædagoguddannelsen: en kort introduktion” (Zeuten, 2015), EVAs temahæfte om matematisk opmærksomhed (Danmarks Evalueringsinstitut, 2018), en forskningsoversigt (Jensen M.-A. S., 2015) og et testmateriale ”MIO”, som er oversat fra norsk (Davidsen, Løge, Lunde, & Dalvang, 2013)

Begreberne ”tidlig matematik” og ”matematisk opmærksomhed”, som er anvendt i forbindelse med matematik i dagtilbud, bliver tolket på en del forskellige måder. De kan let tolkes ud fra indholdet i skolefaget matematik, hvis man ikke stopper op og tænker det igennem. De er heller ikke begreber som er definerede eller har et entydigt indhold.

Danske professionshøjskoler har udgivet en artikel til introduktion til matematisk opmærksomhed på pædagoguddannelsen. Her defineres matematisk opmærksomhed som baseret på en undrende og nysgerrig tilgang til verden. Matematisk opmærksomhed er en tænkemåde, som barnet eller den voksne baserer sit møde med verden på. Det handler om undersøgelsen snarere end om resultatet (Zeuten, 2015). Matematisk opmærksomhed finder sted ved at pædagoger og børn retter deres opmærksomhed på og italesætter matematiske aspekter af leg og aktiviteter, som finder sted i forvejen. Matematisk opmærksomhed drejer sig i højere grad om processen end om resultatet. Her adskilles matematisk opmærksomhed fra (skole)matematik, som fokuserer på opgaver og den rent symbolske form. For at der kan være tale om matematisk opmærksomhed, må to forhold være opfyldt: det skal være relevant set i et børneperspektiv, og pædagogen skal italesætte problemstillingen, så børnene kan undre sig og være nysgerrige (Zeuten, 2015).

Denne tilgang er et godt udgangspunkt for et pædagogisk arbejde med matematik i dagtilbud. Jeg vil i det følgende introducere begreberne ”børnematematik” og ”før-faglig matematik” som en anden måde at give

Når børn ordner og forklarer

matematisk opmærksomhed indhold. De kan dels ses som en uddybning af den ovennævnte forståelse, dels som en udvidelse med nogle andre aspekter, særligt den kropplige dialog og delt opmærksomhed om noget med matematisk indhold. Matematisk opmærksomhed behøver ikke kun at handle om italesættelse og sprog.

Når jeg vælger at anvende disse nye begreber er det for:

- at betone at kernen i matematik for førskolebørn ikke primært handler om tidlig indlæring af skolematematik,
- at børn producerer matematik, før de voksne lægger mærke til det,
- at det er vigtigt at forstå børns matematik og faglig matematik som to forskellige ting, som i samspil kan give børnene gode matematiske kompetencer.

Jeg vil her gennemgå de forskellige begreber og modeller, fordi de har stor betydning for hvordan man kan forstå og handle i pædagogisk praksis med indsigt og omtanke.

Problemet med matematik

Et øget fokus på tidlig matematik i dagtilbud vil sætte pædagoger og dagtilbud i en særlig problematik: en oplevelse af manglende kompetencer og måske af blokkeringer over for opgaven og en dårlig reproduktion af matematikundervisning med en smal forståelse af matematik og matematikundervisning. Smalle og brede forståelser af matematik og tidlig matematik og deres betydning for pædagogisk tilgang diskuteres i kapitel 8.

Alle, som har gået i skole, har erfaringer med undervisning i matematik. Det er velkendt at mange har dårlige oplevelser med denne og har blokkeringer over for matematik og måske en opfattelse af at matematik – ”det kan jeg ikke!”

Storm P: Livet er svært, men matematik er sværere!

Uanset om man har en god eller dårlig erindring om egen skoletid med hensyn til matematik, så er det de erfaringer, man har at trække på, hvis man

som pædagog skal have fokus på tidlig matematik i dagtilbud. Det kan let blive til reproduktion af den matematikundervisning, man selv har oplevet.

Hvis den voksne kombinerer en snæver opfattelse af matematik som f.eks. formler og standardalgoritmer med en selvopfattelse som en der ikke kan og anvender matematik, så bliver matematik næsten per definition ”det som jeg ikke kan” – også selvom han eller hun er kompetent til at klare hverdagens matematiske udfordringer. (Wedege, 2011) (Egen oversættelse)

En af hovedårsagerne til dette er at de fleste voksne gennem deres skolegang har fået adskilt deres hverdagsmatematik fra deres faglige matematik. Børn og unges uformelle matematik bliver erstattet af en anden kundskab, som har fået matematikstatus (Wedege, 2011). Dette resulterer i at de ikke ser deres hverdagsmatematik som matematik. Derfor tænker de kun i retning af faglig matematik, hvis de skal have ”matematisk opmærksomhed” eller fremme tidlig matematik. Det er den ”rigtige” matematik”.

Voksnes egne hverdagskompetencer er i høj grad usynlige for dem selv.

En kursist på et matematikkursus på VUC udtaler:

Jeg kan ikke noget matematik. Jeg har jo bare arbejdet i LEGOs afdeling for design i de sidste 32 år. (Wedege, 2011)(Egen oversættelse)

At designe LEGO indgår ikke i hendes opfattelse af hvad matematik er for noget (Wedege, 2011). For de fleste voksne forbindes matematik først og fremmest med den abstrakte skolematematik og ikke med den praktiske matematik. Herved bliver deres viden og kunnen usynlig for dem.

Det ser således ud til, at matematik i hverdagslivet og matematik i skolen bliver udviklet hver for sig, uafhængigt af hinanden og uden nævneværdig overføring (transfer) mellem dem. Dette fænomen kaldes også for ”parallel-læring” (Lindén, Stilladser om børns læring, 1997, s. 115 ff).

Endvidere er det væsentligt at notere sig at formålet med uddannelsessystemet, herunder dagtilbud, og målet med

Når børn ordner og forklarer

matematikundervisning, ikke ligger i at lære skolefaget, men i kunne klare sig godt i livet.

Målet med matematikundervisning i skolen ligger uden for skolen; i samfundet, familien, fritiden og på arbejdsmarkedet. Forestillingen om en overførsel (transfer) af matematikkundskaber direkte fra skolen til hverdagslivet er blevet problematiseret af forskere de seneste 30 år. Omvendt kan man stille spørgsmålet, hvorfor der findes så mange børn og voksne som agerer matematiske kompetent i hverdagsituationer men som ikke klarer matematikken i skolen. (Wedege, 2011)(Egen oversættelse)

Målet med matematikundervisning er ikke blot at tilegne sig den formelle matematik, men at kunne tænke, arbejde og bruge matematik i hverdagen. Målet med tidlig matematik i dagtilbud må derfor heller ikke udelukkende være rettet mod at blive god til matematik i skolen.

Skolekundskaber kontra hverdagskundskaber er en grundlæggende problemstilling i al matematikuddannelse. Hverdagskompetence har to betydninger (Wedege, 2011):

- Kompetencer som er **udviklet i hverdagslivet**, dvs. kundskaber som individet har tilegnet sig gennem hverdagspraksis.
- Kompetencer som er **ønskværdige i hverdagslivet**, dvs. kundskaber som antages at være nødvendige/nyttige i menneskers hverdagspraksis.

Problemet med tidlig matematik består i at der eksisterer et gab mellem hverdagsmatematik på den ene side og faglig skolematematik på den anden.

Der kan være flere årsager til hvorfor og hvordan, dette gab er opstået:

- Hverdagsmatematik og skolematematik er lært og brugt i hver sin kontekst uden nogen særlig kobling.
- Undervisningen i skolematematik tager ikke udgangspunkt i hverdagsmatematikken.

- I matematikfaget, som videnskabeligt fag, defineres matematik abstrakt, og dette ses som et ideal for matematikundervisningen.
- Matematikkompetencer defineres snævert som indholdet i skolematematik, selvom matematikkompetencer indeholder meget mere end dette.
- Der er tradition for at progression i undervisning i matematik er bygget op efter matematikfagets indre logik og ikke efter progressionen i børnenes læreprocesser.
- I traditionel matematikundervisning lærer børn at der kun findes ét rigtigt svar på spørgsmålene. Det kender læreren, og det står i facitlisten. Løsninger på opgaver skal ikke bruges til noget og får ingen praktiske konsekvenser. Resultaterne skal ikke anvendes til noget ud over at løse flere opgaver. Børnene får en opfattelse af, at matematik handler om at finde det rigtige svar. Der bliver mere fokus på at lære at gengive de lærte metoder og svar, end på at tænke og arbejde undersøgende på matematiske måder. De lærer mere indholdet end processen: at matematisere.

I forhold til skolens matematik har der i årtier været arbejdet med matematikdidaktik for at løse dette problem. Dette vil jeg overlade til folkeskolelærere og matematikdidaktikere. Der findes meget solid forskning og pædagogiske metoder på dette felt.

Til matematik og læring i dagtilbud vil jeg præsentere en tilgang, som griber problematikken an på en anden måde ved at se udvikling af matematiske kompetencer i hverdagsmatematik som et grundlag for læring af faglig matematik på et senere tidspunkt.

Voksnes problemer med matematik tilsiger at pædagogers kompetenceudvikling med hensyn til udvikling af tidlig matematik må gribes an på en anden måde end mange andre former for kompetenceudvikling. Et kursus eller et oplæg om matematik i dagtilbud, som ikke adresserer problematikken, vil bekræfte tilhørerne i opfattelsen af at være uvidende og ukyndige. Der er derimod brug for et bredt matematikbegreb, at pæagoger arbejder med at fremkalde deres egen usynlige viden og kunnen inden for

Når børn ordner og forklarer

matematik og arbejder med deres opfattelse af matematik og deres syn på egne kompetencer.

På den baggrund er det forståeligt at børnenes matematik i høj grad også er ”usynlig” for de voksne. Maria Reis skriver:

Den informelle og udtalte matematik er for en stor del usynlig og ikke voksenledet, men forekommer i store dele af børns hverdag og viser sig i børns handlinger. Opgaven og vanskeligheden for både pædagoger og forskere er at opdage, sætte ord på og studere yngre børns udtalte og uformelle kundskaber i matematik, deres matematisering. (Reis, 2011, s. 181) (Egen oversættelse)

Ud fra denne bogs læringssyn og forståelse af tidlig matematik ligger udfordringen i at pædagoger får øje på hverdagsmatematikken, den viden og kunnen de og børnene anvender og behersker i deres hverdag. Børnematematik er børns hverdagsmatematik. Skal voksne fremme børnematematik, må de aktivere deres egen hverdagsmatematik og anerkende den som kernekompetencer i forhold til at støtte børn i at udvikle deres matematik.

Intentionen med indholdet i denne bog, eksempler, cases og forståelsen af tidlig matematik som deltagelse i fundamentale matematiske aktiviteter, er at fungere som øjenåbner for pædagoger, så de kan se børnematematikken i den hverdag, de kender og føler sig kompetente i, og se at de har gode forudsætninger for at støtte børnene i denne læring.

Et målrettet fokus på tidlig matematik i dagtilbud vil i denne bogs forståelsesramme ikke indebære at indføre skemalagte matematikaktiviteter, hvor en gruppe børn skal lære matematik af en voksen. Anbefalingen lyder i stedet at skabe og understøtte muligheder for læring af tidlig matematik i hverdagen i dagtilbuddet.

Her vil pædagoger kunne bruge og kunne bygge videre på den viden og de kompetencer, de allerede bruger i deres arbejde. Men det handler ikke blot om at gøre helt som man plejer. Det er nødvendigt at arbejde med at få en klarere forståelse af hvor og hvordan man arbejder med tidlig matematik. Derfor er det vigtigt at få greb om hvor matematikken er i hverdagen og

hvordan børn allerede matematiserer, for at kunne kende og støtte disse læreprocesser.

Børnematematik og modellen ”matematikpyramiden”

Det er vigtigt at være klar over hvad vi taler om, da det har afgørende betydning for hvilken matematik og hvilke læreprocesser, der tages frem som relevante. Bogens teoretiske rammeforståelse vil her blive udfoldet som grundlag for indholdet i de følgende kapitler. Rammeforståelsen udtrykkes i modellen ”Matematikpyramiden” i figur 1. Den går ud på at børn arbejder med tidlig matematik på tre forskellige måder, som dels er forskellige, men som også spiller sammen og bygger oven på hinanden, når børnene erhverver sig matematiske kompetencer.

Lad mig indlede med et eksempel og bringe definitionerne bagefter.

Eksempel 1 Mathilde hjælper til med at dække bord

Mathilde hjælper gerne til med at dække bord. Til frokost sidder hun sammen med Sofie, Amalie, Frederik, Ahmed og pædagogen Annette. Hvornår er Mathilde i gang med tidlig matematik, når hun hjælper til med at dække bord? Er det først når hun kan tallene og tælle til seks, finde seks glas og sætte dem på bordet, én ud for hvert barns plads?

Før Mathilde lærte at tælle til seks og at sige tallene højt, når hun skulle finde glas frem, kunne hun godt hjælpe til med at dække bord. Måske talte hun med navne i stedet for med tal: ”mig, Sofie, Amalie, Frederik, Ahmed og Annette”, mens hun tog glas frem, og mens hun satte dem på bordet ud for hver deres pladser. Og hvis Frederik ikke kommer i dag, så kan hun ”regne ud” at hun kun skal finde fem glas.

Før dette vidste Mathilde at der skal stå et glas ud for hver plads. Hun sætter tallerknerne ud for hver plads. Hun ser det for sig og viser i sine handlinger, at hun ved hvordan det skal være. (Eget eksempel)

Når børn ordner og forklarer

Hvornår er Matilde i gang med at lære matematik? Svaret afhænger af hvad man forstår ved matematik, og særligt af hvor tidligt hendes matematisering anerkendes som matematik. Tidlig matematik må derfor opdeles i nogle underbegreber, for mere præcis at kunne beskrive og undersøge, hvad de er vi ser og taler om.

Matilde matematiserer på tre forskellige måder og den ene måde bygger oven på den anden på den måde at hun bygger videre på det, hun kan og ved i forvejen.

Når Mathilde dækker bord, er hun i gang med at **matematisere**, det vil sige at hun er i gang med nogle handlinger som har et indhold af matematik, **en fundamental matematisk aktivitet**. Hun prøver sig frem og tænker sig om og prøver at ordne og forklare, hvordan det skal være. Dette er en **matematisk proces**. Hun bruger den matematik hun har lært, og det hun selv har fundet ud af. Dette er **matematisk indhold**.

Hvis det først er tidlig matematik, når Mathilde kan tælle til seks, så opstår der en blindhed for den viden kunnen, hun allerede besidder, inden hun har lært at tælle og regne. Dette udgør et pædagogisk problem, fordi hovedstrømningen i læringsforskningen betoner at læring finder sted, når den tager udgangspunkt i hvad den lærende allerede kan og ved i forvejen.

Når Mathilde kan tælle til seks, når hun finder tallerkner frem, og trække 1 fra seks, hvis ikke Frederik kommer, så behersker hun **faglig matematik** eller skolematematik. Hun kan gøre det på den måde man skal gøre det i faget matematik.

Men hun kunne godt dække bordet rigtigt, før hun fik styr på tallene. Hun gjorde det på sin egen måde. Dette kaldes **før-faglig matematik**, fordi hun beskæftiger sig med det samme spørgsmål: ”hvor mange” glas skal der på bordet?

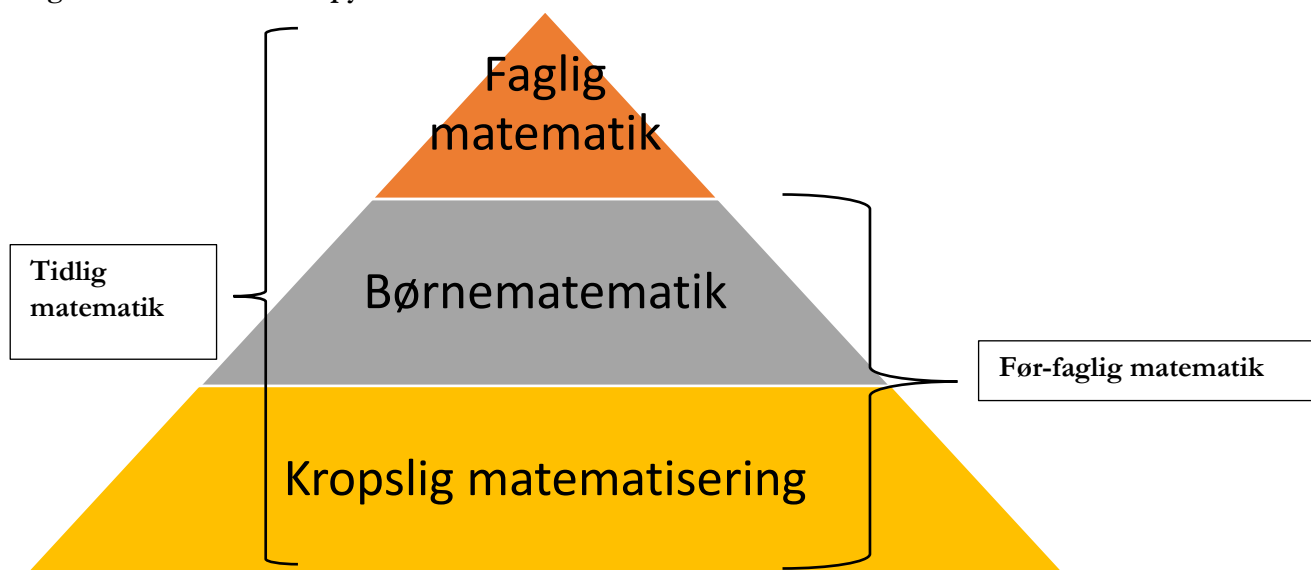
Når hun tæller ved hjælp af navne, så viser hun sin **børnematematik**. Hun bruger sit sprog til hjælp, når hun dækker bord. Og hun kan snakke med andre om hvordan det skal være.

Men hun kunne også hjælpe til med at dække bord, inden hun lærte at snakke. Hun kunne sætte tallerknerne rigtigt, når hun hjalp den voksne. Hun viste at hun vidste hvordan det skulle være med en tallerken på hver plads ud for hver stol. Denne tavse og før-sproglige viden og kaldes her **kropslig matematisering**, fordi hun bruger sin krop og sine sanser og viser sin kunnen med kroppen.

Tidlig matematik betegner børns matematisering før de begynder i skolen. Noget af denne matematik er i overensstemmelse med den formelle matematik, som de senere lærer i skolen. Her kan man tale om at det er ”rigtigt” eller ”forkert” i den betydning at de matematiserer på den måde, som faget matematik definerer. F.eks. titalssystemet og at bruge de korrekte ord og begreber. Men inden de tilegner sig den formelle faglige matematik finder de ud af at løse matematiske problemer og systematisere på deres egne måder. Dette kaldes før-faglig matematik. Når de bruger ord og symboler, som f.eks. tegninger, i deres matematisering kaldes dette ”børnematematik”. Hvis man ser godt efter, viser det sig at børn også matematiserer før de er i stand til at udtrykke og forklarer, hvordan de gør. De viser med deres handlinger at de at de systematiserer, løser problemer og har strategier til at matematisere i de aktiviteter, de deltager i.

De tre former for matematisering, faglig matematik, børnematematik og kropslig matematisering, leder til bogens grundlæggende model: Matematikpyramiden, hvor de tre niveauer illustrerer hvordan den ene form bygger oven på den anden.

Figur 1 Matematikpyramiden



Modellen udfoldes her ved at beskrive og definere de forskellige måder og fortælle hvordan den er blevet til. Børns tidlige matematik bliver endvidere uddybet med denne model som ramme i kapitel 3, 4 og 5, med et kapitel for hvert niveau i pyramiden.

I min søgning efter holdepunkter for en forståelse af børns matematik har jeg fundet 3 hjørnesteen for den teoretiske forståelse: Alan Bishops fundamentale matematiske aktiviteter, Marit Johnsen Høines's læring gennem sprog og udtryk og Maurice Merleau-Pontys kropsfænomenologi.

Den første hjørnesteen i forståelsen af børnematematik, som jeg fandt, var Alan Bishops og hans begreb om "fundamentale matematiske aktiviteter". Her fandt jeg en antropologisk forståelse af at matematik udvikles, fordi det er nødvendigt for at kunne løse almindelige praktiske udfordringer og aktiviteter i forskellige kulturer. Matematiske aktiviteter er noget alle mennesker *gør* i hverdagen. "Matematiske aktiviteter" må ikke forstås som "matematikaktiviteter", som pædagoger sætter i gang, for at børn skal lære noget bestemt, men noget børnene i forvejen *gør*, som pædagogen skal

understøtte og inspirere til. De matematiske aktiviteter bliver udfoldet i kapitel 2.

Alan Bishops fundamentale matematiske aktiviteter:

- **Tælle**
- **Måle**
- **Lokalisere**
- **Designe**
- **Lege**
- **Forklare**

Når Mathilde dækker bord, er hun i gang med den matematiske aktivitet "tælle". Hun er også i gang med parkobling: en tallerken til hver. Hun bruger også sin evne til at se mønstre, når hun lægger tallerknerne på bordet. De skal ligge på en bestemt måde, som danner et mønster. Dette hører til aktiviteten "lokalisere": hvor skal tallerknerne stå?

Når børn ordner og forklarer

Når der tages udgangspunkt i Alan Bishops fundamentale matematiske aktiviteter, har det den fordel, at disse aktiviteter både omfatter hverdagsmatematik og faglig matematik fra børnehaven og op til universitetsniveau. De kan ses i samme perspektiv. Derved kan de bruges til at fremkalde børnenes – og de voksnes – hverdagsmatematik, så den kan ses og forstås som matematisk kompetence. Aktiviteterne er endvidere forankret i konkrete aktiviteter, som kan genkendes og identificeres i børnenes hverdag. Det abstrakte i matematik og symboler bruges i og ud fra disse konkrete aktiviteter.

Næste problem, der skal tages stilling til, er begrebet ”tidlig læring”. Begrebet anvendes i litteraturen i flere betydninger. Det er dukket op i Danmark i forbindelse med en politisk intension om at børn i dagtilbud skal tilegne sig basale faglige færdigheder, som tidligere hørte til indholdet i indskoling. ”Tidlig matematik” er i denne inspiration fra udlandet knyttet til ”academics” - tankegangen, hvor undervisning i faglig matematik rykkes ned i børnehaven.

Begrebet ”tidlig matematik” har, i ovennævnte betydning, den ulempe, at den retter opmærksomheden mod den skolematematik, som kommer til syne i førskoleinstitutioner. Børns kunnen og viden undersøges og defineres med et matematik-faglig blik. Børns matematik bliver her først set og anerkendt som matematik, når det reproducerer faglig matematik.

Problemet med den snævre forståelse af tidlig matematik er, at den viden og kunnen, som børn besidder, og som ikke endnu falder inden for de matematikfaglige kategorier, ikke ses som viden og kunnen og dermed ikke anvendes som udgangspunkt for børnenes videre læring. Børn begynder at tænke og arbejde matematisk, længe før de møder matematikfagets indhold. De spørgsmål, som faglig matematik tilbyder svar på, dem kender børn til, længe før de møder den faglige matematik. De kender spørgsmålene og tumler med deres egne svar, når de deltager i fundamentale matematiske aktiviteter.

Derfor er der brug for et begreb, som netop retter opmærksomheden på dette indhold. For at synliggøre denne matematik vil jeg introducere begrebet ”før-faglig matematik”. Begrebet kan hjælpe med at fastholde

opmærksomheden på dét, børnene kan og ved, og anerkende dette som værdifuldt, også som grundlag for senere faglig læring. Det vil være hensigtsmæssigt at skelne mellem faglig matematik og før-faglig matematik.

***Faglig matematik** betegner vores kulturs matematik, som den fremtræder i skolefagets indhold, begreber og metoder. Her begynder børnene at bruge matematik fra matematikfagets indhold. De lærer f.eks. tælleremsen og begynder at regne.*

***Før-faglig matematik** betegner børns matematiske hverdagskompetencer, det vil sige den matematik som børnene bruger i deres hverdagsaktiviteter, som samtidigt rummer børnenes erfaringsmæssige, kommunikative og kognitive forudsætninger for senere at få et godt udbytte af formel matematikundervisning i skolen.*

Jeg anvende hovedsageligt begrebet faglig matematik frem for skolematematik for at understøtte at de faglige standarder for matematik er fælles på tværs af skoler og universiteter, fordi de repræsenterer vores kulturs konventionelle matematik. Samme tankegang må gøre sig gældende i forhold til alle skolens fag. Jeg vil derfor introducere et tilsvarende begreb i forhold til alle skolens fag: begrebet ”før-faglig læring”. Tidlig faglig læring, hvad enten der er tale om science, matematik eller andre fag, måske alle fag, definerer læring ud fra, om det er i overensstemmelse med skolefagets indhold.

***Faglig læring** betegner tilegnelse af et fags indhold, metoder og kulturteknikker, som de er defineret i ud fra skolefagets egen selvforståelse.*

***Før-faglig læring** betegner børns tilegnelse af indhold, viden og kunnen som hverdagskompetencer, som er potentielt relevant i forhold til et eller flere fag. Indholdet er potentielt relevant ved at beskæftige sig med de samme spørgsmål, de samme sagsforhold og de samme måder at skabe viden på, som kendetegner fagets indhold og metoder.*

Når børn ordner og forklarer

Børn i førskolealderen er i gang med at undersøge og bruge den matematik, de støder på. De er optaget af at finde ud af hvad tal, figurer og forholdsord betyder. De spiller og tegner og gør meget andet, som helt klart har matematikfaglige elementer. De er også i gang med at lære den faglige matematik at kende. Tidlig matematik i børns hverdag indeholder både faglig og før-faglig matematik.

Derfor vil jeg definere tidlig matematik som et bredt overbegreb for alt den matematik og matematisering, som førskolebørn deltager i. Det defineres, i modsætning til ovenstående betydning, som et bredt begreb med afsæt i Alan Bishops 6 fundamentale matematiske aktiviteter:

Tidlig matematik betegner de færdigheder og den viden, som førskolebørns tilegner sig gennem deltagelse i fundamentale matematiske aktiviteter (Tælle, Måle, Lokalisere, Designe, Lege, Forklare) og gennem kommunikation i og om disse aktiviteter.

Definitionen omfatter både førskolebørns egen matematisering og deres læring af vores kulturs faglige matematik. Det primære i definitionen er ikke at de lærer skolematematik, men at den inkluderer alle de matematiske måder børn arbejder på, de måder hvorved de lærer matematikkens væsen og karakter at kende.

En nærmere undersøgelse af hvordan børn lærer før-faglig matematik, viste at de matematiserer på to måder: de matematiserer med kroppen, og de matematiserer ved hjælp af sproget og andre udtryksformer. Disse to måder fungerer ret forskelligt. Derfor er det hensigtsmæssigt at dele dem op i to: børnematematik og kropslig matematisering, som beskrives nedenfor.

Børnematematik betegner børns hverdagsmatematik, hvor de matematiserer gennem brug af sprog og udtryk på deres egen måde, når de ordner og forklarer.

Når Mathilde tæller med navne på sin egen måde, så viser hun sin børnematematik.

Den teoretiske forståelse af dette har jeg hentet fra Marit Johnsen-Høines, som er professor emerita fra Høgskulen på Vestlandet og har forsket i begynderoplysning i matematik. Marit Johnsen-Høines anvender Vygotsky-inspirerede forståelser. Hun bruger begrebet ”**læring gennem udtryk og sprog**” for den læring, hvor børn begynder at kunne udtrykke sig gennem det verbale sprog og gennem tegning og andre abstrakte symboler og udtryksformer. Barnet er her i færd med dels at tilegne sig sproget og symboler og kulturens måder at gøre og forstå på, dels at få redskaber til at udtrykke sig og kommunikere med. Her anvendes sproget som redskaber i erkendelsesprocesser, ”ordene” bruges til at ”tænke med”. De afprøver om deres sprog og udtryk fungerer i kommunikation og som redskaber til at deltage i fælles aktiviteter. Herved tester og ændrer de om deres viden og forståelse, alt efter om det fungerer i interaktionen eller ikke. Denne viden og forståelse er funktionel og pragmatisk i forhold til de situationer og rutiner, som barnet har erfaring med, - om det fungerer i brug og til brug.

Hun beskriver og forklarer hvordan man i overgangen til skolen med fordel kan tage udgangspunkt i børnenes eksisterende viden og kunnen, som den kommer til udtryk i deres sprog og udtryk. Hun ser dette som en slags oversættelse af ”børnematematik” til vores kulturs skolematematik. Hun bruger ikke betegnelsen børnematematik. Betegnelsen børnematematik og tankegangen bag er valgt som en analog til begrebet ”børneskrivning” i indskoling og ”tidlig skrift” i dagtilbud (Kristensen & Wiwe, 2013), hvor børnene stifter bekendtskab med hvad skriftsprog er og kan, og opfordres til at bruge deres forhåndenværende viden og kunnen til at skrive løs, også selv om det ikke er korrekt.

Den dominerende forståelse af viden er i vores kultur forbundet med hvad man er i stand til at kommunikere sprogligt på en abstrakt måde. Denne såkaldte kognitiv viden er typisk karakteriseret ved bevidste tankeprocesser som kan udtrykkes verbalt. Men børn begynder at lære længe før det tilegner sig sprog og kan udtrykke sig bevidst.

Så stillede jeg mig spørgsmålet: hvor tidligt begynder børn at lære matematik? og begynder læring af matematik med læring af begreber?

Når børn ordner og forklarer

Jeg nåede frem til at børn lærer matematik gennem deres krop og sanser principielt set fra fødslen og måske allerede fra fosterstadiet. Børn deltager i fundamentale matematiske aktiviteter længe før sproget og symbolske udtryk bliver bærende for kommunikationen. Derfor indeholder pyramiden også et fundamentalt praktisk niveau: Kroplige matematisering. Den teoretiske forståelse af dette er hentet fra teorier om kropslig læring, særligt ud fra den franske filosof Maurice Merleau-Ponty (1908-1961).

***Kropslig matematisering** betegner den viden og kunnen som børn viser gennem deres handlinger i deltagelse i fundamentale matematiske aktiviteter.*

Inden Mathilde kan tælle og bruge ord og navne til at tælle med, kunne hun også hjælpe til med at dække bord. Hun kunne sætte et glas på hver af børnenes pladser, hun vidste hvordan det skulle se ud. Måske kunne hun se det for sig hvordan det skulle se ud på bordet, se det mønster som glassene skulle stå i på bordet og i forhold til stolene.

Læring af dette finder sted gennem kropslig læring.

***Kropslig læring** betegner den læring som finder sted, når barnet gør kropslige og sansemæssige erfaringer gennem handlinger, hvor de deltager i leg og hverdagsaktiviteter, udforsker og prøver at få orden og forklaring på deres fysiske og sociale omverden.*

På dette niveau indtager det verbale sprog højst en understøttende rolle til den kropslige læring, ved at de hører ord som betegner noget i situationen. Deres viden og kunnen kan ses i børnenes handlinger.

Når jeg så vender mig mod litteraturen om læring, læser jeg at *små børn lærer gennem deres krop og deres sanser og at man lærer ud fra dét, man i forvejen har lært*. Man lærer bedst ud fra det, man allerede kan. Koblingen mellem børnenes kropslige og sansemæssige erfaringer og mere bevidste og sprogliggjorte læring må altså være central for at kunne forstå og arbejde med tidlig læring. Men her støder jeg ind i det problem at læringsteoriene ikke i særligt høj grad beskæftiger sig med denne kobling. Der tegner sig et billede af at forskerne enten beskæftiger sig med ”læring gennem krop og sanser” eller de

beskæftiger sig med ”læring som bevidste processer”. Hovedet bliver skilt fra kroppen! Jeg vil holde fast ved at ”hovedet sidder på kroppen” – at den bevidste læring må bygge oven på de kropslige og sansemæssige erfaringer.

En forståelse af børns tidlige læring må derfor også omfatte en teori om hvordan den kropslige læring oversættes og udvides med sprog og symboler, på samme måde som børnerregning skal oversættes og udvides i indskoling gennem tilegnelse af faglig matematik. På den baggrund udledes en forståelse af at tidlig matematik læres i tre trin, som bygger oven på hinanden: kropslig læring, læring gennem sprog og udtryk og faglig læring. Læringen på hvert trin foregår på hver sin måde, men børn bruger det de kan og ved fra et trin, når de fortsætter med at lære på næste trin, hvis de får lov til at bruge denne resurse. Deres eksisterende viden og kunnen er et godt grundlag for videre læring. Pædagoger og andre voksne bør se børn som nogen, der allerede ved og kan noget, fordi de har mange erfaringer med sig om de ting, de skal lære.

De forskellige begreber med hensyn til læring og matematik hører parvis sammen på den måde at de refererer til samme trinvis udvikling:

	LÆRING	MATEMATIK
1. TRIN	Kropslig læring	Kropslig matematisering
2. TRIN	Læring gennem sprog og udtryk	Børnematematik
3. TRIN	Faglig læring	Faglig matematik
TRIN 1 OG 2	Før-faglig læring	Før-faglig matematik
ALLE TRIN I DAGTILBUD	Tidlig læring	Tidlig matematik

Læringen på alle niveauer følger ikke en ”naturlig” udvikling, som kommer af sig selv. Børns læring på de forskellige niveauer afhænger i høj grad af deres tilgang til legetøj og materialer, af legekammerater og af hvordan voksne går ind i en udforskning af børns verden sammen med dem. Dette giver mere læring i form af en dybere, bredere og mere meningsfuld læring.

Når børn ordner og forklarer

De tre trin i matematikpyramiden skal ikke ses som en udvikling fra et lavere til en højere trin eller fra et mere primitivt til et mere civiliseret trin. Den kropslige læring fylder mest for børn i dagtilbudsalderen og den faglig matematik mindst. Læringen på de tre trin fungerer på hver sin måde, men læringsmåderne udspiller sig sideløbende og i samspil fra omkring skolestartsalderen og livet igennem. F.eks. foregår mesterlære hos unge og voksne i håndværk og lignende i høj grad gennem kropslig læring og social deltagelse. Læreprocessen er ikke nødvendigvis afhængig af, om indholdet kan formuleres sprogligt.

Pædagogisk set er det væsentligt dels at se og støtte læringen på hvert niveau, dels at af finde ud af hvad der sker i overgangene fra det ene niveau til andet – hvordan deres kropslige viden danner udgangspunkt for læring gennem sprog og udtryk, og hvordan børnenes sprog for forståelse danner udgangspunkt for faglig læring af skolefagets indhold.

Matematik som proces og indhold

Børns læring og matematisering kan ikke blot forstås som en trinvis proces fra kropslige erfaringer til tilegnelse af abstrakte symboler, som matematikpyramiden kan antyde. På hvert af niveauerne foregår der et samspil mellem barnets handlinger og erfaringer på denne ene side og dets tilegnelse af kulturelt skabte symboler på den anden side. For at forstå dette må der skelnes mellem matematik som indhold og matematik som proces.

Begrebet ”matematisere” betegner den aktivitet og proces, hvor barnet eller den voksne ordner og forklarer, prøver at finde system og løsninger og derved producerer matematisk indhold. Det er som udgangspunkt deres egen konstruerede viden.

Det kan være vanskeligt at adskille matematiske processer og matematisk indhold, matematiske spørgsmål og matematiske svar. Når børn matematiserer, så er de i en proces som producerer matematiske forståelser. De anvender disse forståelser, når de går i gang med nye aktiviteter. Udvikling af matematisk forståelse og kunnen opstår i et samspil mellem

processer og produkter. F.eks. når et barn prøver at sætte duplo klodser sammen. På et tidspunkt lykkes det, og senere lykkes det næsten hver gang. Gennem disse erfaringer opbygger barnet en forståelse af klodsernes former, og af hvordan de kan sættes sammen. Man kan kalde dette for et matematisk indhold. Denne forståelse anvender barnet, når det bygger videre med duplo klodser. Der opbygges større erfaring og mere forståelse i et samspil mellem bygge-processen og det matematiske indhold i deres forståelse.

Børnematematik opstår i et spændingsfelt, hvor børn forsøger at udtrykke sig og kommunikere ved at anvende den matematik (sprog og symboler), som de støder på og har set brugt. De bruger det i konkrete, praktiske situationer og afprøver om det fungerer i situationen.

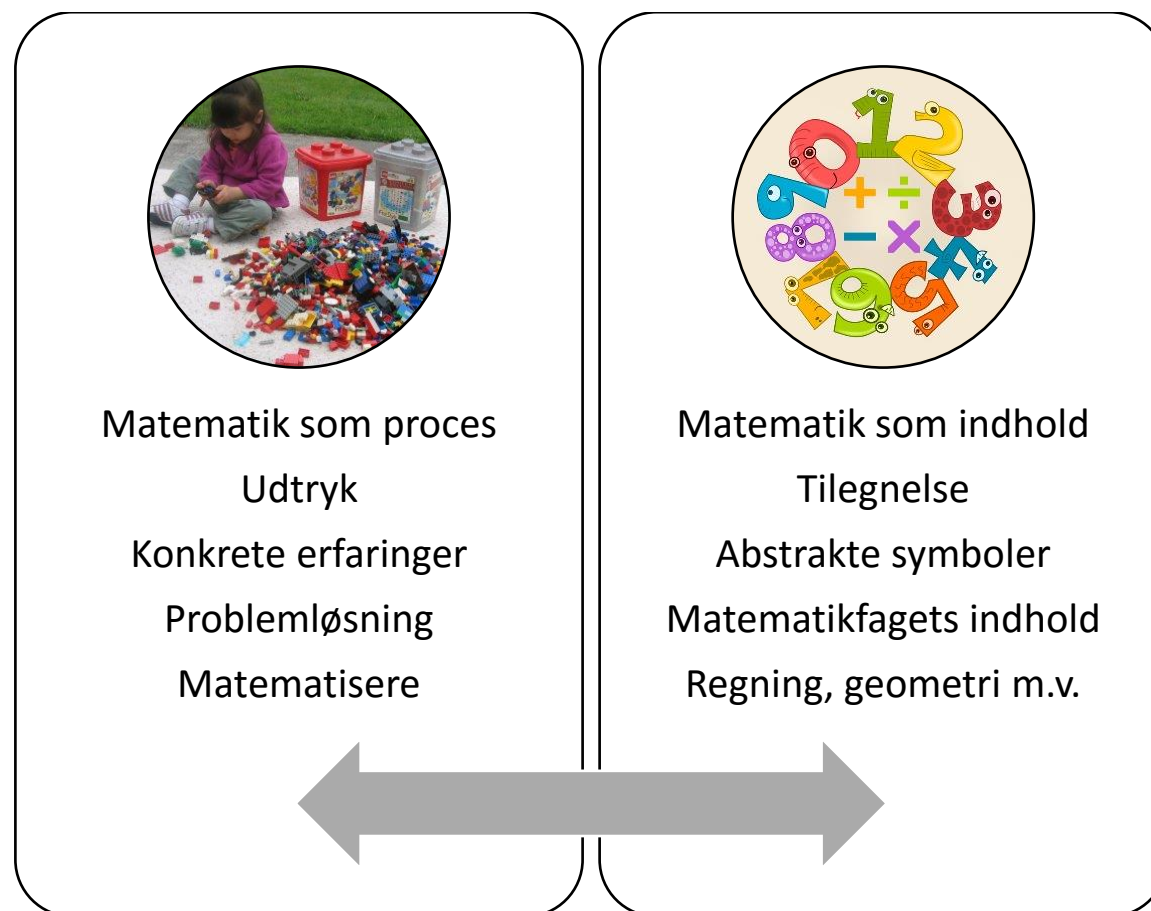
Børn er typisk interesseret i at **tilegne sig**: at finde ud af at lære at tælle, lære at spille spil, lære nye ord og finde ud af hvad de ting, som de møder og hører, betyder, og hvad det kan bruges til. Dét, de ser og hører, prøver de at bruge i konkrete sammenhænge for at finde ud af hvad tal og den slags er og kan bruges til.

Børn er også typisk interesseret i at **udtrykke sig**: at fortælle, tegne og give udtryk for den orden, erfaring, mening og forståelse, de har erhvervet sig.

Børn er motiverede for begge dele. Læring fungerer bedst, når barnet erfarer en kobling mellem de to ting på en måde som giver ord og symboler mening, som gør dem i stand til at udtrykke sig ved og øger deres deltagelsesmuligheder i hverdagens aktiviteter.

Når børn matematiserer, agerer de i dette spændingsfelt i deres bestræbelser på at forstå, få orden og mening og udtrykke sig i de aktiviteter de deltager i. Spændingsfeltet mellem egen erfaring og symbolenes generelle og abstrakte betydning. Spændingsfeltet mellem udtryk og tilegnelse. Spændingsfeltet mellem matematik som proces, matematisering, og matematik som et kulturelt skabt indhold.

Figur 2 Spændingsfeltet i børns udvikling af matematiske kompetencer



Figuren illustrerer at læringen skal forstås som en dialektisk proces: børnematematik handler både om proces og indhold, da processer producerer indhold, og indhold anvendes i processer. Det giver store pædagogiske forskelle, om man tager udgangspunkt i indholdet eller i processen eller i dialektikken mellem de to.

På det praktiske plan handler det om at finde en balance mellem at lytte til barnets sprog og udtryk og hjælpe barnet med at få udtrykt sig, og at støtte barnet i at tilegne sig ord, tal, symboler og tegn, som de støder på og er motiveret for at lære.

Når børn ordner og forklarer

Læringens vej fra det lille barns deltagelse i matematiske aktiviteter til tilegnelse af skolematematik er en bevægelse fra barnets matematik til kulturens matematik. I denne optik handler det om at gå fra en slags matematik til en anden slags matematik. Her er spørgsmålet ikke først og fremmest, om faglig matematik er mere korrekt end børnematematik, men om at de er forskellige.

Det er ikke noget problem at børn producerer en viden som er anderledes end voksnes. Tvært imod, de har lært noget om de grundlæggende matematiske spørgsmål ved at finde egne løsninger. På den måde har de lært noget væsentligt om matematik. De er ikke ”forkerte”, som skal rettes som fejl, men de voksne kan gå i dialog med børnene om hvordan de forstår og regner, for at få deres viden og kunne frem.

Børns matematisering og anvendt matematik handler om relationen mellem at få orden og forklaring og handlemuligheder i den fysiske verden og den matematik, som hjælper til med det. De forholder sig til hinanden som landskabet til landkortet. At anvende matematik svarer til at lære at finde rundt i landskabet ved hjælp af kort og kompas. Matematisering svarer til at udforske landskabet ved at gå rundt og udforske det og at tegne sit eget landkort over det. Det er ikke sikkert at dette landkort er en korrekt repræsentation af landskabet. På samme måde er indholdet i et barns matematik ikke nødvendigvis korrekt, men det er udtryk for den forståelse som barnet har lige nu.

Man kan se børnematematik som personlige eller lokale hypoteser eller foreløbige sandheder, som til stadighed bliver testet, ændret og udbygget gennem videre læring. De foreløbige sandheder kan testes på to måder, enten i forhold til faglig matematik eller i forhold til praktisk problemløsning. Noget af børnematematikken er ikke gode måder at matematisere på, fordi det ikke løser problemet. Andet af børnematematikken er blot anderledes måder at matematisere på, anderledes end i faglig matematik, men måder som fungerer i hverdagen. Der er forskel på, om barnets kort over landskabet passer med landskabet, eller om det passer med de voksnes landkort. Og landkort kan tegnes på forskellige måder uden at de dermed bliver forkerte.

Den pædagogiske udfordring ligger i hvordan pædagogen agerer mest hensigtsmæssig i forhold til børnene i dette spændingsfelt, dels ved at prøve at forstå børnenes udtryk og den mening, de prøver at udtrykke, dels ved at ”dosere” voksenviden i forhold til, om det giver mening og bliver anvendeligt for barnet til at forstå noget og udtrykke sig.

Hvis man forstår matematik som et abstrakt fag, så handler praktisk matematik om at kunne *anvende* matematik på løsning af konkrete problemer. Her går man fra det abstrakte til det konkrete.

I matematisering og i børns læringsvej går man fra det konkrete mod det abstrakte. Det handler derfor ikke om at anvende en indlært matematik, men om at *opfinde* en matematik, som kan hjælpe en med at løse problemet. Denne proces svarer til den som matematikere anvender, når de arbejder med matematiske modeller, hvor man ad matematisk vej søger at beskrive og tilnærmelsesvis beregne, hvordan et system fungerer. I matematisk modellering anvendes udtrykket matematisering for at betegne denne ”oversættelse” fra et virkeligt system til en matematisk model af dette.

Matematisering i børnematematik handler også om at kunne bevæge sig frem og tilbage mellem den konkrete virkelighed og abstrakte repræsentationer af denne. I kropslig matematisering kan man ikke tale om repræsentationer endnu, men det matematiske indhold findes snarere i form af tavse handlingsskemaer. Det handler ikke kun om at komme til at kunne anvende matematik, men om at matematisere i betydningen at udtrykke og behandle noget konkret på en abstrakt måde med brug af symboler og bevæge sig mellem abstrakt matematik og konkrete problemer.

Læringslandkortet

Hvad ser vi på, når vi taler om læring? Og hvordan forstås læring teoretisk? Disse to spørgsmål hænger sammen og bliver let til store og indviklede spørgsmål. Jeg vil tage udgangspunkt i at beskrive hvad vi ser på med hensyn til læring i denne bog. Dette er skitseret i modellen "Læringslandkortet" i figur 3. De underliggende teoretiske forståelser skitseres kort i form af nogle statements og praktiske beskrivelser. Teorier beskrives løbende i bogen inden for denne overordnede forståelsesramme og diskuteres i kapitel 9.

Formuleret på en enkel måde kan man sige: Barnet lærer noget, når det gør noget meningsfuldt sammen med nogen og/eller med noget. Læringen foregår i bestemte kontekster og på kulturelt bestemte måder. På denne måde tilegner børn sig gradvist deres kultur og dens kulturelt skabte viden og kompetencer. De lærer særligt godt, når indholdet giver mening for dem, og hjælper barnet med at orientere sig i deres omverden, og når indholdet er brugbart for dem i deres deltagelse i leg og aktiviteter med andre børn.

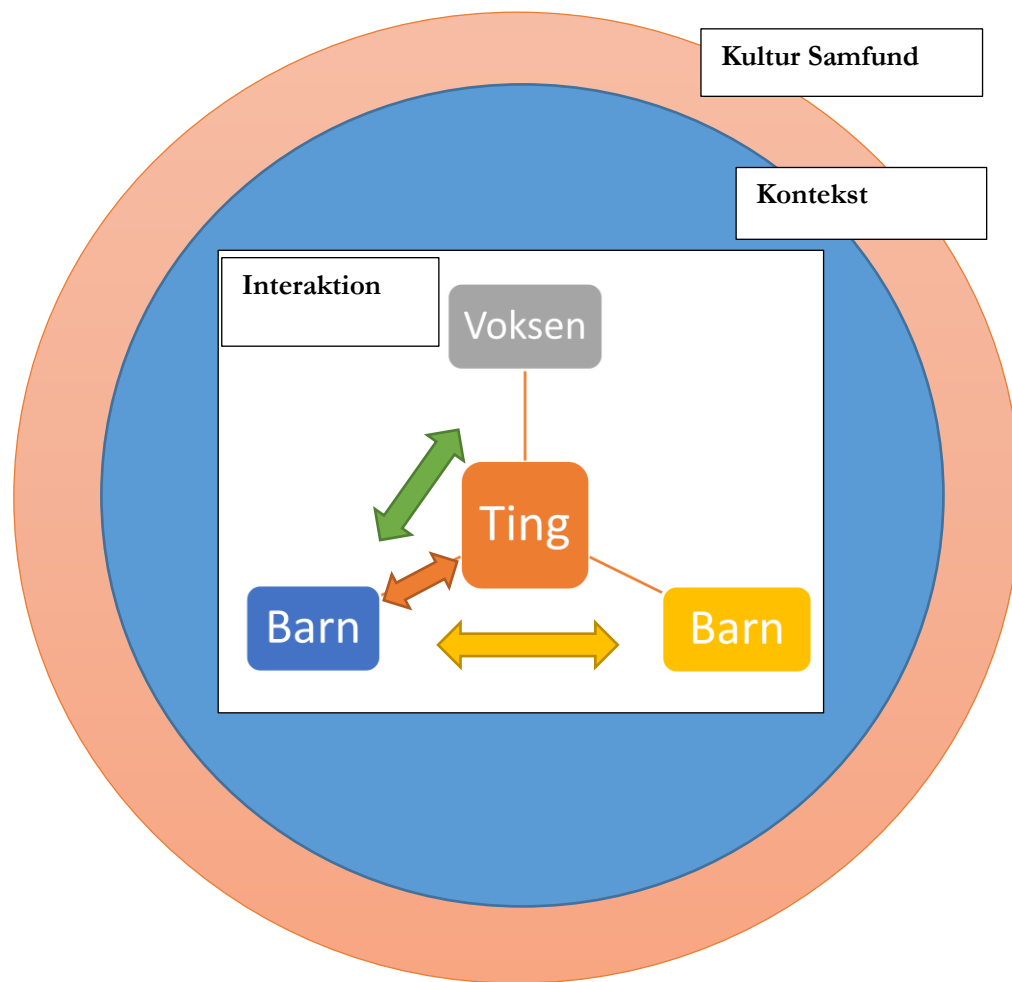
Dette læringssyn kan tegnes som en søgemodel over processer, faktorer og kontekster, som har stor betydning for læring.

Kort formuleret kan man sige at læring finder sted, når børn gør noget meningsfuldt med nogen og har fælles opmærksomhed på dette "noget". I denne formulering samles de væsentligste faktorer i læring, nemlig læring gennem handling (gøre), sociale læreprocesser (med nogen), sagsorientering (om noget) knyttet sammen i at dette giver mening for børnene.

I kort form kan den pædagogiske opgave med tidlig matematik beskrives således:

- **At skabe et læringsmiljø, hvor børnene har adgang til materialer, rammer og muligheder for at de kan gøre sig erfaringer med fundamentale matematikaktiviteter.**
- **At støtte børnene i deres egen læring af matematik i deres lege og aktiviteter.**
- **At inddrage børn i hverdagsrutiner og løsning af nødvendige opgaver i hverdagen.**
- **At kommunikere med børnene om deres aktiviteter gennem lærings samtaler i og om deres aktiviteter.**
- **At give børnene mulighed for at stifte bekendtskab med faglig matematik og anvende det i det omfang, det giver mening for dem.**
- **At give børnene adgang til se og erfare hvad formel matematik bruges til i vores kultur og samfund.**

Figur 3 Læringslandkortet



Når børn ordner og forklarer

Læringslandkortet illustrerer at læring udspiller sig gennem interaktion med objekter og personer i bestemte kontekster. Det lærende barn, fokusbarnet, illustreres ved barnet til venstre. Det lærer gennem interaktion, hvilket vises med dobbeltpile til og fra barnet. Med interaktion menes samspil med aktion og reaktion, dvs. barnet gør noget og så sker der noget som følge af denne handling. Den lærende er hovedaktøren.

Barnets interaktion med objekter er illustreret med objektet i midten. Det enkelte barn kan lære noget ved at lege med legetøj alene, men de sociale læreprocesser er som regel altid også til stede og har ofte en langt større betydning. Børn er orienteret imod deltagelse i aktiviteter sammen med andre. Disse aktiviteter, hvor man gør noget sammen med nogen, har to dimensioner der er integrerede: det ene er barnets interaktion med tingene, den anden er barnets interaktion i sociale relationer. Dette illustreres ved at barnets interaktion med tingene er omsluttet af dets interaktion med andre børn og med voksne.

”Det sociale” læres heller ikke uafhængigt af udforskningen af hvad man kan bruge tingene til, fordi mennesker som regel sammen *om noget*. Dette ”noget” er at gøre noget sammen, udføre et arbejde, have det sjovt eller udforske den fælles omverden. Barnet ses ikke som et barn som lærer noget individuelt af andre, barnet lærer noget sammen med andre gennem deltagelse i fælles aktiviteter. Dette producerer viden og kompetencer.

Når barnet undersøger, hvad de kan med tingene sammen med andre, erfarer de også, hvad man kan – og må – med hvad, hvor og hvornår. Det vil sige, hvad man kulturelt set bruger tingene til i forskellige situationer og kulturelt og socialt organiserede kontekster. Børnene tilegner sig tingenes kulturelle betydning og funktion i den konkrete interaktion med andre børn og voksne. Dette illustreres ved de to cirkler som omslutter den konkrete interaktion i midten. Kulturen og samfundet tilegnes i første omgang gennem konkrete erfaringer i bestemte settings og kontekster.

Læringssynet kan beskrives yderligere ved disse statements:

1. Læring begynder principielt ser **fra fødslen** og måske endda i fosterstadiet
2. Barnet lærer noget gennem **aktiv handling**. Den lærende er den primære aktør i egen læring
3. Barnet lærer gennem **interaktion med objekter**, ting, legetøj o.l.
4. Barnet lærer gennem samhandling og deltagelse med andre børn
5. Barnet lærer gennem samhandling og deltagelse med voksne
6. **Dialog og kommunikation** spiller en central rolle i læreprocessen
7. Læring er bundet til de situationer og den **kontekst**, den finder sted i
8. Læring fremmes, når det giver **mening** for barnet i situationen og **kan bruges** af barnet, dvs. når det udvider barnets forståelse og giver barnet mulighed for at udtrykke sig og flere handlemuligheder. Det der læres **i brug og til brug**, har stor læringseffekt
9. Barnet **tilegner sig gradvist** sin kulturs faglige indhold
10. Læring finder bedst sted, når det tager udgangspunkt i, hvad barnet allerede kan og ved

Børn betragtes ikke som ”tomme tavler”, men deres viden skal oversættes og udvides i matematikundervisningen i skolen. De er heller ikke tomme tavler i førskolealderen, da de fra fødslen er omverdens-åbne og deltagende i sociale aktiviteter, herunder også fundamentale matematiske aktiviteter.

Når børn ses som aktører i deres egen læring og socialisering, bliver det nødvendigt for voksne, pædagoger og forældre, at forsøge at finde ud af hvordan børn ser og forstår tingene, forsøge at tage **børneperspektivet**. Og at prøve at adskille børneperspektiv og voksenperspektiv.

Formuleret på denne måde ligger forståelsen i tråd med velkendte sociokulturelle læringsforståelser. Synet på læring i denne bog anlægger hovedsageligt en sociokulturel læringsforståelse, men med den tilføjelse at

Når børn ordner og forklarer

barnets interaktion med ”ting”, fysiske objekter, også spiller en central rolle i tilegnelse af matematiske kompetencer. Ind i denne tænkeramme anvendes forskellige læringsteorier, som hver især sætter fokus på og belyser forskellige aspekter af læring. Det viser sig at mange læringsteoriene kommer til kort, særligt i forhold til små børns læring. De har hver deres styrker og begrænsninger, derfor må de kombineres til et bredt læringsbegreb, som kan gribe og begribe børns læring med dets mange facetter. Det brede læringsyn vil blive uddybet i kapitel 9.

Inden for den rammeforståelse udfoldes matematikpyramiden i kapitel 4, 5 og 6 ved hjælp af eksempler og cases og relevant forskning og teoretiske

perspektiver, som kan bidrage til uddybe og nuancere forståelsen. Der tegnes et billede af børns læring, som har til hensigt at gribe *det hele barns* bestræbelser på at erfare og agere med andre i deres omverden ved at gøre noget meningsfuldt sammen med andre. I forlængelse af dette udvikles nogle didaktiske modeller og pædagogisk teori, med det formål at udfolde og diskutere hvordan pædagoger kan udfordre og kvalificere børns tidlige matematik.

Kapitel 2 Børns matematisk aktiviteter

I dette kapitel vil jeg dels forklare Alan Bishops fundamentale matematiske aktiviteter dels ved hjælp af eksempler og cases beskrive og forklare hvordan børn baksler med disse aktiviteter.

Den engelske matematiker Alan J. Bishop (1937-) har formuleret nogle ”fundamentale matematiske aktiviteter”. Alan Bishops fundamentale matematiske aktiviteter er defineret ud fra antropologiske studier. Derfor tager han udgangspunkt i hvordan og hvorfor matematik ser forskellig ud i forskellige kulturer. Alan Bishop ser matematik som kulturelle produkter og stiller spørgsmålet: hvad er matematik et redskab for? - på tværs af kulturer?

Han pointerer at såkaldt primitive kulturer, som ikke har udviklet formel abstrakt matematik, ikke kan siges at have en primitiv matematik, hvor de f.eks. tæller ”en, to, tre, mange”. De udvikler den matematik, de har behov for, fysisk og socialt, ud fra det miljø, de er afhængig af, og det eksistensgrundlag de har. Denne kan være langt mere nuanceret end vestlig matematik. Han understreger at man let overser denne rigdom, hvis man anvender vestlig matematik som målestok.

Alan Bishop skelner mellem matematiske processer og produkter. Han ser matematiske ideer som produkter af nogle processer som han kalder matematiske aktiviteter.

Matematiske idéer er i bund og grund produkter af forskellige processer, og vi kan antage at karakteren af disse produkter kan variere fra en kultur til en anden.

... min søgen må så være efter aktiviteter og processer som leder til udviklingen af matematik. (Bishop, Mathematical Enculturation - A Cultural Perspective on Mathematics Education, 1988, s. 22)(Egen oversættelse)

En af Alan Bishops pointer er at han ikke definerer matematiske aktiviteter ud fra bestemte matematiske idéer, men ud fra de processer som

nødvendiggør udviklingen af matematiske ideer. Han forankrer processerne i praktiske nødvendige aktiviteter i en antropologisk betragtningsmåde.

Aktiviteter betegner her nogle kulturelt nødvendige handlinger, som er generelle, men også meget konkrete. Man kan sige det sådan at de fundamentale matematiske aktiviteter er en fællesnævner for de processer som alle mennesker og alle kulturer har brug for. Processer som producerer forskellige former for matematik. Antropologisk set har hver kultur sin matematik, men alle kulturer har brug for en eller anden form for matematik til at løse de samme grundlæggende praktiske og nødvendige opgaver.

Med aktiviteter menes ikke aktiviteter som har formel matematik som omdrejningspunkt, men nogle nødvendige og universelle kulturelle processer som kalder på udvikling af en eller anden form for matematik. Det er således de fundamentale kulturelle behov, som definerer aktiviteterne og ikke indholdet i kulturens matematiske kulturteknikker og sprog, som svarer på dette behov. Alle kulturer udvikler matematik, fordi der er behov for det, men indholdet i matematikken er forskellig fra kultur til kultur.

Der er, ud fra min analyse, seks fundamentale aktiviteter som jeg argumenterer for både er universelle ved at de ser ud til at blive udført af alle kulturelle grupper, som er studeret, og også er nødvendige og tilstrækkelige for udvikling af matematisk kundskab. (Bishop, Mathematical Education in its Cultural Context, 1988) (Egen oversættelse)

De fundamentale matematiske aktiviteter skal ikke forstås som ”pædagogiske aktiviteter”, men som virksomheder og gøremål, som alle mennesker i alle kulturer på en eller anden måde har brug for, for at kunne orientere sig i og handle i deres liv og i deres kultur. Aktiviteterne kan derfor ses som fundamentale. Det er fundamentale *kulturelle* aktiviteter på den måde at der f.eks. findes forskellige måder at tælle på i forskellige kulturer, men at der findes et fundamentalt behov for at tælle i alle kulturer.

Når børn ordner og forklarer

Begrebet ”matematiske aktiviteter” kan let misforstås i dansk sprogbrug som ”pædagogiske aktiviteter”, hvor pædagoger tilrettelægger aktiviteter med den hensigt at børnene skal lære eller udvikle noget bestemt. I svensk pædagogik anvendes begrebet ”børns matematiseringen”. Det klinger mere af at barnets processer er centrale og giver ikke anledning til de samme misforståelser. Jeg anvender børns ”matematiseringen” synonymt med børns ”matematiske aktiviteter”. Hvis der er tale om en rent voksenstyret aktivitet, vil jeg anvende udtrykket ”matematikaktivitet”.

Når de matematiske aktiviteter er universelle aktiviteter, som er udviklet på ud fra praktisk nødvendighed, kan de også anvendes til udvikling af en pædagogisk forståelse af børns læring af matematik. De matematiske aktiviteter har alle mennesker og alle kulturer brug for. De udvikler sig til forskellige matematikker afhængigt af hvad der er brug for i de specifikke sociale og kulturelle kontekster og de kulturelt oveleverede matematiske kompetencer og kulturteknikker. Når man ser på børns matematiseringen på denne måde, kan man få øje på hvad børn gør, når de bakser med at få styr på deres omverden og når de kommunikerer om det. De kan og ved allerede noget, der er værd at bygge på. Derfor må man betragte børns måde at udføre matematiske aktiviteter på med nysgerrighed og støtte.

Den antropologiske betragtningsskema har nogle pointer, som er væsentlige for pædagogisk praksis:

1. Alle mennesker – også børn - matematiserer, fordi det er nødvendigt.
2. Alle kulturer udvikler matematik, fordi der er brug for den.
3. Når matematik er kulturspecifik, er en bestemt måde at matematisere på ikke per definition den rigtige. De forskellige måder er blot forskellige og mere eller mindre hensigtsmæssige i forhold til sammenhængen.
4. Når børns måder at matematisere på er forskellige fra voksnes måder at matematisere på, så er måden ikke nødvendigvis forkert, den er bare anderledes.

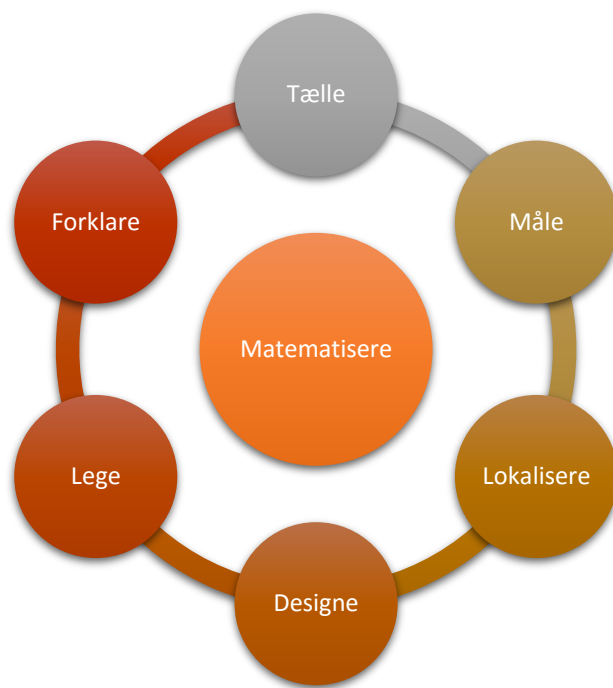
5. På et tidspunkt har barnet brug for at lære sin kulturs matematik, fordi det er nødvendigt at kunne beherske denne kulturteknik for at kunne forstå og gøre sig forståelig. Bishop kalder det ”Mathematical enculturation” (Matematisk indkulturering).

Børnenes matematiseringen i børnekulturen er kilden til udvikling af matematisk forståelse og kunnen for førskolebørn. Men de har også brug for at lære deres kulturs matematiske kulturteknikker. Det pædagogiske spørgsmål er blot hvordan disse to processer kan spille sammen på den mest hensigtsmæssige måde. Tidlig matematik må derfor forstås som en dialektisk mellem børns matematiseringen og konstruktion af viden og færdigheder og deres tilegnelse af kulturens matematik, som den fremtræder i skolefaget matematik. Tidlig matematik må rumme et samspil mellem begge processer.

Alan Bishops matematiske aktiviteter udspiller sig ikke som adskilte aktiviteter, men som bestemte typer af processer, som viser sig og spiller sammen i forskellige situationer. F.eks. når børn leger med legoklodser vil design være central i konstruktionslegen. Men tælling indgår også, f.eks. når der skal findes den rigtige klods med 2, 4, 6 eller 8 knopper på. Der må også indgå logik: ”når jeg gør sådan, så...”.

Alligevel kan det være gavnligt at se på de enkelte matematiske aktiviteter hver for sig, for at få en dybere forståelse af logikken og læreprocessernes særlige struktur i de forskellige kategorier. I følgende figur er matematisering placeret i midten af de 6 matematiske aktiviteter for at illustrere at de alle handler om processen med at skabe orden og forklaring og symbolske teknologier på matematiske måder, eller som Bishop udtrykker det: ”udvikling af matematisk kundskab”.

Figur 4 Matematisering i de 6 matematiske aktiviteter



Til hver aktivitet knytter der sig et grundspørgsmål. Man kan sige at man er i gang med aktiviteten, når man beskæftiger sig med det tilhørende spørgsmål. Disse spørgsmål kan genfindes i selv små børns hverdagsliv enten i voksnes spørgsmål eller i børnenes sprog eller i form af aktiviteter, hvor man kan iagttage at de er optagede af at disse spørgsmål. Derfor kan disse spørgsmål henlede vores opmærksomhed mod hvor børns

matematiseren finder sted i deres hverdagsliv. Sammenhængen mellem fundamentale matematiske aktiviteter, grundspørgsmål og indhold i vores kulturs faglige matematik vises i tabel 1.

Tabel 1 Alan Bishops seks fundamentale matematiske aktiviteter

Matematiske aktiviteter	Definition ¹	Grundspørgsmål	Matematisk indhold i vores kultur ² Eksempler ³
Tælle	Brugen af systematiske måder at sammenligne og ordne diskrete enheder, dvs. adskilte, selvstændige enheder eller dele, eller særlige ord for antal eller navne.	”Hvor mange?”	Talbegreber, talsystemer, tællemåder, regning (de fire regningsarter), ligninger, sandsynlighed, frekvens.
Måle	Kvantificere kvaliteter med det formål at sammenligne og ordne med brug af objekter eller tegn som måleredskaber med tilhørende enheder eller ”måleord”.	”Hvor meget?”	Sammenligning, ordning. Målesystemer og enheder for længde, areal, volumen, tid, temperatur, vægt, værdi m.m. Metersystemet. SI-enheder. Tilnærmelse. Skøn (estimering). Måleinstrumenter.
Lokalisere	Udforske det rumlige miljø og begrebsliggøre og symbolisere dette rumlige miljø med modeller, diagrammer, tegninger, ord eller andre midler.	”Hvor?”	Position, orientering. Det geografiske aspekt af matematik, f.eks. navigering, rutebeskrivelse, korttegnning (længdegrad, breddegrad, højde m.v.). Verdenshjørner (nord, syd, øst, vest). Koordinatsystemer. Geometri. Vinkler. Linjer. Rotation. Spejling.
Design	Skabe en form eller design på et objekt eller enhver del af ens rumlige miljø. Det kan være forbundet med at fremstille en model eller en skabelon for objektet.	”Hvad?”	Egenskaber ved objekter. Form. Mønster. Geometriske figurer og former. Egenskaber ved former. Lignedannede figurer. Kongruens (figurer med ens form og samme størrelse). Proportionsforhold.
Lege	Finde på og deltage i lege og tidsfordriv med mere eller mindre formaliserede regler som deltagerne må rette sig efter.	”Hvordan?”	Modeller, strategier, procedure, forudsigelse, gætning, sandsynlighed, hypotetisk argumentation.
Forklare	Finde måder at gøre rede for/forklare eksistensen af fænomener, det være sig religiøse, animistiske eller videnskabelige.	”Hvorfor?”	Klassificere. Generalisere. Logisk argumentation. Logiske regler, beviser, formler, ligninger, algoritmer, funktioner. Bevis. Symbolske forklaringer i form af figurer: grafer, diagrammer o.l. Matematisk modeller.

¹ (Bishop, Mathematical Education in its Cultural Context, 1988, s. 182-183) (Egen oversættelse)

² De forskellige matematiske discipliner, som er nævnt under faglig matematisk indhold, kan ikke entydigt placeres under én matematisk aktivitet. Men Bishop argumenterer for at de matematiske aktiviteter har bidraget til udvikling af dette matematiske indhold.

³ Eksemplerne er hentet fra Bishop (Bishop, Mathematical Education in its Cultural Context, 1988)

Når børn ordner og forklarer

De seks aktiviteter hører sammen par vis ved at have nogle fællestræk:

Tælle og måle handler begge om at **kvantificere ved hjælp af tal**. Tælling handler om antal af ting – afgrænsede enheder, som kan tælles. Måling handler om ting og fænomener som ikke er opdelt, men er sammenhængende eller udeleligt (kontinuiteter), som man må få hold på ved at anvende målesystemer.

Lokalisere og designe handler om **rumlig strukturering**, men på hver sin måde. Lokalisering handler om hvor ting er *placeret* i rummet i forhold til hinanden, hvorimod design handler om hvordan ting er fremstillet og idemæssigt udformet, om tingens eller konstruktionens *form*, som er frembragt med en hensigt. Processerne lokalisering og design har i vores kultur produceret geometri og korttegning m.fl. som de kulturteknikker der svarer på behovene for at kunne håndtere lokalisering og design.

Lege og forklare handler om at **tænke abstrakt og logisk** og handle ud fra abstrakte tankefigurer. I legen handler og tænker man ud fra et hypotetisk univers. I forklaring søges der efter repræsentationer for sammenhænge og mønstre mellem forskellige fænomener. Her forbindes individet i højere grad med dets sociale og kulturelle omgivelser, hvor de øvrige aktiviteter mere handler om den fysiske omverden. Leg er har at gøre med sociale procedurer og regler for social opførsel. Forklare beskriver de forskellige tankemæssige aspekter af udforskning af og formgivning af begreber og ideer. Dette kan ikke tænkes uden om barnets tilegnelse af kulturelle forklaringssystemer, som barnet er omgivet af.

Tælle

At tælle forudsætter at man opfatter en afgrænset mængde af enheder, som tilhørende en mængde, en kategori. Enhederne skal kunne deles op og udskilles en og en. Og de skal tilhøre en gruppe, som har en eller flere fælles egenskaber eller karaktertræk. Det skal kunne afgøres, om de hører med eller ikke, for at de kan tælles med. Hvordan en mængde defineres, er et underliggende tema bag al tælling. Barnet vælger ud og fokuserer på en helhed som består af et vist antal objekter.

Eksempler på hvordan der i hverdagen kan fokuseres på mængder med fælles egenskaber: Hvor mange er vi i dag? Hvor mange drenge og hvor mange piger? Hvem har rødt tøj på i dag? Hvor mange?

Børn har en medfødt evne til at fokusere på antal og opfattelse af antal op til 3, inden de har tilegnet sig verbalt sprog.

I vores kultur er titalssystemet det helt dominerende tællesystem. Med der findes spor af et tolvtalssystem (Dusin) og et tyvetals-system. F.eks. er ”halvtreds”, en forkortelse af ”halvtredsindstyve” som betyder $3\frac{1}{2}$ gange tyve. Tres eller tresindstyve betyder ”tre gange tyve”. Året har tolv måneder og døgnet har 2 gange tolv timer.

I mange kulturer er der opstået talbegreber og talsystemer som er baseret på tallene 5, 10 og 20. Det skyldes at tælling på fingre og tæer, hænder og fødder, synes at være et almindeligt forekommende grundlag for tælling.

Når børn ser et antal enheder, som hører sammen på en eller anden måde, sker det ofte at de pegetæller dem. Pegetæller indebærer at sige tallene op i tælleremsen samtidigt med at de peger på objekterne, som tælles, så de siger et talord for hver ting, der peges på.

Eksempel 2 Julia pegetæller

Julia (3 år og 9 måneder) bladrer i en bog og fortæller, hvad der sker på billederne. På en af siderne er der syv figurer. Julia peger på figurerne, en for en, samtidigt med at hun siger ”en, to, tre, fire, seks, syv, otte”. (Björklund, 2012, s. 53)(Egen oversættelse)

Typisk forløber tælling først ved at pegetælle, hvor barnet berører tingene samtidigt med at de tæller eller benævner dem på anden måde. Senere kan de nøjes med at pege hen mod tingene, en for en, uden at berøre dem. Senere tæller de med blikket ved at fæstne blikket på tingene en og en, mens de tæller dem. Først tæller de højt ved at sige talordene højt. Senere begynder de at tælle ”indenad” – tæller uden at sige tallene højt. Mønstret i denne læring beskrives sådan at de først bruger handling og sanser: fysisk

Når børn ordner og forklarer

berøring og at sige talordene højt og høre dem, som stillads for tællingen. Efterhånden som de bliver sikre i at tælle kan de gradvist slippe brugen af handling og sanser som hjælp til tælling, og tælling bliver en mere og mere tankemæssig operation.

Berøring, pegetælling og blikktælling illustreres i dette eksempel.

Eksempel 3 Forskellige tællemåder

Vi er på tur til Haraldstøtten i Haugesund. Den består af en stor gravhøj med en bautasten på toppen og mange mindre bautastene rundt om gravhøjen. Vi står på toppen, og jeg siger: "Hvor mange sten er der nederst?" Kristoffer (5 år) løber ned og berører hver sten mens han siger talordene højt. Maria (7 år) bruger fingeren og tæller højt hvor hun står. Ashjørn (voksen) tæller ved at flytte blikket mens han bevæger læberne. (Solem & Reikerås, 2008, s. 133) (Egen oversættelse)

Tælling behøver ikke nødvendigvis kun at udføres ved hjælp af tal. Det kan også være opremsning af ugedage, måneder og andre remser som anvendes efter tælleprincippet. Eksempel fra garderoben, hvor fingrenes navne bruges til tælling:

Eksempel 4 Anna tæller med fingerremsen

Jonna (voksen) hjælper Anna (2 år og 4 måneder) med at tage tøj på. Først får hun en uldsok og en sko på.

"Hvor er min bue?" spørger Anna.

"På hovedet!" Svarer Jonna.

Anna og Jonna ler. Hun har allerede buen på hovedet.

Så får hun den anden uldsok og den anden sko på. Når de kommer til vanterne, bliver Anna ked af det, fordi de ikke passer.

"Nu skal du stikke fingeren ind her ... tommeltot, slikkepot... der var alle fingrene på plads!" siger Jonna og hjælper Anna med at få alle fingrene på plads på ret plads i vanten.

"Se!" råber Anna og viser sin hånd frem med vanten på.

"Se, så godt det gik!" siger Jonna og hjælper Anna med at få den anden vante på.

"Nu er alle fingrene indeni," siger Anna, mens hun ser på begge sine hænder og siger "tommeltot, slikkepot, langemand, guldbrand."

"Ja, netop!" bekræfter Jonna.

(Björklund, 2012, s. 47) (Egen oversættelse)

Regning med hele tal er nært knyttet til tælling. Det kan være i spil med terninger, hvor øjnenes værdi tælles sammen. Når man skal repræsentere et antal, kan man opfatte og repræsentere det i grupper.

5 bamser kan f.eks. repræsenteres med 5 streger. Man kan sætte en streg for hver bamse.

Man kan også se dem som:

1 og 4

2 og 3

2, 2 og 1

Her kan man se at opdelingen i grupper viser sammenhængen mellem tælling og addition.

Børn kan også påpege at der mangler et vist antal dele, som i dette eksempel:

Eksempel 5 Anna bygger med Lego

Anna (2 år og 4 måneder) og Martina (voksen) sidder på gulvet og bygger med Lego. Anna har en legoklods med tre knopper på.

Når børn ordner og forklarer

På den ene knop sidder der en blomst. "Hvor er der flere blomster?" spørger Anna, og peger på de to tomme knopper, en efter en. Martina finder en blomst. "Her fandt jeg en til," siger Martina. Anna trykker blomsten fast ved siden af den første. "Hvor er en til?" Spørger Anna. Anna og Martina finder ikke flere blomster. (Björklund, 2012, s. 52)(Egen oversættelse)

Anna ser ud til at være bevidst om at der mangler to blomster for at fylde den helhed ud, som hun havde tænkt sig. Hun konkretiserer sin ide ved at pege på de knopper, som endnu ikke har nogen blomster, og siger også at der mangler blomster. Ved at markere delene så tydelig bliver det synligt, hvordan Anna erfarer at dele danner en mængde af et nøjagtigt antal dele. Samtidigt kan hun "påpege" at der mangler to blomster. Man kan se dette som subtraktion: 3 minus 2 er 1.

Hvis man spørger et barn i alderen omkring skolestart om hvad det ved om "syv", så kan man få sådanne svar:

- At jeg mangler tre for at komme til ti.
- At der er to mere end femmeren. (Jeg har to for mange)
- Jeg ser det er syv, fordi det er tre og fire (eller fordi det er tre og tre og en, eller det næsten er fire og fire. Tre og fire til er lige så mange som fire og tre til.) (Johnsen Høines, Om barns talbegrebsudvikling og om betydningen af hvordan vi tænker om den, 1996) (Egen oversættelse)

Børn vurderer størrelser og finder "pejlemærker", en opdeling i grupper som reference for tælling. Nogle bruger femmere og tiere som pejlemærker, andre bruger særligt treere og firere. Måske bruge de tretalssystem og firtalssystem i stedet for titalssystemet?

I spil med terninger bliver børn også udfordret til at tælle, tælle antal øjne sammen på flere terninger. Her kan de tælle sammen med tælleremsen og lære at koble tælling til at lægge antallene sammen, efterhånden som de opfatter billeder af "treere" og "firere" som et samlet billede, de umiddelbart aflæser.



Eksempel 6 Terningspillet "Regn med fætter bjørn"

Regn med fætter bjørn er et terningspil som indeholder basal regning. Brættet indeholder en bane, som skal gennemløbes med en bjørnefigur. Banens felter går fra 1 op til 12 og ned igen til 1. Det spilles på denne måde: Slå tre terninger og bjørnefigurer flyttes til det felt som øjnene viser på en af terningerne eller på

Når børn ordner og forklarer

flere af terningerne, når de lægges sammen. Senere kan spillet udvides med flere af de fire regningsarter.

Vores søn var vild med at spille. Han fandt hurtigt ud af at det bedste slag var en ener, en toer og en firer. For så kunne man flytte helt hen til 7 i ét slag: 1, og så 2, 3 (1+2), 4, 5 (4+1), 6 (4+2) og til sidst 7 (1+2+4). Han lærte at regne med fætter bjørn, fordi han var så glad for at spille, og at vinde. (Eget eksempel)

Måle

Måling drejer sig om at sammenligne nogle egenskaber, som værdi og betydning. Egenskaber som afstand, vægt, værdi, tid, rumfang o.l. kan ikke tælles, fordi der her ikke er tale om tællelige enheder, men om ”utællelige” mængder. Derfor må der udvikles målemetoder og måleenheder, som kan bruges til at sammenligne mængder og ordne dem i forhold til hinanden. Her kan der anvendes tal, men sproget rummer også ord for sammenligning som hører til måling, f.eks. større end, mindre end, længere end, kortere end, tungere, lettere o.l.

Når man spørger børn om hvor gamle de er, kan de f.eks. svare ”næsten 4 år”. Og så ler de voksne måske. Alder er en måling af tid. Men vi har en konvention om at ”hvor gammel man er” udtrykkes ved det antal hele år, man har levet. Man ”tæller” hele år. Men det er egentlig mere logisk at måle alder. Når det er længe siden at man fyldte fem år, så er man mere end fem år og måske nærmere seks år, hvis man afrunder. Dette eksempel viser at tælle og måle har to logikker, selvom der anvendes tal i begge aktiviteter.

Sammenligning er den grundlæggende aktivitet i måling.

Eksempel 7 Sammenligning og måling på legepladsen

Børnene leger på legepladsen og begynder at undersøge bildækkene som ligger der. Sammen vil de bygge et højt tårn med dækkene og spørger pædagogen om hvordan de skal gøre. Pædagogen lader børnene tænke selv, og et af børnene begynder at løfte dæk og siger at det er tungt. Et andet barn kommer og hjælper hende med at

løfte det op. Da det bliver for højt til at børnene kan nå op, beder de pædagogen om hjælp. Børnene begynder at tælle dækkene og sammenligne deres egen højde med tårnets højde og kommer frem til at de næsten er lige høje. (Helenius, Johanson, Lange, Meaney, & Wernberg, 2016, s. 108-109)(Egen oversættelse)

Højden på tårnet udtrykkes både gennem en sammenligning med børnenes egen højde og ved at tælle antallet af dæk. Børnenes egen højde udtrykkes også ved sammenligning med bildækkene. At udtrykke et mål på et objekt ved hjælp af sin egen krop er naturligt for børn. Her kan vi se at det ikke altid er selvfølgelig hvad det er, der skal måles, og hvad der er måleinstrumentet. Det handler om at sammenligne, og i den sammenhæng er objektet ikke i sig selv vigtigt (Helenius, Johanson, Lange, Meaney, & Wernberg, 2016, s. 109).

Måling beror endvidere på at udskille de egenskaber, der er relevante at sammenligne.

Eksempel 8 Udskille egenskaber for sammenligning

Tobias kommer og siger til pædagogen: ”Jeg ikke kan forstå at Viktor er større end mig, når jeg kan se hen over ham”. De snakker om hvad ”større end” betyder. Viktor er ældre end Tobias, men Tobias er højere end Viktor. Større end kan også henvises til, hvem der vejer mest.

Det upræcise hverdagsbegreb ”større end” kan dække over egenskaberne højde, alder og vægt. Den egenskab som har betydning og skal måles, skal først udskilles, før den kan sammenlignes. Sammenligningsord hører med i aktiviteten måling, f.eks. højere, lavere, større end, mindre end, længere kortere, tungere, lettere, og de er knyttet til hver deres egenskab. (Eget eksempel)

Tid er mere abstrakt at måle end objekter, som er fysisk til stede. Timer, dage, uger og måneder kan ikke ses. Måling af tid læres ved at børn lærer at forbinde kropslige erfaringer med tidsbegreber. Udtryk som ”når du har sovet tre gange, så kommer jeg hjem igen” knytter an til noget som barnet

Når børn ordner og forklarer

gør, en hverdagsrytme. Begrebet tre dage er mere abstrakt, selv om det betyder det samme.

Man kan give børn en oplevelse af hvor lange tidsenheder er, ved f.eks. at prøve hvor mange gange man kan hoppe på ét minut. Eller man kan lave et solur på legepladsen ved at slå søm i en trækævla, et stort i midten og ét ud for skyggen for hver time, og skrive tal på. Eller man kan se på klokken sammen og se hvor viserne står, når det er madpakketid o.l. Oplevelsen af tid og målte tidsenheder er ikke sammenfaldende. Tiden kan gå langsom eller den kan gå hurtigt. Dette er også en god erfaring at få med sig.

Når sammenligning bliver til måling skal den egenskab, der skal måles, udskilles, og der skal udvikles passende måleenheder og en skala. Måleenheden i eksemplet ovenfor er skalaen for måling af børns højde her antal dæk. Måleenheder og skalaer kan børn selv udvikle ud fra situationen. Her får de erfaringer med måleprocessen og hvilken funktion enheder og skalaer har ved måling. Eksakt måling er ikke så væsentlig i denne henseende. En krokodille kan være tre ”fire-Lego” og en ”to-Lego” lang. Det vigtige er at børn erfarer at enheder kan sættes sammen, skilles ad og kombineres på forskellige måder, og store enheder kan deles op i mindre. F.eks. 3 teskefulde svarer til 1 spiseskefuld. Der går ca. 7 spiseskefulde til en deciliter, og 10 deciliter til en liter (Helenius, Johanson, Lange, Meaney, & Wernberg, 2016, s. 113).

En vippe fungerer også som en vægt. Hvor mange børn skal der op på den ene ende af vippen for at vippe en voksen på den anden ende af vippen op i luften? Her foretages en konkret sammenligning af vægt, med en voksens vægt som måleenhed.

Sideløbende med erfaring med måling og sammenligning stifter børn bekendtskab med deres kulturs måleenheder, skalaer og måleinstrumenter. Her er det vigtigt at inddrage gængse måleinstrumenter sammen med børnene i hverdagen: termometeret, vægte, målebånd, linealer, målebægre, ure, kalendere osv.

Måling og målesystemer har i mange kulturer udviklet sig med kroppen og kroppens bevægelse som måleenheder. F.eks. alen, tomme, fod,

håndsbredde, mandshøjde, men også dagsrejse, hørevidde og stenkast. Mål for rumfang har refereret til beholdere som har været brugt i hverdagen: kopper, skefuld, spande, tønder. De gamle måleenheder var forskellige fra sted til sted og fra land til land. Der er en klar lighed mellem gamle måleenheder og børns måling ved hjælp sammenligning med deres krop.

I vores kultur er der i den naturvidenskabelige tidsalder udviklet måleenheder, som er konstante og klart definerede, SI-systemet og metersystemet, som har syv basisenheder for hhv. længde (meter), masse (kilogram), tid (sekund), elektrisk strøm (ampere), termodynamisk (eller absolut) temperatur (kelvin), lysintensitet (candela) og stofmængde (mol).

Måleredskaber som er pålidelige og måler korrekt, har sine fordele, når det er hensigtsmæssigt at måle præcist. Men målinger, som er foretaget med instrumenter, har den pædagogiske ulempe at instrumentets måling afkobles fra den umiddelbare erfaring med sammenligning og fra egne sansindtryk. Et pulsur viser et tal. Når man tæller pulsslæg med fingrene, mens man ser på et ur, giver det en kropslig erfaring med hvordan der er at have en puls på 150. Her udtrykker tallet en oplevelse i en kontekst.

Et andet eksempel kan være måling af tid. På et mekanisk ur kan man se viserne flytte sig. Det kan man ikke på et digitalt ur. På et solur er bliver koblingen til opdelingen af dagslængden i forhold til solens gang umiddelbar. På en skålvægt kan man se hvordan målingen finder sted, men ikke på en digitalvægt. Måling med et målebånd er lettere at forstå end måling med en laser afstandsmåler. Det er værd at overveje hvilke måleredskaber, man stiller til rådighed for børnene i børnehaven med hensyn til om de giver børnene umiddelbart forståelige erfaringer med måling. Nogle har større pædagogiske fordele end andre. Måling med redskaber giver lettere erfaring, hvis de modsvarer børnenes kropslig erfaring og egne iagttagelser. F.eks. ”vejer” man ting i hånden og kan gætte på om to ting er lige tunge eller hvor meget de vejer. Når jeg f.eks. hælder vand i kanden til morgenkaffe kan jeg næsten altid ”mærke”, hvornår der er 1 liter i kanden. Den kropslige erfaring giver også personlig dømmekraft og vurderingsevne f.eks. til at skønne vægt, tid, afstand o.l.

Når børn ordner og forklarer

”Værdi” kan måles i guld og sølv eller i penge. Tidligere havde børn mønter og sedler i hænderne. Nu er penge i høj grad blevet digitale, og ”lege købmand” bliver måske mere leget med ”betalingskort”. Disse penge er mere abstrakte end fysiske pengesedler og mønter, selvom de også blot er symboler for værdi. Men bytteværdi kan dukke op på andre måder. Da vores søn gik i børnehave var Pokemon på mode og børnene byttede Pokemonfigurer. Men ikke alle figurer var lige meget værd. 2 figurer kunne godt byttes for 5, hvis de var sjældne og måske endda ”legendariske”. Måling af værdi har således også et konkret udgangspunkt, også hvor penge er blevet digitale.

Lokalisere

Kernen i at lokalisere handler om sin egen placering i rummet, i forhold til ting i rummet: ”hvor er jeg i forhold til...” For børn handler det grundlæggende om erfaringer med kroppens placering i rummet ved at bevæge sig i rummet. Børn lærer dette ved at bevæge sig, bruge kroppen i forhold til en aktiv udforskning af *hvad de kan* i deres rumlige omgivelser.

Små børn bruger deres egen krop som et redskab til reference i udforskning af omgivelserne. Barnet vurderer samtidigt rummet og vurderer om de kan udføre en handling eller ikke.

Eksempel 9 Emanuel udforsker siddepladser med kroppen

Emanuel (2 år og 3 måneder) sætter sig på en lille stol. Han går straks videre til vinduet, hvor han forsøger at sætte sig i vindueskarmen, men glider ned. Han vender sig og klatrer op i karmen, sætter sig og går derefter tilbage til de små stole. Emanuel går til dukkekrogen og sætter sig på en bänk.

*”Jeg vil sidde her... jeg kan ikke være her,” siger Anna.
Emanuel flytter sig lidt til siden og klapper på den*

bænkeplads, som nu er ledig ved siden af ham.
(Björklund, 2012, s. 63) (Egen oversættelse)

Emanuel prøver forskellige stole og siddepladser på afdelingen. Nogle er lette at sætte sig på, nogle er smalle, og på nogle er der plads til flere børn på en gang. Han udforsker og erfarer med sin krop og måler pladsen med sin krop, vurderer pladsbehov i forhold til om det lykkedes ham at sætte sig og oplevelsen af siddepladsen.

Gennem denne læring lærer de både noget om deres omverden, og de lærer at bruge deres krop og udvikler deres sanser, særligt den kinæstetiske sans.

Kinæstetisk sans, opfattelsen af kroppens bevægelser, position, vægt og kraft gennem sansning fra muskler, sener og led. Den kinæstetiske sans og sansningen af balance fra det indre øre arbejder her i et nært samvirke. Herved foretages en løbende kontrol og koordinering af legemets aktivitet i rummet. Menneskets aktive undersøgelse af sig selv og sine omgivelser lige fra spædbarnsalderen er en forudsætning for udvikling af den kropslig-kinæstetiske kompetence.⁴

Erfaringer med placering handler også om at kunne finde vej, lægge mærke til pejlemærker og skabe en indre model for det. Når børn begynder at hente noget i rummet ved siden af på en bestemt hylde, så viser de at de kan lokalisere. At finde vej på legepladsen eller i skoven handler om at blive kendt med tingene og landskabet og at kunne læse og huske det. Når børn f.eks. tegner legepladsen eller deres hus, så er de i færd med at skabe et udtryk for hvordan de lokaliserer, hvad de lægger mærke til og hvor tingene er placeret. Se eksempler i afsnit kapitel 4 afsnit B3.

Rumopfattelsen opstår ved at bruge kroppen i en vekselvirkning mellem indtryk og udtryk og gennem gentagne erfaringer.

4

[http://denstordanske.dk/Krop, psyke og sundhed/Psykologi/Psykologiske temaer/kin%C3%A6stetisk sans](http://denstordanske.dk/Krop,_psyke_og_sundhed/Psykologi/Psykologiske_temaer/kin%C3%A6stetisk_sans)

Når børn ordner og forklarer

Eksempel 10 Remi finder vej hjem

Remi (snart 4 år) har været ude og leget på boligforeningens legeplads med sine venner. Han er sulten. Han vil op og have mad. Legepladsen ligger foran boligblokken. Remi må gå rundt om huset, ind ad den tredje dør fra hjørnet, op ad trapperne, forbi Olsen, Berntsen, Karis familie, stoppe op ved døren til lejligheden, stå på tæer, strække armen efter dørhåndtaget, åbne døren, lukke døren. Så råber Remi "Jeg er sulten!" (Fosse & Munter, Geometri og små barn - hva er det?, 1996) (Egen oversættelse)

Remi kan finde frem. Han har holdepunkter og strategier til at orientere sig med. Han ved hvilken retning, han skal gå i. Han bruger målestrategier ved at tælle fra hushjørnet. Han har gået denne vej mange gange og behøver ikke at tænke over det længere (Fosse & Munter, Geometri og små barn - hva er det?, 1996). Rumopfattelsen er blevet til en tavs rumlig erfaring gennem mange gentagelser.

Det symbolske plan i lokalisere består af at begrebsliggøre og at symbolisere ved hjælp af billeder og lignende. Sproget har mange ord som beskriver hvor noget er placeret. Begreber for lokalisering finder vi i placeringsord eller forholdsord: over, under, ved siden af, bag ved, i, på, til højre og til venstre, m.fl. Børn lærer tidligt og ord som udtrykker placering, der er baseret på umiddelbar kropslig erfaring. F.eks. ordene *op* og *ned*. Barnet løftes op og sættes ned mange gang på en dag. Erfaringen er både en social erfaring og en fysisk erfaring med tyngdekraften. Ord som referer til kontakt og nærhed: i, på, under, ved siden af, imellem og indtil, læres lettere end ord som er mere abstrakte. Foran og bag ved læres lettere en højre og venstre fordi kroppen er symmetrisk. Der er store forskelle på kroppens forside og bagside, derfor er det lettere at lære begreberne for og bag. Øjnene er rettet fremad, og begreberne kan knyttes til forskellige fysiske kendetegn (Helenius, Johanson, Lange, Meaney, & Wernberg, 2016, s. 68).

Evnen til at rumlig orientering udvikles ved hjælp at den kinæstetiske læring og udvikling af indre billeder og "landkort", og efterhånden med øvelsen i at tegne og beskrive rumlig placering. De indre billeder bliver til repræsentationer i form af ydre billeder eller modeller. Større børn kan f.eks.

tegne skattekort. En tegning er en symbolsk repræsentation af en lokalitet, et sted, et landskab. I forhold til lokalisering kan processen gå begge veje: fra tegning til "landskabet" og fra "landskabet" til tegning. Eller i eksemplet med skattekortet: den som tegner skattekortet fremstiller en symbolsk repræsentation og de børn som skal finde skatten anvender kortet til at finde skatten med.

Ifølge Alan Bishop hører placering i tiden hjemme under lokalisering. Man kan forstå det som placering i tid, om grundspørgsmålet "hvornår?", som "hvor i tiden?" Begreber som: i går, i dag, i morgen, nu, da, før, altid, aldrig, længe siden, om lidt, straks, i år, sidste år, næste år m.fl. hører til lokaliseringsbegreber, når man taler om tid.

Design

Design handler om menneskeskabte former, figurer og mønstre. Design kommer i spil, når børn f.eks. bygger med klodser, bygger huler, pynter lagkager, klipper gækkebreve og bygger sandslotte. Design er også på spil i hverdagsrutiner, når opvaskemaskinen skal fyldes og bordet skal dækkes.

I den følgende episode planlægger Erik sin aktivitet ved verbalt at udtrykke, hvad han har til hensigt at gøre. Det virker som om han har en ide om hvilke brikker, som skal lægges før andre, og han bruger begreberne for at synliggøre rækkefølgen.

Eksempel 11 Erik bygger med klodser

Erik (2 år og 1 måned) sidder og bygger med klodser.

"Nu tager jeg gule først, så tager jeg andre gule," siger han og sætter klodserne sammen.

"Sådan, nu tager jeg røde," fortsætter Erik, og sætter den røde klods indtil de andre.

"Og så den," siger han så, og tager endnu en rød klods.

"Og den," siger han og tager endnu en gul klods. (Björklund, 2012, s. 160)(Egen oversættelse)

Når børn ordner og forklarer

Erik har åbenbart et klart billede af hvilken rækkefølge klodserne skal sættes sammen i, og han giver til og med udtryk for den rækkefølge, han tænker sig. At skabe et billede af det mønster, han tænker sig, og derefter konkretiserer i bygningen, er en form for matematik som genkendes fra mange byggeaktiviteter. (Björklund, 2012, s. 161-162)

At designe indebærer at bevæge sig mellem den konkrete formgivning og "ideen" om formen, konceptet eller modellen. Denne kan være "tænkt" som i Eriks bygning med klodser, eller den kan være i form af en tegning eller en model af det objekt, som er skabt eller skal skabes. På denne måde er der i designprocessen både et symbolsk plan og et konkret plan. Derfor er design ikke blot fremstilling af ting, men virkeliggørelsen af en "mental skabelon", en menneskeskabt form med en hensigt, et formål, en funktion.

Det kan f.eks. være at bygge en Lego figur ved at se på samleanvisningen. Her går bevægelsen fra tegningen eller billederne af figuren til selve figuren. Bevægelsen den modsatte vej kunne f.eks. være, når et barn tegner den hule, det lige har bygget.

At designe indeholder også meget andet end matematiske aspekter. Symbolik og æstetik som symbolsk kommunikation kan langt bedre forstås ud fra humanistiske fag end ud fra matematik. Men begge forsøger, på forskellige måder, at forstå og forklare det symbolske. Men i det før-faglige design er der ikke en adskillelse mellem sådanne fagperspektiver, fordi det netop ligger før de faglige opsplittings. Her handler det om at skabe en form, slet og ret.

Lege og spille

Leg er et fænomen, som er vanskeligt at definere, da det indeholder så mange facetter og fortolkes ret forskelligt i forskellige kulturer og faglige traditioner. I Danmark er forståelsen af leg i høj grad præget af en reformpædagogisk tankegang, hvor børns "frie leg" ses som den ideelle leg. Voksenindblanding skal helst undgås, da det ødelægger børnenes leg, når voksne blander sig. Her er der stor forskel på leg og spil, fordi der er faste regler i spil.

Det matematiske aspekt i leg, på tværs af forskellige forståelser af leg, handler om at følge aftalte regler og følge disse regler i legen. I legen aftales reglerne mellem deltagerne. De kan derfor ændres undervejs gennem forhandling. I spil er reglerne givne på forhånd. Der er forskel på leg og spil, men begge er kendetegnet ved at der følges regler. Derfor hører spil og leg til samme matematiske aktivitet.

Bishop tænker det sådan at leg udvikler spil, som en slags formaliseret leg. Bishop anser leg som en yderst vigtig aktivitet for matematisk udvikling (Bishop, *Mathematical Enculturation - A Cultural Perspective on Mathematics Education*, 1988, s. 48).

Spil og leg er en social aktivitet som er anderledes end andre sociale aktiviteter. Deltagerne bliver spillere og kan deltage, når de godtager at følge spillets regler og lægge "normale" regler bort. Sådant set ophæver man traditionel moral, for nu gælder kun spillets egne normer (Sando, 2004).

Bishop tænker at dette er grundlaget for hypotetisk tænkning, som er vigtig inden for matematikken. Er leg et første skridt til at distancere sig selv fra den fysiske virkelighed for at kunne reflektere og måske tænke sig hvordan man kan ændre virkeligheden? Han mener at finde bekræftelse på dette hos Vygotsky som siger at legen er vigtig for barns udvikling på den måde at "action and meaning can become separated and abstract thinking can thereby begin" (Handling og mening kan blive adskilt og abstrakt tænkning kan dermed begynde). Den matematiske essens i leg er altså den hypotetiske tænkning som muliggøres ved at man kan stilles sig ved siden af virkeligheden og modellere den eller tænke sig alternativer til den. En hypotese er jo netop en gætning, som man så prøver at få tjekket om er korrekt (verificeret). Men før hypoteserne kan bekræftes, må man måske prøve en mængde gæt før man træffer tilstrækkelig godt (Sando, 2004).

Den formaliserede leg, spillet, er bundet op på regler som må følges. Dem, som spiller et spil, må udtalt eller stiltiende underkaste sig spillet regler, ellers sætter man sig uden for spillet, man snyder, eller spillet bryder sammen. Ingen vil spille med den som ikke følger reglerne. At bruge matematik handler også om at følge visse regler som ligger der på forhånd. Reglerne er selve kernen i både spild og matematik (Sando, 2004).

Når børn ordner og forklarer

Leg udvikler bl.a. kompetence til at:

- tænke hypotetisk, og dermed abstrakt
- tænke strategisk
- gætte og forudsige
- tilegne sig og følge regler
- ændre regler gennem forhandling
- gøre fantasier konkrete
- planlægge

Disse kompetencer udvikler ikke blot matematisk kompetence, de udvikler også f.eks. sociale, kulturelle og æstetiske kompetencer.

Legen som matematisk aktivitet indebærer at:

- finde på og/eller følge mere eller mindre faste regler.
- tænke og handle hypotetisk og dermed at tænke abstrakt
- forudsige hvad sker der hvis....

At opstille og følge regler som matematisk aktivitet genfindes i faglig matematik i algoritmer, i programmering og i matematiske modeller for hvordan et fænomen opfører sig. F.eks. kan en computer programmeres til at spille skak. Her skal reglerne for hvordan brikkerne må flyttes blot indkodes, da de er entydige. En algoritme kan beskrives som en opskrift på løsning af et problem, som følger klare regler.

Det hypotetiske:

”Hvad nu hvis...?”

”Hvis du slår en sekser, så må du slå igen.”

”Hvis du var moren i lege, så var jeg faren.”

”Hvis jeg er kaptajnen, så er jeg sådan og sådan, og så skal jeg gøre sådan og sådan.”

Tidlig legeforskning fokuserede på hvad der sker i børns ”dybe leg”, hvordan børn agerer i legen og udfolder legetemaer. Senere legeforskning ser legen som en vekselvirkning mellem forhandling *om legen* (og *iscenesættelsen af legen*) og handlingen *i legen*. De ser begge dele som leg. Dette er også mere i overensstemmelse med børns egne opfattelse af, hvad leg er (Andersen & Kampmann, 1996).

Legen er lige så vel at lege med rammerne, som på dem og inden for dem. Det ene øjeblik er det ”teksten”, der er i centrum, det næste ”konteksten”. Legens kommunikative spil ”springer” konstant mellem replikker knyttet til ”rollerne” i den scene, der fortløbende bygges, nedbrydes og forandres, og ordvekslinger, hvor der forhandles, instrueres, regiseres, konstrueres manuskripter, improviseres, spilles – og kigges på. (Andersen & Kampmann, 1996, s. 80)

Typisk taler børn i nutid, når de markerer at de befinder sig ”i legen”, og i datid, når de forhandler ”om legen.”

Eksempel 12 Forhandling og iscenesættelse af leg

En dreng og en pige leger i institutionens dukkekrog. Skulle vi ikke sige, at jeg lavede mad til dig, foreslår pigen drengen. Vi skulle have spejlæg, svarede han. Hvor er stegepanden henne, spørger pigen. Den skal vi bruge. Hun stirrer opgivende på drengen og på legetøjet i dukkekrogen, der er blevet til døde ting. Her er en stegepande, siger drengen og rækker hende låget til botten med modellervoks. Den kan vi godt bruge. Ja, siger pigen og lægger den på komfuret. (Rasmussen, Legetøjets virtuelle verden - essays om legetøj og leg, 2001, s. 21-22)

I forhandling om legen etableres et legerum, som både er fysisk og psykisk. ”Skulle vi ikke sige at den gang i legen, så tog vi ud på en øde ø?” Så aftales det fysiske legerum: hvad der skal leges med, og hvor der skal leges. Den store sten bliver til den øde ø. Legevognen bliver til en robåd. Det psykiske legerum etableres ved at rollerne identificeres og fordeles. Dette kan man kalde *iscenesættelsen* af legen, som vel at mærke er en del af legen.

Når børn ordner og forklarer

Så slår de over i nutid, når de ror ud mod den øde ø. Og så skal børnene spille deres roller som ”kaptajn” og ”opdager” eller ”udkigspost”. Der er et spillerum for, hvordan rollen kan udfyldes, men der er også nogle sociale forventninger til, hvad man kan og ikke kan, når man har en given rolle. Legen tematiserer dermed også sociale roller og regler, ikke i form af et manuskript, men i form af grænser. Identificeringen med rollen og udfyldelsen af den indebærer at rolleindehaveren må leve sig ind i rollen og prøve at gøre, som man tror og mener, man kan og skal gøre, når man indtager denne rolle.

Når et legetema er udspillet, eller hvis en af deltagerne får en ide til udvikling af legen, så slår de over i datid og aftaler ”en ny omgang” i legen.

Regler og rammer er til forhandling. Børnene skal følge dem ”i legen”, og hvis de ikke følges eller skal ændres, så skiftes til kommunikation ”om legen”, hvor der skal argumenteres for ændringer.

Legens form medfører, at forskellige perspektiver kan mødes, uden at store konflikter opstår, netop fordi situationen er defineret som leg. Samtidigt indebærer legen, at der kommunikeres på to niveauer. Det ene er et meta-niveau, hvis tema er det, der sker i legen, og kommunikation om legens rammer og kontrakter. For eksempel bliver to børn, der leger med biler, uenige, fordi den ene kører for hurtigt og kører uden for vejen og ødelægger noget af vejen, der er bygget. Han afviser anklagen med henvisning til, at hans bil altså kører så hurtigt. Den anden henviser så til legens rammer: biler kan ikke køre uden for vejene. Debatten kommer herefter til at dreje sig om, hvad biler kan og eventuelt skal kunne i denne leg. Der må, med andre ord, argumenteres ud fra visse rammer, ikke bare med, at man vil noget forskelligt. Hvis man for eksempel hævder at have en bil, der kan flyve, argumenterer man for ændring af legens rammer. (Frønes, 1994, s. 184)

Disse spring mellem kommunikation om legen og i legen understøtter, at børn over sig i at tænke og handle hypotetisk, når de leger. De handler symbolsk, når de forhandler rammerne omkring legen og indhold og struktur i legen.

Forholdet mellem ”den virkelige verden” og ”legens verden” er ikke éntydig. Relationen er teoretisk set kompleks og mangetydig og ivrigt omstridt i legeforskningen. De fleste børn har ikke vanskeligt ved at adskille de to. De ved hvornår de leger, og hvornår de ikke leger. Der kan i legeforskningen indkredses to opfattelser af relationen mellem ”leg” og ”virkelighed”.

I den ene ses legen som en afspejling af ”det virkelige”. Børn imiterer voksenverdenen og legetøjet repræsenterer voksenting. De bearbejder gennem legen nogle aspekter af den omverden de møder, både deres fysiske omverden og deres sociale omverden.

Nogle forskere peger på at børn bearbejder oplevelser og erfaringer gennem leg. Oplevelser, der kan have været problematiske eller uforståelige for barnet, dukker op som legetemaer. Det kan f.eks. være at barnet leger sygehus efter at have været indlagt.

Leg kan forstås som symbolsk aktivitet, hvor børn agerer i en ”som om”-verden, som relaterer sig til (afspejler og bearbejder) den fysiske og sociale verden, som børnene er i færd med at finde ud af, forstå og finde sig til rette i (The Development of Play, kapitel 5). Man kan forstå legens univers som et hypotetisk univers, som mere eller mindre er en model af noget i den fysiske eller sociale verden, som ikke tilhører legens univers.

Legetøj og andre ting symboliserer noget ”virkeligt”, f.eks. symboliserer stenen den øde ø og legevognen skibet. Rollerne symboliserer virkelige sociale roller, ”lægen”, ”kaptajnen” o.l. Man kan sige at børn i legen bearbejder visse aspekter af virkeligheden i en forenklet og symbolsk form, i en slags legemodell.

I den anden opfattelse af leg lægges der vægt på at legens verden ikke blot kan ses som en sådan repræsentation af ”den virkelige verden” (Rasmussen, Legetøjets virtuelle verden - essays om legetøj og leg, 2001). Legen ses som mulighedernes verden, som har sin egen fortryllelse, der også er virkelig. I voksenverdenen er tingene beregnet til noget bestemt. Hammeren er til at slå søm i med. I legen kan muligheder blive til. Tingene ses med mulighedsbriller: hvad kan de bruges til i legen? Her bliver tingene

Når børn ordner og forklarer

flertydige: en pind kan blive til et sværd, når den inddrages i legens fortælling og handling. Den kan også blive til meget andet. Tingene fremtræder ikke neutrale. De udtrykker noget, som barnet kan gribe og bruge i legen (Rasmussen, Legetøjets virtuelle verden - essays om legetøj og leg, 2001). Når børn leger, finder de muligheder, de vælger nogle og aftaler og forhandler, hvordan legen skal foregå. Når de gør det, opbygger de og ”flytter ind i” og handler i et hypotetisk univers.

I den første tilgang vil man sige at børn gennem leg forsøger at få orden på deres omverden. I den anden skaber børn en orden i legens univers, som ikke nødvendigvis repræsenterer noget uden for legens univers. Forskellene på de to forståelser har ikke den store betydning i legen som matematisk aktivitet. Hypotetisk handling med regler er på forskellige måder centrale i begge forståelser.

Det er vigtigt at understrege at legen bærer meningen i sig selv. Børn leger ikke for at lære eller for at ”få styr på verden”. De leger for at lege, ikke for at lære. Læring, herunder at få orden og mening, opstår som en afledt effekt af legen, en medlæring, som ikke indgår i legemotivet. Leg er ikke tidlig matematik. Leg er leg. Men leg indeholder et matematisk aspekt, når man ser på det forhold at der handles efter regler. Reglerne i legen har to dimensioner: læring om den fysiske omverden, f.eks. i konstruktionsleg med materialer, design og lokalisering, og læring om den sociale omverden med sociale roller og regler.

Forklare

Ifølge Bishop indtager aktiviteten ”forklare” en særstilling i forhold til de øvrige:

Den sjette og sidste ’universelle’ aktivitet kalder jeg ’forklaring’, og det er denne aktivitet som løfter menneskelig tænkning op over det niveau, som er forbundet med blot erfaring af omgivelserne. Den fokuserer opmærksomheden på de aktuelle abstraktioner og formaliseringer i sig selv, som udvikles fra de andre aktiviteter, og hvor disse er relaterede til at svare på relativt simple spørgsmål om ”Hvor mange?”, ”Hvor?”, ”Hvor mange?”, ”Hvad?” og ”Hvordan?”, så drejer forklaring sig om at svare på det

komplekse spørgsmål om ”Hvorfor?” (Bishop, Mathematical Enculturation - A Cultural Perspective on Mathematics Education, 1988, s. 48) (Egen oversættelse).

Genstanden for de øvrige aktiviteter er at ordne og strukturere den fysiske og sociale omverden. De handler om erfaring. De producerer matematik om denne omverden. Her skabes ordninger på verden. Forklaring handler om disse ordninger. Genstanden for aktiviteten ”forklaring” er det abstrakte indhold i de øvrige aktiviteter. Forklaring er et metaniveau i forhold til matematik i de øvrige aktiviteter.

Forklaring er den aktivitet som afdækker relationer mellem fænomener og er en søgen efter forklarende teori (...) er grundlæggende søgning efter en underliggende enhed bag tilsyneladende forskellighed, efter enkelhed bag tilsyneladende kompleksitet; efter orden bag tilsyneladende uorden; efter regelmæssighed bag tilsyneladende afvigelse (...) søgen efter ”mønsteret som forbinder.” (Bishop, Mathematical Enculturation - A Cultural Perspective on Mathematics Education, 1988, s. 48) (Egen oversættelse)

Forklaring kan antage forskellige former:

1. Sammenligning - klassifikation
2. Fortælling
3. Logiske slutninger

Klassifikationer

Sammenligning er den mest grundlæggende form for forklaring. Ting, som hører sammen. Hvad hører sammen og hvorfor? Dette spørgsmål er børn ofte meget optaget af i deres forsøg på at få styr på deres verden. Dette fører til klassifikation og kategorisering, dvs. at ordne ting og fænomener efter fællestræk: egenskaber, farve, materiale, kontekst, funktion o.l.

Eksempler på forskellige måder at klassificere på:

Hierarkisk klassifikation, f.eks. frugt som overkategori for: æbler, pærer, bananer, appelsiner.

Parklassifikation, f.eks.: mor – far, dag – nat, sort – hvid, højre – venstre, himmel – jord.

Kontekstklassifikation: Køkkenting, værktøj, legetøj, haveplanter, udesko, morgenmad. Her er ting og fænomener ordnet efter tid, sted og funktion, de er ordnede efter deres situerede brug.

Fortællinger

Historier, fortællinger, myter, legender og eventyr er også eksempler på forklaringer som forbinder og giver mening til hændelser og tilskikkelser.

Forklaringer kan både være religiøse, animistiske eller videnskabelige, siger Bishop. Forklaring som matematisk aktivitet handler ikke blot om, om forklaringen er ”sand” eller ”falsk” i videnskabelig forstand, støttet af uigendrivelige beviser. Nogle forklaringer har religiøs karakter, andre har videnskabelig karakter. Her viser forskellen på matematik og videnskab sig. Videnskab (science) handler om at finde sammenhæng mellem årsag og virkning ud fra måleresultater, hvor hypoteserne testes ved hjælp af forsøg. Forklaring, som matematisk aktivitet, handler om alle typer af forklaringer. De øvrige matematiske aktiviteter handler om ordening og erfaring med den konkrete fysiske (og sociale) omverden, mens ”forklaringer” er ikke kun knyttet til den fysiske omverden. De kan også være metafysiske.

Forklaringer vil i mange kulturer og epoker knytte sig til forskellige autoriteter, som afgør om forklaringen er gyldig. Det være sig religiøse eller kulturelle autoriteter.

Den moderne vestlige videnskab er opstået gennem en forening af matematik og videnskab. Vi har videnskab som en autoritet som hylder logik og efterprøvning gennem test som sandhedsvidne. Derfor er faglige matematiske forklaringer kun gyldige i vores kultur, hvis de er logiske og følger videnskabelige idealer for bevisførelse.

Derfor kan vi i vores kultur have vanskeligt ved at adskille matematik og videnskab. Men der er en principiel forskel på dem, da de stiller forskellige spørgsmål og finder forskellige svar i deres tilgang til forståelsen af verden. F.eks. rummer astrologi meget matematik, selvom den hviler på et metafysisk verdensbillede, som ikke er ”sandt” i videnskabelig forstand.

Logiske slutninger

Når man skal forklare noget sprogligt på en logisk måde, må man bruge bestemte ord og sproglige vendinger som beskriver sammenhænge og logiske slutninger.

Bishop kalder dem for logisk-grammatiske emner (logical-grammatical items). Her er nogle eksempler (Bishop, *Mathematical Enculturation - A Cultural Perspective on Mathematics Education*, 1988, s. 52) (Sando, 2004):

Sammenkædning og logiske rækkefølger af ideer (linking a logical sequence of ideas):

og, også, desuden, videre, samtidig, således, også, i tillæg til, bortset fra.

Parafrase og udvidelse (paraphrase and apposition):

som, ligesom, som om, på samme måde som.

Årsagssammenhæng (causality):

i følge, som, fordi, med konsekvensen, derfor, hvorfor, siden, indtil, når, så ofte som, så længe som, som et resultat af, ved hjælp af, som følge af, med den hensigt, for at, dermed følger at, grundet i; nødvendig og tilstrækkelig betingelse.

Opposition eller kontrast (opposition or contrast):

alternativt, selv om, men, hvis, imidlertid, ikke desto mindre, på den anden side, endda, til trods for, uden hensyn til; nødvendige men ikke tilstrækkelige betingelser.

Når børn ordner og forklarer

Restriktioner (restriction):

undtaget, umulig, tilfældigvis, bare, usikkert, med mindre, kun hvis, hvis og kun hvis, kun når.

Hypoteser (hypothesis):

konkludere, bekræfte, betragte, udlede, tænke sig, gøre ugyldig, benægte, antage, teoretisk, bekræfte, i princippet, det følger, det ser ud som om.

Undersøgelser (enquiry):

hvor stor? hvor lang? hvor mange? ... osv.; hvad? hvornår? hvilken? hvem? hvorfor? hvordan? med hvilken hensigt? for at opnå hvad? i hvilken udstrækning?

Når man skal give en forklaring, må man efterhånden lære hvordan man skal udtrykke dette sproglig, for at forklaringen bliver forstået og godtaget. Logisk argumentation er en kunst, man nok aldrig bliver færdig med at øve sig i. Men børn som er i færd med at lære det verbale sprog, bruger også tidligt en del af disse ord og øver sig dermed tidligt i at give forklaringer ved hjælp af ord og formuleringer som udtrykker hvordan ting hænger sammen.

Pointen er at der altid vil være forklaringer på spil. F.eks. hvis et barn lægger ting i mønstre, så er der en forklaring på hvorfor tingene bliver lagt i netop dette mønster. Her kan man spørge barnet, hvorfor mønsteret ser sådant ud? Der er ikke et ”rigtigt” eller et ”forkert” mønster, men der ligger en forklaring bag. Når børn søger at ordne og forstå deres verden, producerer de deres egne forklaringer. I stedet for at vurdere og dømme forklaringerne som rigtige eller forkerte, vil det være mere hensigtsmæssigt for de voksne at se børnenes forklaringer som udtryk for, at de er i gang med at finde forklaringer og at prøve at udtrykke deres forklaringer sprogligt. Den voksne kan så prøve at forstå dem og gå i dialog med dem om dem. Og så kan de evt. i dialog afgøre, om nogle forklaringer er bedre end andre. Gennem dialogen tilegnes også kendskabet til og brugen af de ord som er gode til at udtrykke forklaringer med.

Denne meget brede definition af forklaring som matematisk aktivitet indebærer at stort set alle svar på spørgsmål om ”hvorfor?” falder inden for definitionen. Her er det vigtigt at understrege at Bishop ser den universelle aktivitet ”forklare” som roden til at der udvikles matematiske forklaringer i matematikfaglig forstand i vores kultur. Og matematik er netop ikke neutral eller værdifri. Andre kulturer udvikler andre måder at forklare på. Og måderne børn forklarer på, bliver efterhånden socialiseret ind i forskellige fags forskellige måder at forstå og forklare verden på. Forklaringer bliver til matematiske forklaringer, videnskabelige forklaringer, religiøse forklaringer, æstetiske forklaringer osv. Men i den før-faglige form øver børn sig blot i at forklare. Dette kan de få gavn af i forhold til flere senere faglige socialiseringer. Det er for mig at se ikke nødvendigt at skille mellem, om deres før-faglige forklaringer kan underordnes et bestemt fag nu eller på et senere tidspunkt, når blot de øver sig i at forklare.

Øvelse i forklaring udvikler:

- Logisk tænkning og sproglig argumentation.
- Kompetencer til at klassificere og kategorisere.
- Fortællekompetencer.

Aktiviteter og matematiske aktiviteter

Det er vigtigt endnu engang at understrege at fundamentale matematiske aktiviteter ikke skal ses som afgrænsede aktiviteter, hvor barnet kun beskæftiger sig med én aktivitet ad gangen. Dette belyses ved et eksempel.

Eksempel 13 Adrian og Kevin ordner kopper

Adrian (1 år og 8 måneder) og Kevin (1 år og 5 måneder) er i dukkekrogen. På bordet står der tre forskellige kopper og en skål. Kevin placerer den store kop i skålen, og den mellemstore kop inden i den store. Den mellemstore kops øre støder imod, sådan at den bliver halvt hængende inden i den store kop. Kevin løfter begge kopper væk fra skålen. Han sætter den største kop op på den mindste, bytter den store kop ud med den mellemstore, og sætter den største kop øverst. Kopperne vælter. Kevin placerer igen den store kop på den mellemstore som står på skålen, og

Når børn ordner og forklarer

skubber skålen fra sig med begge hænder. Adrian tager den store kop. Kevin sætter skålen på gulvet, sætter den mellemstore kop på skålen, og den mindste kop overst. (Björklund, 2012, s. 49) (Egen oversættelse)

Kevin udforsker kopperne og opdager at de er forskellige ved at sammenligne deres størrelse og egenskaber. Han sorterer dem og ordner dem i en række efter størrelse. Det tyder på at han opfatter kopperne som en helhed, en mængde af kopper, men opdager også forskellene mellem kopperne. De relaterer sig til hinanden, men er også forskellige. At ordne i rækker indebærer at ordne efter en egenskab, som er udvalgt, nemlig størrelse. Så tidligt som i etårsalderen opdager børn den grundlæggende idé bag serier og rækker i deres udforskende og opdagende lege. Sådanne erfaringer er vigtige for senere at forstå idéen med tælleremsen, som kan beskrives som en række, hvor delenes ordensrækkefølge er betydningsfuld (Björklund, 2012, s. 49).

Hvis man ser på hvilke fundamentale matematiske aktiviteter, der er i spil i dette eksempel, viser det sig at der indgår både *tælling* i form af tælleprincippet, *måling* i form af sammenligning af størrelse, *design* ved at de sammenligner former og konstruere stabler i nye former og *forklaring* i form af kategorisering. Fundamentale matematiske aktiviteter skal ses som aspekter ved aktiviteter, en voksentolkning som lægges ned over aktiviteter. Andre aspekter kan udvælges og analyseres. I eksemplet med Adrian og Kevin kunne man også lægge mærke til aspektet motorik: hvordan de med deres finmotorik er i stand til at gribe og flytte kopperne, og som fysik eller science ved at se på hvordan de gør erfaringer med hvordan kopperne balancerer, og hvornår de vælter.

De fundamentale matematiske aktiviteter er altså ikke seks forskellige aktiviteter, men nogle aspekter ved aktiviteter. Dette kan virke abstrakt, men det viser sig at man forholdsvist let kan iagttage hvor og hvornår Bishops aktiviteter er i spil i en aktivitet. På den måde kan det matematiske indhold og de matematiske læreprocesser identificeres i børns leg og hverdagsliv.

Eksempel 14 Flere matematiske aktiviteter i samme aktivitet

En pædagog og fire børn bygger en flyvemaskine af Lego efter det medfølgende instruktionshæfte.

		<i>Bishops aktiviteter</i>
<i>Pædagog:</i>	Hvordan vil du bygge den?	
<i>Dan:</i>	Vi skal bruge dæk	Forklare
<i>Chi:</i>	Vi kan se i hæftet. (Bladrer) Der er mange røde klodser.	Forklare
<i>Jil:</i>	(Samler klodser op)	
<i>Pædagog:</i>	Hvad tænker du på, Chi?	
<i>Chi:</i>	Vi skal have hvide og blå.	Forklare
<i>Pædagog:</i>	Hvad er det et billede af? (Peger i instruktionshæftet)	
<i>Chi:</i>	Det er rattet.	Forklare
<i>Pædagog:</i>	Hvor skal den være?	
<i>Chi:</i>	Lige bag ved.	Lokalisere
<i>Jil:</i>	(Flytter legeklodser)	
<i>Ina:</i>	Jill, hold op med at tage... (Med høj røst)	
<i>Ina:</i>	Skal du bruge en grå klods? Du skal have en stol ind imellem rattet.	Forklare Lokalisere
<i>Dan:</i>	Jeg har en hvid.	Forklare
<i>Ina:</i>	Vi skal bruge mange hvide klodser	Tælle
<i>Chi:</i>	Vi er nået til 10. (Råber ud til andre grupper. "10" referer til et trin i hæftet)	Tælle
<i>X:</i>	Vi er nået til 9 ... (Siger en fra en anden gruppe)	Tælle
<i>Dan:</i>	Vi skal bruge flere af dem her.	Tælle

(Fosse, What characterises mathematical conversations in a Norwegian kindergarten?, 2016, s. 146) (Egen oversættelse)

Når de bygger, er de i færd med at designe, i og med at de bygger ud fra instruktionshæftet. Samtidigt kommer aktiviteterne forklare, tælle og

Når børn ordner og forklarer

lokalisere i spil. Eksemplet viser at flere aktiviteter kan identificeres i processen, og at det forholdsvis tydeligt kan iagttages hvilke der er spil, når man bruger Bishops aktiviteter som analyseredskab.

Alan Bishop kalder matematik for en symbolsk teknologi. Det er vigtigt at lægge mærke til at alle Bishops matematiske aktiviteter indeholder både et konkret handlingsplan og et symbolsk plan. Det konkrete plan er den konkrete handling, som kan iagttages. Det symbolske plan antager forskellige former for de forskellige aktiviteter. Disse symbolske former udgør "det matematiske" i aktiviteterne. Ved tælling er det tal, talbegreber. Ved måling er det målenheder og begreber for sammenligning. Ved leg og spil er det de regler, der forhandles og handles efter. Ved design er det designets idé eller koncept, f.eks. i form af en tegning. Ved lokalisering er det ved begreber og repræsentationer for "det indre landkort". Ved forklaring er det en forestillet sammenhæng. "Det symbolske indhold" findes hos børn, før det får en symbolsk form i en repræsentation eller et begreb.

I eksempel 11 med Erik som bygger med klodser, kan man iagttage at han har en idé om hvordan det skal være og se ud. Man kan sige at handlingen og tanken giver indhold til noget, som senere får en symbolsk form, som kan kommunikeret til andre ved hjælp af begreber og repræsentationer. Erik kan måske ikke, med den alder han har, forklare hvordan det skal se ud eller tegne, hvordan han synes, det skal være. Det kan han sikkert, når han bliver ældre. Men nu bygger han med klodser og han bygger ud fra hvordan han tænkt sig at det skal være. Derfor kan man sige at "det symbolske" ligger i svøb i tanken og handlingen.

Det er således vigtigt at pointere at det matematiske i aktiviteterne ikke blot er aktiviteterne i sig selv. Matematisering ligger i samspillet mellem det konkrete og det symbolske plan. Her produceres og anvendes symbolske redskaber, som udtrykker og giver redskaber til det konkrete handlingsplan. Udvikling af matematisk kompetence ligger således i at synliggøre, udfordre og udvikle samspillet mellem det symbolske og det praktiske og konkrete plan.

Kapitel 3 Kropslig matematisering

Alle mennesker gør kropslige erfaringer på vej gennem hele livet. Denne form for læring er særlig interessant i udforskningen af små børns læring, fordi det er den dominerende læringsform hos børn, som endnu ikke har udviklet et verbalt sprog, som kan være bærende for kommunikationen. Derfor sættes der i kapitlet særligt fokus på dette, selvom det principielt set fortsætter hele livet og fortsat danner erfaringsbaggrund for mere bevidst og kognitiv læring. Denne kropslige læring er ikke knyttet til en bestemt alder eller et bestemt "udviklingsstadium". Derfor anvender jeg udtrykket "små børn" uden at beskrive deres alder eller kompetenceniveau nærmere. Eksemplerne er hentet fra små børn, som endnu ikke behersker det verbale sprog for at pointere at tidlig matematisk viden opbygges for sproget.

Dette kapitel falder i 2 dele:

- A. En introduktion til hvordan kropslig matematisering kan forstås som viden.
- B. I anden del gennemgås fire aspekter ved kropslig læring og matematisering, som er opdelt efter læringslandkortet:
 1. Barnets læring gennem interaktion med ting og legetøj
 2. Barnets læring gennem **interaktion med voksne**, typisk pædagoger og andre nære voksne
 3. Barnets læring gennem **interaktion med andre børn** gennem leg
 4. Barnets læring gennem social deltagelse i hverdagsaktiviteter

Opdelingen er skematisk, efter om læringen primært skabes i interaktionen mellem barnet og tingene, barnet og den voksne, barnet med andre børn eller den sociale kontekst. Der er tale om en kunstig opdeling, da de forskellige aspekter foregår og kan iagttages samtidigt i mange situationer. Der er altså kun tale om en analytisk opdeling.

Hvordan kan man forstå kropslig matematisering som viden?

Traditionelt har man ikke forstået og anerkendt kroppens viden som viden. I vores kultur forstås viden som noget der befinder sig i hovedet, eller

rettere i bevidstheden. Det betyder at viden først anses for viden, når den er bevidst, og når børn har begreber og sprog for deres viden.

Den kropslige viden tilegnes gennem kropslig handling og sansemæssige indtryk. Børns læber og tunge har flest sansereceptorer, herefter kommer hænder og øjne. Det giver derfor god mening at spædbarnet og det lille barn udforsker omverden ved at puttet ting i munden. En sut, en træklo og en bamseføde føles forskelligt i munden. De fleste praktikere finder det logisk at det må forholde sig sådan, men forskning i læring og erfaring har ikke beskæftiget sig særligt indgående med dette, heller ikke i forhold til små børn.

Udviklingspsykologien har ikke haft kroppen i fokus. Torben Hangaard Rasmussen (Rasmussen, Kroppen - en læremester for livet, 1999) formulerer det således:

I dele af udviklingspsykologien (f.eks. Piaget og Vygotsky og i nyere tid Pramling) har der imidlertid ikke været tradition for at kæde krop, eksistens og læring sammen. Den klassiske udviklingspsykologi accepterer gerne, at børn er kropslige i den forstand, at man både kan se og høre dem, men at kroppen skulle kunne lære, erfare, tænke, vurdere, udøve en form for selvrefleksion, ja fantasere, har den ikke synderlig tiltro til. Derfor betragtes barnet med et "udviklingsmæssigt" blik, der er rettet mod fremtiden – mod det, barnet endnu ikke kan. En stemme hvisker, at med tiden skal de nok udvikle sig væk fra det "lavere" sansemotoriske trin til et "højere" stadium, hvor sprog, refleksion, tænkning og metakognition har indtaget deres retmæssige plads. (Rasmussen, Kroppen - en læremester for livet, 1999, s. 69)

Mange udviklingspsykologiske teorier anerkender at børn lærer gennem kroppen, men de havner i dualismen mellem krop og bevidsthed, som har præget vores kulturs forståelse af mennesket. Krop og sanser betragtes som et "modtageapparat" som sender impulser hen til bevidstheden, hvor

Når børn ordner og forklarer

tænkningen finder sted og viden oplagres. Dette resulterer i at læring placeres i bevidstheden og derfor formår teorierne ikke at levere en forståelse af hvordan man kan lære gennem og i kroppen, hvordan læring finder sted i krop og bevidsthed *som et samlet hele*. Det biologiske og det bevidsthedsmæssige, kroppen og psyken, har hver sine teorier, og der er ikke mange teorier, som integrerer disse. Opdelingen stammer fra den franske filosof René Descartes (1596-1650), som er berømt for udtrykket: ”Jeg tænker, altså er jeg”. Men hvor befinder psyken/sjælen sig og hvor foregår forbindelsen mellem krop og psyke? Descartes mente at den lå i koglekirtlen, som er en del af hjernen (Sommer, Udvikling: Fra udviklingspsykologi til udviklingsvidenskab, 2017, s. 64).

Vores sprog er præget af denne dualisme. Vi siger at vi *har* en krop. Bevidstheden eller sjælen ”bor” i kroppen som et hylster. Man ”har” en krop og ”bruger” den til forskellige formål, som et redskab, et objekt. Vi siger sjældent at vi *er* vores krop. Dette fører til den tvivlsomme opfattelse af at tænkningen hører hjemme i en kropsløs verden.

Teorierne beskæftiger sig først med læring og forstår først læring, når den forgår i bevidstheden. Og man kan først få adgang til hvad der foregår i børns bevidsthed, når de har erhvervet et verbalt sprog. Dette bevirker at teorierne egentlig ikke har nogle gode bud på hvordan børn lærer gennem kroppen. Derfor er små børns læring så underbelyst i litteraturen. Man må tilnærme sig viden om børns viden og kunnen på en anden måde: en praktisk og empirisk og anvende flere teorier for at få en bedre forståelse af børns læring.

Den praktiske og empiriske tilnærmelse vil indebære at pædagogen iagttager, hvad børn gør og hvad de kan, med den forståelse at denne kunnen viser barnets viden. Et barns svar til Descartes kunne være ”Jeg kan, altså er jeg” (Rasmussen, Kroppen - en læremester for livet, 1999, s. 73). Det teoretiske blik tager udgangspunkt i den franske filosof Maurice Merleau-Ponty (1908-1961) og hans kropsfænomenologi.

Den norske forsker Gunvor Løkken, som har forsket i vuggestuebørn og deres tilgang til verden, har introduceret Merleau-Pontys

kropsfænomenologi til en dansk og en norsk læserkreds. Hun beskriver hans tilgang således:

Når Merleau-Ponty så hævder at bevidstheden består i ”jeg kan”, siger han at bevidsthed og krop er to sider af samme sag. Kroppen er en mening som vi har med os når vi tænker og handler. Når vi ser, berører, taler og lytter, har kroppen allerede set, talt, berørt og lyttet for os. Bevidstheden er netop på grund af kroppen ”ude” i en historisk givet verden; kroppen er situeret. Det betyder konkret at kroppen er på et sted (til stede) i verden. På samme måde er den erfarede verden ”inde” i bevidstheden, fordi kroppen er levet. Erfaringen er legemliggjort. Og der er altså en mening med at jeg er til stede i verden med kroppen på denne måde.

Med denne ophævelse af modsætningen mellem krop og bevidsthed, mener jeg, Merleau-Ponty giver os et udgangspunkt for et nyt og mindre begrænsende syn på små børn. Tankerne om kroppen som situeret og legemliggjort skulle medføre at det lille barn med sin krop principielt set erfarer verden, sådan som mennesker med større kroppe gør. Småbarnet legemliggør kundskab om verden på samme måde som voksne. ... Småbarnets kropslige erfaringer er lige så værdifulde som voksnes erfaringer. (Løkken, 1996, s. 18-19) (Egen oversættelse)

Barnet erfarer verden med kroppen, før det får sprog for sine erfaringer. Denne form for erkendelse kalder Merleau-Ponty for præ-refleksivt cognito. Cognito betyder ”jeg tænker”. Det vil sige at det er en før-bevidst, situeret, kropslig tænkning, – en tænkning som man ikke er klar over på det bevidste plan. Han siger at man *ved noget med kroppen*, før man ved at man ved det med bevidstheden. Denne viden får man ved at gøre noget og opleve at man kan. Det vil sige at tænkning og kunnen hænger sammen. Bevidsthedens bærende egenskaber er *at kunne* (Kirkeby, 1995).

Merleau-Ponty bygger videre på den tyske filosof Martin Heidegger (1889-1976), som siger:

Når børn ordner og forklarer

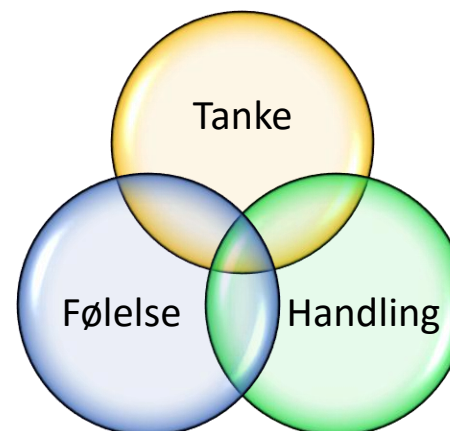
Menneskets primære omgang med verden er ikke den blot fornemmende erkendelse, men den håndterende, brugende sætten i værk, som har sin egen "erkendelse". (Rasmussen, Kroppens filosof Maurice Merleau-Ponty, 1996, s. 141)

Når man lærer, sker det med kroppen først:

Han opererer med begrebet "kropsskema", (...), og som kan udtrykkes sådan: når man går ind i et rum, har man ikke en forestilling om rummet inde i sit hoved. Man har ikke nogen geometrisk fornemmelse af rummet, men forestillingen om det sidder i ens kinder, i næsen, i maven, i knæene, i fingerspidserne. Kroppen erkender for os, og man kan næsten sige, at verden erkender for os: verden og kroppen bliver tilsammen erkendelsesobjektet i stedet for sproget og tanken, fordi vi som erkendende er anonyme, fuldfører en mening, der, fordi den tilhører alle, er ingens. (Kirkeby, 1995, s. 415)

I denne form for læring kan der ikke meningsfuldt skelnes mellem tanke og følelse og handling. For barnet er der tale om en helhedsoplevelse. Dion Sommer udtrykker det sådan: "sagt på en anden måde er alle personlighedens dimensioner dynamisk og systemisk forbundne: Det er også derfor, det er fejlagtigt i vuggestuer og andre pædagogiske praksissammenhænge at "pille" én side ud af helheden og stimulere den. Det handler altså om dimensioner, som ikke kan forstås uden den anden eller de andre." (Sommer, *Udvikling: Fra udviklingspsykologi til udviklingsvidenskab*, 2017, s. 36)

Figur 5 Kropslig læring



På engelsk taler man "embodied cognition". Der findes ikke et godt dækkende begreb på dansk. Jeg vil kalde det for "kropslig læring". Det er ikke muligt at få adgang til barnets indre tanker og følelser. Men i praksis kan "læring direkte observeres ud fra adfærds- og handlemønstre, især jo mindre børn er. De "tænker" så at sige med krop, handling og gestus" (Sommer, *Udvikling: Fra udviklingspsykologi til udviklingsvidenskab*, 2017, s. 56). De viser deres viden og kunnen i deres handlinger og i deres kropslige kommunikation, men tanke, følelse og handling kan ikke adskilles.

Man kan diskutere, om denne viden eksisterer som begreber og kategorier i barnets bevidsthed. I stedet for at prøve at besvare dette spørgsmål, vil jeg diskutere hvordan processen med at afgrænse enheder og danne kategorier finder sted langt tidligere, end man kan identificere at barnet har "et begreb" for tingen eller fænomenet. Processen indeholder afgrænsning af kategorier efter betydende karaktertræk og formgenkendelse af objekter og af objekter, som tilhører samme kategori.

Barnet opnår som "nybegynder" denne erkendelse i en vekselvirkning mellem at få indtryk og at give udtryk i en aktiv udforskning af deres omverden med alle deres sanser.

Når børn ordner og forklarer

Noget af det, som karakteriserer de første leveår, er barnets forsøg på at genkende omverdenen. Alt som omgiver barnet er nyt. Lugte-, smags-, følelse-, hørelse- og synssansen giver mange informationer til barnet som det efterhånden genkender. Ved genkendelse af sansindtryk begynder barnet sin bearbejdning af indtryk til udtryk (...) Barnet veksler mellem at få indtryk og give udtryk. Vekselvirkningen udvikler, stimulerer, påvirker og sætter barnets erkendelsesprocesser i gang. (Fosse & Munter, Geometri og små barn - hva er det?, 1996) (Egen oversættelse)

Gennem ansigt til ansigt kommunikationen med far og mor og andre omsorgspersoner får det omsorg, tilknytning, afstemning, udvikling og læring. Barnet er ”forprogrammeret” til dette, fordi børn udvikler sig gennem relationer. Det nyfødte barn retter blikket mod ansigter, følger ansigter og kan tidligt genkende ansigter.

Måske er legen **Titte-bøh, tit-tit-bøh** eller **borte-tit-tit** derfor så interessant for små børn. Den går ud på, at den ene part (sædvanligvis en voksen) gemmer sit ansigt med hænderne eller gemmer sig, for pludselig at kigge frem og råbe "titte-bøh!" Hvor blev ansigtet af? Der kommer lyde fra det store menneske. Men hvor er det? Nu er det der igen. Barnet ler.

Det tager tid og mange gentagelser for barnet at erfare og forbinde alle delene og egenskaberne ved det store menneske til en forståelse af at det hænger sammen, og at det har en bestemt form, som er forbundet med genkendelse. Efterhånden som denne enheds- og formforståelse opstår, kan barnet forstille sig at personen eller tingen også er der, når man ikke kan se den. Hvor er den, når den er borte og væk? Gemmelege med ting giver også erfaringer med rum.

Eksempel 15 Hvor er bolden?

Barnet er omkring 11 måneder og sidder sammen med en voksen og leger med en bold. Den voksne kommer hele tiden med udsagn som: "Hvor er bolden?", "Kan du se bolden?", "Er bolden bag ved ryggen?" osv. Barnet responderer med pegebevægelser og udsagn som "ææ" (væk, dér e.l.) samt forsøg på at sige "bold".

*(Fosse & Munter, Geometri og små barn - hva er det?, 1996)
(Egen oversættelse)*

Den læring af ”hvor er det?” hænger sammen med at barnet oparbejder en evne til at genkende mennesker og ting ved deres bestemte træk, kendetegn og former. De forskellige dele og egenskaber skal også erkendes som en enhed. F.eks. kropsforståelse: at undersøge sine tæer og fødder og efterhånden finde ud af at de er *mine*, at de er en del af *min* krop. Efterhånden opstår det en forståelse af at min krop er en enhed og en helhed. Det bliver en klar grænse mellem hvad der er mig, og hvad der ikke er mig, en afgrænsning mellem hvad der hører med, og hvad der ligger udenfor.

”At genkende” enheder i en kategori er en kompliceret proces, fordi barnet skal lære hvilke fællestræk som har betydning for at det tilhører samme kategori. At genkende hænger også sammen med at kende og at erkende. Det er måske enkelt, når det gælder kategorien ”bold”. De er alle sammen runde og kan trille, men de kan være store og små, tunge og lette og have forskellige farver og mønstre. Bolden har én entydig egenskab: den er rund!

Men hvad er f.eks. de betydende fællestræk ved hunde, som gør at de alle sammen tilhører kategorien ”hund”? De ser meget forskellige ud! Hvad er de fællestræk, som gælder for alle hunde? Måske at de siger ”vov”; men de vover på meget forskellige måder. Måske er det den måde de bevæger sig på? Men en venlig hund og en uvenlig hund kommer dig i møde på vidt forskellige måder. Egenskaberne ved ”hund” er flertydige.

At skabe en kategori og kunne genkende og afgøre, om noget tilhører denne kategori, er en længerevarende erfaringsproces. Her har vi også den grundlæggende mængdelære: hvilke enheder tilhører kategorien, og hvilke tilhører ikke kategorien?

Eksempel 16 Marens formgenkendelse af biler

Maren (2½ år) har set biler i trafikken. Familien har selv en bil. Maren har også en bil, det er bare en legetøjsbil. Alle disse tre varianter af biler kalder Maren ”bil”. Hvorfor gør hun det? Hvad er det, som gør en ting til en bil for Maren? Tingen skal have hjul, som kører rundt, flere hjul end på en cykel. Der er

Når børn ordner og forklarer

vinduer på en bil. Bilen har en forende og en bagende. Menneskene kan sidde inde i bilen, de sidder sjældent uden på bilen. (Fosse & Munter, Geometri og små barn - hva er det?, 1996, s. 25) (Egen oversættelse)

Maren bruger aktivt formgenkendelsesprocesser, når hun kategoriserer en ting som en bil. Maren kan noget, hun har erfaret forskellige aspekter ved ”bil” i sine omgivelser. Hjul er runde, rund er en form, og vinduer har en bestemt form. Forende og bagende har en bestemt form. Ordet ”bil” er udviklet i en kommunikation med menneskene som er omkring Maren i hendes hverdag. (Fosse & Munter, Geometri og små barn - hva er det?, 1996)

Formgenkendelse i erfaringernes verden er en krævende proces. Efterhånden kommer der begreber på, men formgenkendelsen kommer før tilegnelse af de ord, som betegner formen. Og senere bliver ordene et hjælpemiddel til at få erfaringerne på begreb, både gamle og nye erfaringer. Ordene betegner og kategoriserer; men kategorierne findes i forvejen i barnets erfaringer.

At undervise børn i børnehaven i begreberne ”cirkel”, ”firkant”, ”trekant” ud fra simple figurer kan måske fungerer som en form for sproginlæring. Her ligger det underforstået at børnene kun kender og kan genkende simple former. Men børnene behersker allerede en langt mere avanceret evne til formgenkendelse og mængdelære. De kan trække betydende formmæssige fællestræk ud ved objekter som har mange og flertydige former, træk og egenskaber. Kunsten er at tale dette frem og op og ikke at betragte børn som inkompetente.

Ting og legetøj

I dette afsnit beskrives hvordan børn lærer gennem interaktion med tingene og den fysiske omverden ved hjælp af iagttagelser og eksempler.

Udforske de nære ting.

Børn undersøger alt i deres hverdag: mad, tøj, legetøj, møbler, hjemmet, køkkenredskaber og andet, som er inden for rækkevidde.

Eksempel 17 Viktor og skoene

Femten måneder gammel opdager Viktor et par sko på den nederste hyld i en stor reol. Han tager en højresko og undersøger den grundigt, inden han stikker højre hånd ned i den og afprøver den mod gulvet. Derefter trækker han højrehånden ud og lægger skoen ned. Så tager han venstre sko frem fra hylden i reolen og stikker højre hånd ned i den, samtidigt med at han undersøger den indgående. Herefter forsøger han flere gange at få venstre hånd ned i højre sko.

Han har dog ikke held med sit forehavende. Efter kort tids grundige undersøgelser stikker han højre hånd ned i højre sko og venstre hånd ned i venstre sko. Han løfter nu hænderne i vejret og undersøger nøje begge sko. Endelig afprøver Viktor begge sko med hænderne mod gulvet og begynder af ”gå”. Da han er færdig med undersøgelsen, smider han skoene fra sig, og der høres to bump. (Pramling-Samuelson & Lindahl, 2002, s. 101)

Viktor undersøger skoene grundigt ved at se på dem, mærke dem med hænderne og ”gå” med dem på hænderne. Han forstår tilsyneladende at sko skal danne par, og at der er forskel på højre og venstre sko. Han sammenligner dem: de ligner hinanden og er dog forskellige. Han opdager forskelle som har betydning.

”Episoden tyder på at Viktors observation og eksperimenter bygger på sammenligning af tidligere erfaringer med højre og venstre sko. Da venstre sko kommer på højre hånd, fornemmer Viktor intuitivt at der må være noget galt og opdager dermed en modsætning. Han skifter da sko på

Når børn ordner og forklarer

hænderne, så følelsen bliver rigtig. Derefter afprøver han skoene på gulvet, iagttager dem omhyggeligt og virker tilfreds... Sammenligninger og forståelse af kvalitative ligheder og forskelle kan sidenhen resultere i at Viktor får indsigt i og forstår betydningen af pardannelse.” (Pramling-Samuelson & Lindahl, 2002, s. 102-103)

Tingene drager og taler

Tingenes stoflighed og sanselighed inspirerer børn til at undersøge tingene og bruge dem til noget, til leg eller blot til at være en ”skat”, fordi tingene opleves som noget der taler til en og er værd at samle op og tage med.



(Eget foto)

Mange ting taler til børn og voksne, de kalder på at blive samlet op, følt på og undersøgt. Der ligger også en begyndende kategorisering i sansningen af tingenes beskaffenhed. Hvad passer sammen, og hvad passer ikke sammen? Kategorisering efter farve, efter form, efter hårdhed, efter mønstre og så

Forestil dig at du går tur ved stranden med et eller flere børn. Sten, muslingeskaller, sneglehuse, tang, træstykker og vraggods samles op og tages med. Måske sætter man sig ned og graver i sandet og bygger sandslotte, hvor muslingeskaller og andet sættes på i mønstre. Lommerne fyldes med de fine ting. Der må være noget i tingene som taler til sanserne. Mønstrene, farverne og sanseligheden i tingene. Perlemoren i muslingeskallerne som glimter og har mange nuancer. Sneglehusets form. Den runde sten i hånden, som kalder på at hånden lukker sig om den. Træstykket, som er blevet vasket i havet, som føles både blødt og ru. De kolde sten, det varme træ. De fine farver, som stenene får, når de ligger i vandet.

videre. Tingene kalder på at blive brugt til noget. Hvad kan de bruges til? Nogle ting lægges i mønstre og inspirerer til at blive lagt i system. Et sandslot med sten og muslingeskaller vil sandsynligvis rumme mange mønstre og kategoriseringer, spejlvendte mønstre eller remser.



(Eget foto)

Frøbels legegaver

Den tyske pædagog Friedrich Fröbel (1782-1852) anses for at være grundlæggeren af børnehavetraditionen, som i høj grad også har præget danske børnehaver. Dette kan i dag ses i opdelingen i leg og aktiviteter, og i praksisformer som ”rundkreds”, skabende virksomhed, bevægelseslege, tegning og sang.

Han formulerede som den første den pædagogiske betydning af legetøj, som han kaldte ”legegaver”. Han mente at børn først skulle introduceres for en blød bold, senere en fast kugle, en terning og en cylinder. De næste legegaver var bl.a. klodser, som børnene bygge med. Bygning med klodser skulle give børnene en forståelse af rumlige forhold, af størrelsesforhold og af antal. Han mente at de derved ville tilegne sig disse begreber gennem egen erfaring (Grue-Sørensen, 1966, s. 67). Disse former og klodser har været meget anvendt i børnehavetraditionen, og de udgør

grundelementerne i klassisk legetøj, som har været i de fleste hjem i det 20ende århundrede. Lege-klodser kan ses som en videreudvikling af Frøbels byggeklodser. De konkrete pædagogiske overvejelser fra Fröbel er måske gået mere eller mindre i glemmebogen i mellemtiden, men den generelle opfattelse af legetøjets pædagogiske værdi i børns læring og udvikling eksisterer fortsat, med rødder tilbage til Fröbel.

Legegaverne skulle anvendes i børnenes leg, og de skulle give børnene kropslige og sansemæssige erfaringer med disse grundformer. Hans tanke var ikke at de skulle anvendes til undervisning, selvom han mente at børnene skulle lege med legegaverne på bestemte måder. De skulle heller ikke blot anvendes til underholdning og adspredelse. De skulle anvendes til at lære noget væsentligt om verden. At gøre erfaringer er for Fröbel at ”inderliggøre noget ydre”. Samtidigt foregår den modsatte proces: at ”yderliggøre noget

Når børn ordner og forklarer

indre” (Grue-Sørensen, 1966, s. 64-65). Det betyder at erfaring af omverdenen indgår i en dialektisk proces sammen med barnets udtryk.

Legetøj

Når tingen drager og taler til børn, skyldes det at børns omgang med ”det symbolske” fungerer som sansning af udtryk. Det vil sige at barnet umiddelbart sanser tingenes udtryk. Her ”er der ikke altid en klar skelnen mellem indre og ydre, drøm og virkelighed, fysisk og psykisk, subjekt og objekt. På det fænomenale plan drager legetøjet barnet til sig i kraft af sit umiddelbare udtryk.” (Rasmussen, Legetøjets virtuelle verden - essays om legetøj og leg, 2001, s. 113)

I barndommen fremtræder tingene ikke som neutrale genstande. De udtrykker noget. Det vil sige, at der endnu ikke er en klar differentieret adskillelse mellem tegnet og det betegnede. Det legende barn har slet ikke brug for at stille spørgsmålet, om legetøjet er virkeligt eller ej. Det er blot noget, der indgår i legen, men den udenforstående ser med andre øjne. Fra dette sted uden for legen er det muligt og naturligt at skelne mellem det virkelige, mellem tegnet og det betegnede. (Rasmussen, Legetøjets virtuelle verden - essays om legetøj og leg, 2001, s. 33)

”Legetøj udtrykker noget. (...) Legetøjet og dets mening overlapper hinanden på en gådefuld måde, der kun vanskeligt lader sig beskrive ved hjælp af begreberne virkelig og uvirkelig.” (Rasmussen, Legetøjets virtuelle verden - essays om legetøj og leg, 2001, s. 32)

Legetøj kan ikke udelukkende defineres som ting, som er fremstillet med det formål at være legetøj. Næsten alt kan blive til legetøj. Ting bliver til legetøj, når der bliver leget med det, dvs. at det anvendes i iscenesættelsen af en leg. ”Det er i det øjeblik, at der bliver leget med et eller andet, at dette noget – det være sig en pind, en hockeystav, en plastikpistol – bliver til legetøj.” (Rasmussen, Legetøjets virtuelle verden - essays om legetøj og leg, 2001, s. 26) Børn bliver på denne måde legetøjsproducenter.

”Legetøj bærer med andre ord på disse virtuelle træk:

1) Det udtrykker noget, udover en tiltrækning på det legende barn, hvad enten det er en simpel pind eller en sten, en bold, en dukke, et velformet plastikgevær, Spiderman.

2) Legetøj kan være forvandlinger af redskaber, der sædvanligvis ikke er formet med henblik på at blive leget med. En ske kan blive til en gående mand, en opretstående madkasse til et fjernsyn. Moderne legetøj er allerede forvandlet fra producentens side. Som sådan er de virtuelle bærer af lege, hvis forløb ikke uden videre lader sig forudsige.

3) Legetøj er virtuelt forbundet med andre former for legetøj i en særlig legeverden. Denne ”mulige tilknytning” mellem forskellige former for legetøj indebærer, at grænserne er vide for, hvad der kan sættes sammen.” (Rasmussen, Legetøjets virtuelle verden - essays om legetøj og leg, 2001, s. 34)

Eksempel 18 Burgerbaren i skoven

I en skovgruppe laver nogle børn en burgerbar, hvor de ”sælger” burgere til de forbipasserende børn og voksne. De laver en butiksdisk ved hjælp en pind lagt på tværs mellem to træer. Så spørger de hvad kunderne vil have. En rund skive mos bliver til burgerbøf og store blade til burgerboller. Naturting bliver til legetøj og børnene leger butik med det. (Egen iagttagelse)

Legens og legetøjets læringsmæssige potentiale rummer mange aspekter. I forhold til kropslig matematisering ligger potentialet primært i erfaring med tingenes verden, i legen som symbolsk aktivitet med regler (som beskrevet under leg som matematisk aktivitet) og i øvelse med kategoriseringer og narrative forklaringer. Erfaringer med tingenes former, med antal, måling m.m. opstår som en medlæring i legen.

Der opstår i legen et behov for at hente ting, som kan bruges. Der er brug for en mere. Pindene er for korte. Vi mangler en rund ting. Det opstår et problem, en nødvendighed i legen, som må løses for at legen kan gå videre,

Når børn ordner og forklarer

som i eksempel 12, hvor pigen som mangler en stegepande og drengen giver hende låget til modellervoksboten.

På den anden side er det tingene, som inspirerer til og kalder på at blive leget med. Det ligger i barnets sansning af tingenes udtryk.

Kropslig erfaring

Kropslig læring beskrives her med begrebet ”erfaring”. Derfor ser vi nærmere på erfaringsbegrebet og spørgsmålet, om erfaring også kan være kropslig.

Den amerikanske filosof og pædagog John Dewey (1859 -1952) er kendt for sin erfaringspædagogik og udtrykket ”Learning by doing”, som er en kort udgave af hans oprindelige formulering: ”Learn to do by knowing and to know by doing” (Lære at gøre ved at vide, lære at vide ved at gøre). I hans forståelse af erfaring kombinerer han således viden og kunnen. ”Lære ved at gøre” betegner den proces, hvor en handling kobles med en perception, f.eks. hvor den lærende udfører en handling og iagttager hvad der sker som følge af denne handling. Den lærende forestiller sig i tanken en mulig sammenhæng. Når denne mulige - tænkte - sammenhæng testes på virkeligheden, opstår der erfaring. Afprøvning af om hypoteser holder stik udgør det centrale i Deweys erfaringsbegreb. ”Erfaring” bliver det først, når tænkning og handling forbindes i ”tænksom handling”, når man er klar over sammenhængen ud fra en bevidst undersøgelse af sammenhængen mellem handling og konsekvenser, mellem årsag og virkning.

Men kan man så betragte ikke-bevidst og kropslig erfaring som erfaring?

Eksempel 19 Henrik og sprællemanden

Henrik på halvandet år sidder sammen med pædagogen Dorthé. De er sammen om at lægge puslespil. Efter et stykke tid rejser Henrik sig, kigger rundt og får øje på en sprællemand af træ, som hænger i en snor på et stort som oppe på væggen. Henrik går hen til figuren som hænger over ham. Dorthé kommer bagefter, men holder sig i baggrunden.

Henrik trækker ned i snoren mellem figurens ben, og den spræller. Det gentages mange gange til Henriks tydelige fornøjelse. Et stykke tid efter forsøger han at trække sprællemanden ned til sig. Men uanset hvor meget og hvor hårdt han trækker (bliver rød i hovedet), bliver den hængende på sin plads. Han vender sig mod Dorthé og peger ivrigt mod sprællemanden og siger: ”min!”. Hun svarer: ”Prøv igen, du kan godt”. Han trækker igen i figuren, men pludselig mister Henrik balancen og falder forover mod væggen med figurens ben i hænderne (men stadigvæk med blikket rettet mod sømnet). Sprællemanden løftes hermed opad, og snoren falder af sømnet. Henrik genopretter balancen og står nu med sprællemanden i hænderne. ”Bravo Henrik!” smiler Dorthé. Han ler højt og viser sprællemanden frem. Nu løfter pædagogen ham op, så han får sat figuren tilbage på sømnet og løfter nu opad. Snoren glider af sømnet. Dorthé: ”Jamen, nu går det jo rigtigt fint, Henrik!” Efter nogle minutters gentagelser med den øvelse forlader han scenen. (Sommer, Udvikling: Fra udviklingspsykologi til udviklingsvidenskab, 2017, s. 56-57) (Observationstid: 3 minutter)

Vi kan se at nu mestrer Henrik at tage sprællemanden ned fra kroge. Vi kan se om han også formår at tage andre ting ned fra kroge, de er hængt op på. Vi ser også situationen, hvor han lærte det.

Dion Sommer beskriver Henriks læring sådan: praktisk øvelse giver erfaring som igen leder til forståelse af, hvad der sker, som igen fører til et forandret handlemønster, som alt sammen forenes til ny erkendelse. Han kalder det en kvalitativt anderledes måde at vide noget om, hvordan et fysisk objekt ”opfører sig”. Og hvordan det skal håndteres, hvis man vil have fat i det (Sommer, Udvikling: Fra udviklingspsykologi til udviklingsvidenskab, 2017, s. 58).

Eksemplet viser flere ting. I forhold til tidlig matematik får Henrik en erfaring som kan beskrives som en hvis... så... forklaring: ”Hvis man vil have fat i noget, som hænger på et søm, så skal man løfte op for at få det ned.” Henrik kan ikke sprogligt forklare sin viden, men man kan se på hans handlinger at det er noget han ved. Om denne viden er bevidst eller ubevidst

Når børn ordner og forklarer

eller blot kropslig, kan vanskeligt afgøres. Det er måske heller ikke det vigtigste spørgsmål. Men hans viden kan ses ud fra hans kunnen/mestring.

Det er Henrik, som gør sine egne erfaringer. Dorthe er der og støtter, men hverken for ofte, for lidt eller for meget. Dion Sommer kalder dette for strategisk timing: Det defineres som det situationsbestemte tidspunkt, hvor pædagog/lærer går ind i barnets/elevens læringsproces for at skabe det højeste læringsudbytte (Sommer, *Udvikling: Fra udviklingspsykologi til udviklingsvidenskab*, 2017, s. 59). Læg mærke til at hele forløbet kun tager 3 minutter. Det handler om at støtte på den rigtige måde på det rette tidspunkt. At være opmærksom på, hvad barnet er i færd med at lære og mestre, og støtte barnet i denne læring.

Man kan se på hvad han gør, og tolke det som udtryk for hvad han kan og ved. Først kan vi se at Henrik ved at sprællemaden spræller, når han trækker i snoren. Vi og Dorthe kan tolke at han gerne vil have sprællemaden ned fra sømmet. Henrik kan ikke få den ned ved at trække i figuren. Han ved ikke hvordan han får den ned til sig. Ved et uheld skubbes sprællemaden opad og falder af sømmet. Henrik ser dette, og han forbinder ”skubbe opad” med ”at få sprællemaden ned til sig”. Vi kan se at nu ved han at det hænger sådan sammen, fordi han nu viser at han kan tage den ned, ved at skubbe op. På den måde kan man argumentere for at han viser sin erfaring i sine handlinger, han viser at han ved det. Om denne viden er ”bevidst” eller ”reflekteret”, det ved vi ikke. Han kan nok ikke formulere det som en hypotetisk dobbeltsætning a la ”hvis sprællemaden skal ned, så skal man skubbe op”, men på det praktiske og kropslige plan har han testet hypotesen. Hvis han blev ved med at rykke nedad uden held, så har han ikke lært det. Han må have foretaget en kobling mellem handling og konsekvens.

Når vi sætter en parentes om spørgsmålet om Henrik kan tænke og reflektere, eller om han er bevidst om det han gør, kan vi betegne hans læring som en erfaring. Jeg vil betegne denne type erfaring for *kropslig erfaring*. Den opfylder ikke kriterierne for at være en erfaring i Dewey'sk forstand, men den ligner meget. Med denne tolkning af kropslig erfaring kan man komme videre med at forstå børns læring uden at havne i svære og

ørkesløse diskussioner af om, om erfaringen er bevidst, før-bevidst eller ubevidst og om det er tænkning eller ikke.

Barnets udforskning af rummet

Den matematiske aktivitet lokalisering er knyttet til kroppens bevægelse og udforskning af rummet, som beskrevet i kapitel 2.

Et eksempel på en situation som viser hvordan små børn udvikler begyndende rumforståelse med kroppen og ved hjælp af måling med kroppen.

Eksempel 20 Andreas udforsker rummet

*Andreas (1 år) kan lide at bevæge sig rundt i rummet. Han er netop begyndt at gå selv. Han har imidlertid brug for noget at holde i for at holde balancen. Andreas' vejvalg er afhængig af genstande som kan fungere som støtte. Han står og støtter sig til bordet. Andreas vil videre til sofaen. Før han slipper taget i bordet, strækker han armen ud mod sofaen. Han kan ikke nå sofaen. Andreas har et problem. Han løser problemet ved at gå en anden vej. (Fosse & Munter, *Geometri og små barn - hva er det?*, 1996, s. 25) (Egen oversættelse)*

Andreas viser en begyndende målforståelse ved at han sammenligner afstanden fra bordet til sofaen med længden af sin armen (enheden) og finder ud af at han ikke kan gå over til sofaen denne vej uden at miste støtten (Fosse & Munter, *Geometri og små barn - hva er det?*, 1996).

I ovenstående eksempler udspringer børnenes handlinger af at der er noget, de vil. Der er en intention med handlingen som giver mening til bevægelsen ud i rummet, måling med egen krop, vurdering og handlingsstrategier.

Symmetri, spejling og mønstre

At søge efter mønstre og at skabe mønstre synes også at være et antropologisk kendetegn. Når børn leger og ”ordner” kan det iagttages at de søger efter at skabe harmoni og mønstre.

Eksempel 21 Ida laver mønstre

Når børn ordner og forklarer

Ida (2 år og 8 måneder) sidder og sorterer geometriske figurer. Hun udvælger figurer med en speciel form og ordner disse med jævne mellemrum. Farven på figurerne varierer, men formen er den samme. Når Ida tager retvinklede trekanter, ordner hun dem på række, sådan at trekanternes retvinklede spids vender i samme retning. Efter en tid har hun placeret otte trekanter på række, så vender hun hver anden trekant 180 grader, og derefter fører hun trekanternes langsider sammen, sådan at der dannes fire kvadrater. Ida fortsætter med at tage andre geometriske figurer med samme form og hun ordner dem i rækker. (Björklund, 2012, s. 50) (Egen oversættelse)

Ida begynder med at ordne ens trekanter i et mønster i en række. Ida opdager at hun kan lave nye figurer ved at sætte to trekanter sammen. Hun ser hvordan dele kan føres sammen på en særlig måde og danne nye helheder. Hun skiller de enkelte dele ud og opdager at to retvinklede trekanter kan lægges sammen, så de danner kvadrater. Ens dele, som håndteres på samme måde, danner ens mønstre. Hun eksperimenterer og hun arbejder systematisk, når hun vender hver anden trekant og fører dem sammen til firkanter. At danne mønster indebærer at barnet sætter dele sammen på en struktureret måde. Hver del som indgår er vigtig, fordi den har afgørende betydning for helhedens udseende. Der er ikke tale om ustrukturerede tilfældigheder, men om en kombination af eksperimenteren og systematik.

Et behov for at skabe mønstre kan let opstå under leg.

Eksempel 22 3 årige Cecilie dækker bord

Først dækker Cecilie op ved et lille rundt bord. Hun leger at hendes mor har fødselsdag. Hun fik et rødternet viskestykke til dug. "Det er ikke stort nok" siger hun. Så fik hun et til. Nu skulle selskabet op til sofabordet. Hun siger: "Der mangler en til dug"; men nu er der ikke flere rødternede viskestykker. Mor finder et stribet. Cecilie starter med at lægge det stribede i venstre side. Hun ser på det og flytter det så til midten, - nu passet det bedre. Bordet skal dækkes, men der er ikke nok bordskånere

som tallerkener. Nu må hun tilbage i køkkenet... (Tagttagelse fra Julie Skjelborg Fredriksen)



(Foto: Julie Skjelborg Fredriksen)

Cecilie stopper op og ser at viskestykkerne ikke danner symmetri på bordet. Det skal være "rigtigt" til et fint bord til fødselsdag. Så lægger hun de viskestykker, hun har, i et mønster, så de danner et symmetrisk mønster.

Når børn ordner og forklarer

Hun har lagt viskestykkerne, så det samlede mønster danner en spejlingssymmetri om en akse midt på bordet.

Mønstre, symmetri og spejling dukker op i mange sammenhænge i børns hverdag, f.eks. i kartoffeltryk, perleplader, mønsteret med perler i perlekæden, i tegninger, i LEGO figurer, i opstillinger af legetøj, borddækning, i mønstret på blusen og meget andet. Det ser ud som til at mennesker er orienterede mod mønstre, både at se dem og at skabe dem.

Spejling er et fænomen som børn tidligt stifter bekendtskab med. På et tidspunkt i de tidlige år begynder barnet at kunne genkende sig selv i spejlet: ”Det, jeg ser, er et billede af mig! Jeg påvirker det billede jeg ser! Når jeg smiler, så smiler billedet. Når jeg strækker mine arme, så gør billedet det også.” (Fosse & Munter, Geometri og små barn - hva er det?, 1996) Denne erfaring og aha-oplevelse er vigtig. Sådanne erkendelser gør børn jævnlige. Erfaringen af at noget er virkeligt, og at noget er et billede af virkeligheden er en grundlæggende erfaring ved design, som både har et symbolsk plan og et konkret plan.

Ordne og skabe ordning

Den svenske forsker Maria Reis beskriver i sin forskning hvordan børn af sig selv søger at skabe orden, når de leger med stablebægre, hvor bægerne kan sættes ind i hinanden eller stables ovenpå hinanden til tårne, og leger med ringtårne (Reis, 2011). Hun viser endvidere hvordan børn generaliserer deres tidligere erfaringer. Når børn lærer at stable og bygge med denne type legetøj, lærer de at udskille en egenskab ad gangen. Børnene i studiet er mellem 1½ og 3 år gamle.

Eksempel 23 Stablebægre og ringtårne

Ringtårne består af ringe i forskellige størrelser, som er placeret på et skaft. De kan placeres i størrelsesorden, så de danner en kegle med den mindste ring overst. Børnene begynder med at udskille den egenskab at de kan placeres på skaftet. De bliver placeret i tilfældig størrelsesorden. Efterhånden udskiller de egenskaben overside og underside af ringene ved at placere dem med oversiden opad på skaftet. Ringene er i det pågældende ringtårn bredere for neden end for oven. Dernæst begynder børnene at sortere ringene i grupper af størrelsesorden: en stor, nogle mellemstore og nogle små. Differentieringen efter størrelse fortsætter: den største, den næst største, de mellemstore, den næstmindste og den mindste. Til slut kunne man se at de kunne ordne alle ringene efter størrelse, både fra stor til lille og fra lille til stor.

Når børn ordner stablebægre i størrelsesorden, så udskiller de dimensioner af variation og dets værdier i en bestemt rækkefølge. Først udskilles bægerens orientering (åbning op eller ned) afhængigt af, om barnet vil sætte bægerne ind i hinanden eller bygge tårn, og alle bægerne orienteres på samme måde. Dernæst sorteres bægerne efter, om de tilhører samme sæt af bægre, hvis sættene er blandet sammen. Til slut sorteres de i størrelsesorden og de sættes op i en størrelsesordnet serie. Det viser sig at være mere kompliceret at bygge bægetårne end at sætte bægerne ind i hinanden. (Reis, 2011) (Mit referat)



Studiet viser at børn først udskiller et aspekt eller dimension af variation, dernæst differentieres flere værdier inden for dimensionen f.eks. størrelsesorden mere og mere præcist. Hun har studeret flere børns måder at undersøge, sortere og bygge. Man kan konkludere at børn af sig selv erfarer sig til hvordan bægrene og ringene kan ordnes, og at de ordner og skaber orden, når de har denne type legetøj til rådighed.

Vejen hen mod at kunne bygge et ”færdigt” tårn i korrekt størrelsesorden er lang. Der er meget at lære og mange gentagelser. Barnet bruger sin krop og sine sanser til at undersøge tingene, søge information og finde ud af hvilke genskaber som har betydning. Barnet lægger hovedet på skrå for at se, om ringen passer på de tidligere placerede ringe. En anden erfaringsmåde består i at holde ringen over skaftet og samtidigt at læne sig ind over for at

se ned, om ringens størrelse passer. Ved bægetårnene føler barnet med fingrene på stablen af nogle bægre, om der er mellemrum, når der er bægre i overskud. De føler på tårnets overflade om den er jævn. For at stable bægre og bygge tårne af bægre og ringe gentages handlingerne på en sådan måde at der skabe mere eller mindre effektive strategier. F.eks. at opstille ringe og bægre efter størrelsesorden inden der bygges på i tårne. (Reis, 2011)

Hvordan lærer børn at bygge med bægre og ringe i bægetårne og ringtårne? Der viser sig det samme mønster. Børnene iagttager hinanden, bygger i fællesskab, imiterer og kommunikerer med hinanden om det, men de modtager ikke instruktion af voksne. Der er elementer af imitation og sociale læreprocesser i dette. Men det ser ud til, at når først et barn har set hvad legetøjet kan bruges til, så går det i gang med at afprøve sine egne

Når børn ordner og forklarer

strategier og prøver at adskille de forskellige egenskaber, som har betydning for at få samlet og bygget. Man kan derfor antage, at legetøjets udformning og mulige funktioner er afgørende for hvilken brug og hvilken læring, det inviterer til.

Barnet og den voksne

Erfaring som udvikles ved brug af legetøj og ved at manipulere med objekter, foregår ikke blot som en erfaringsproces mellem barnet og tingen, som Piaget beskriver. Den foregår i en social kontekst og er nært sammenvævet med udvekslinger i relationer mellem barn og omsorgsperson og i relationer mellem børn.

Interaktionen har således to dimensioner:

- En materiel – barnets interaktion med tingene
- En social – barnets interaktion med andre mennesker, børn og voksne

Interaktionen mellem barnet, den voksne og tingen, som de har fælles opmærksomhed på, kaldes for ”triaden” (Lorentzen, Dialog med usædvanlige børn, 2010). Når læringsaspektet i triaden betones, anvender jeg begrebet ”læringstriaden”, hvor dialogen primært er kropslig og sansemæssig, for at understrege at læringen her er indlejret i og udviklet fra ”dyaden”, med alt hvad dette indebærer.

Eksempel 24 Mor og barn leger med puttekasse

Esben på 1.8 år sidder på skødet af sin mor Sofie ved et bord. De har en puttekasse foran sig. Esben kender klodserne og puttekassen, da han har følt, set og suttet på dem. Han har leget med dem, men har ikke ret mange erfaringer med at få klodserne puttet i de rette huller.

Esben har den runde klods i hånden. Han banker den ind i puttekassen uden at ramme. Sofie siger ”se” og peger på det runde hul. Esben ser op på mor. Mor ser på Esben. De vender begge igen blikket mod puttekassen. Han prøver igen at putte den runde klods ind i det runde hul. Sofie drejer lidt på puttekassen,

så Esben lettere kan ramme. Efter adskillige forsøg lykkes det Esben at få klodsen ind i puttekassen gennem det runde hul. Det siger ”klunk”. Esben ser op på mor og smiler og spjætter lidt. Sofie ser på Esben og smiler og siger ”ja!”. De prøver med en ny klods. (Eget eksempel)

Esben og hans mor er i samhandling. De har et fælles opmærksomhedsfokus på at putte klodser i puttekasse. Relationen er præget af samvær og omsorg og er følelsesmæssigt afstemt.

Esben og Sofie har begge blikket skiftevis rettet mod puttekassen og mod hinanden. De har en kropslig nonverbal dialog i deres samhandling med puttekassen. Sofie bekræfter med ord, ”se” og ”ja”, men kernen i dialogen foregår gennem handling og gennem blikket. Man kunne kalde det for ”handlings-og-blik-dialog”.

Hvordan samspelet udvikler sig, afhænger af aktørernes handlinger og af resultatet af handlingerne, om det lykkes at få klodsen i kassen. De styrer begge udviklingen ved hjælp af deres aktioner og reaktioner. Timing, takt og rytme udgør den dialogiske dynamik i turtagningen, når den ene afventer den andens handlinger og reaktioner. Der foregår en kropslig og nonverbal forhandling undervejs ved at begge parter lytter og påvirker hvordan samspil og indhold udvikler sig. Denne dialog foregår ved hjælp af blikket, når barnet flytter blikket fra moren til tingen, så flytter mor også blikket mod samme objekt. Barnet og den voksne kan pege ved hjælp af blikket i denne ”blik-dialog”. I dialogen indgår også ansigtsudtryk, ord, lyde, stemmeføring og kropssprog, som udtrykker intentioner eller reaktioner på den andens handling eller udtryk. Der foregår en pendulbevægelse i ”Blik-dialogen”, et skifte mellem at se på hinanden og på det fælles objekt.

Esben lærer efterhånden hvilke klodser som passer i hvilke huller og klodsernes og hullernes former. Han lærer det med støtte eller måske rettere i en samhandling, som er indlejret i relationen. Læringen foregår langt overvejende gennem kropslig dialog med støtte af et begyndende verbalt sprog.

Når børn ordner og forklarer

Esbens oplevelse med klodserne og puttekassen med sin mor giver Esben en referenceramme for at ordene ”cirkel”, ”trekant” og ”firkant” giver mening. Denne referenceramme er både social og følelsesmæssige ved at den er knyttet til at mor og Esben havde en god oplevelse sammen, en fælles sansemæssige erfaring med materialet og formerne, og den er en begyndende erfaringsdannelse med at de runde klodser skal ned i de runde huller.

Dette eksempel viser hvordan læring finder sted i triaden gennem ”handling-og-blik-dialog”. Her opbygges en fælles oplevelsesverden, som danner grundlag for kommunikation og udvikling af begreber.

Da min søn Olav var ca. 2 år, hørte vi et fly oppe luften over haven. Jeg havde ham på armen. Jeg pegede op mod flyet. Vi så op på flyet sammen. Den var tæt på, så vi kunne se det rigtigt, og det lød højt. Nogle dage senere sagde Olavs dagplejemor at hun ikke kunne forstå at når Olav så et fly, så sagde han højt og glad ”min far!”, mens han pegede op i luften. Hun spurgte mig, om jeg skulle ud at flyve? Jeg måtte forklare hende sammenhængen.

Da vores datter Johanne var lille, kunne hun, som de fleste andre børn, godt lide at vi skulle synge ”Lille Peter edderkop” og forsøge at gøre fingerfagterne til. Da hun var ca. 1½ år gammel, havde hun udviklet et tegn for at hun gerne ville have at vi skulle synge ”Lille Peter edderkop”. Tegnet bestod i at hun førte hendes pegefingre sammen et par gange, mens hun lo. Hun kunne ikke selv fagterne rigtigt, og hun kunne heller ikke sprogligt udtrykke sine ønsker, men vi forstod tegnet.

Disse to eksempler illustrerer at de fælles oplevelser udvikler et behov for at kommunikere. Olav ville fortælle at han havde set et fly sammen med sin far. Det havde han ikke sprog for endnu. Men han kunne referere til sin oplevelse ved at sige ”min far!” Kommunikationen med dagplejemoen lykkedes ikke, men han havde noget, som han gerne ville fortælle om. Johanne havde fundet en måde at kommunikere at hun gerne ville have at vi skulle synge ”Lille Peter edderkop”. Det var lettere for os forældre at gætte hvad hun ville, fordi det refererede til oplevelser vi havde haft sammen. Fingertegnet og ”min far!” refererede til en fælles helhedsoplevelse.

De to eksempler viser derfor også at der i den kropslige og begyndende sproglige kommunikation kommunikerer ved hjælp af symboler, som ikke har et abstrakt og generaliseret indhold. Symbolerne referer til helhedsoplevelser og repræsenterer situationer, hvor de har deltaget i en fælles oplevelse. De har en lokal og situationel betydning, som kun kan forstås af de deltagende. Symbolerne ikke har en generaliseret betydning endnu, men de danner grundlaget for at de lærer at kommunikere ved hjælp af symboler. De lærer at anvende symboler i deres kommunikation og til at udtrykke deres oplevelser og intensioner med.

Det primære fokus for omsorgspersonen og pædagogen må ligge på at følge og udvikle samhandlingen og dialogen i triaden på dens egne præmisser. At ”sætte ord på” må være det sekundære, på den måde at introduktion af ord skal være understøttende for samhandlingen og udtrykke den mening som udvikles sammen i den fælles oplevelse. Et fokus på sproginlæring kan hindre udviklingen af den fælles oplevelse, som giver ordene betydning og mening til kommunikationens indhold. Man skal ikke sætte vognen foran hesten.

Pædagogens rolle i læring af matematik handler på et grundlæggende plan om at udforske barnets omverden sammen med barnet og udvikle en fælles oplevelsesverden. Dette ligger forud for udvikling af børns udtryk og sprog.

Interaktion mellem børn

Små børn kommunikerer og forhandler med hinanden på ved hjælp af handling og kropslig kommunikation, før de behersker der verbale sprog.

Eksempel 25 Legetrappen

To børn på omkring to år står ved en legetrappe i børnehaven. Trappen har to trin på hver side. Peter prøver at få Karin til at gå op ad trappen på modsat side af, hvor han selv står, så de samtidigt kan gå ned til hver sin side. Peters ordforråd beløber sig, stort set, til ”Hej” og en del andre ord som for den voksne observatør er vanskelige at fortolke. Men ved at råbe hej, smile og bevæge sig får han gjort Karin begribeligt, hvad han vil. De går op fra hver sin side, griner til hinanden og råber på toppen af

Når børn ordner og forklarer

trappen og går ned igen på den modsatte side. Så gentages forløbet et par gange, indtil Karin ikke gider mere og går sin vej. (Frønes, 1994, s. 188)

Ivar Frønes beskriver interaktionen som en dialog og en forhandling. ”Peter og Karin indgår kommunikative kontrakter og de over sig på grundtrinene i dialog: Vi bliver enige om noget, vi gør det, som vi har aftalt, vi belønner hinanden for at have gjort det.” (Frønes, 1994, s. 189) Iagttagelse og imitation indgår som centrale elementer i en handling-og-blik-dialog.

Karin og Peter må være i stand til anvende de samme kommunikationsformer i deres leg, som er kendetegnende for triaden med omsorgspersoner som hos Esben og Sofie. Frønes’ hovedpointe er at relationen mellem jævnaldrende børn er fundamental anderledes end relationen mellem barn og voksen. Relationer til ligeværdige skal opnås, hvor relationen til voksne, forældre og pædagoger er givne. Det betyder at børn skal gøre sig brugbare erfaringer med at opnå og vedligeholde horisontale relationer for at kunne mestre sociale relationer livet igennem (Frønes, 1994).

Det tyder på at kompetencerne til dialog og forhandling er medfødte eller at de udvikles tidligt. De udvikler disse kompetencer i både horisontale og vertikale relationer. Forhandlingskompetencen er den samme, men relationen er forskellig. Den ene er en omsorgsrelation, den anden er en ligeværdig relation. Læring i triaden er ikke afhængig af at den foregår i en omsorgsrelation, men af at det foregår i en relation, som først skal etableres med en anden.

Læring om omverdenen, som f.eks. her hvor Peter og Karin også lærer noget om trappen, mens de leger, foregår gennem handlings-blik-dialog og forhandling i legen. Legen og relationen er det bærende, men der foregår samtidigt en medlæring om ”tingene”, og hvad de kan bruges til i leg. Legen, relationen og læringen kan ikke adskilles som tre forskellige processer. Børn som Peter og Karin anvender ord som støtte i denne dialog, men det verbale sprog er endnu ikke det bærende for kommunikationen og samhandlingen.

Et studie af Vigdis Flottorp viser hvordan børns matematisering i leg kan se ud.

Eksempel 26 Mohammed og Waqas i sandkassen

To drenge, Muhammed og Waqas, er begge fem år, og de leger i sandkasse med sandkasselegetøj i plast. Drengene har placeret forskelligt sandlegetøj på kanten af sandkassen. Legesagerne er af plast, som bærer en kulturel betydning i sig, som dog også i denne observation viser sig at være flertydig. De ligner brugsgenstande fra voksenverdenen: køkkengenstande og haveredskaber. Nogle har en kegleform, og disse har en særstilling, fordi de ikke refererer til en bestemt brug eller tilhører nogen af de to kategorier af brugsgenstande. Drengene benævner ikke legesagerne i episoden, men deres leg viser hvilken betydning, de tillægger tingene: de drikker af kopperne og rører i gryderne.

De leger ”at gøre det samme” ved at den ene efterligner den anden. Vigdis Flottorp tolker legen sådan, at børnene skal have samme type og samme antal ting. Men det har de ikke i udgangspunktet:

Mohammed har kop, kegle, to gryder og en søstjerne.

Waqas har kop, kegle, en gryde og en si.

De har ikke samme antal og si og søstjerne tilhører forskellige kategorier. Der er to problemer her. Waqas løser det ene ved at kaste sien væk og tage en stegepande i stedet. Den dunker han mod sandkassens kant og siger: Se, hvad jeg fandt, al!” Stegepanden kan dermed svare til en gryde, da de har fællestykket ”køgekar”. Waqas foreslår at de skal have sand i ”alt”. Vi kan ikke vide, om han mener alle køgekarrene. Mohammed siger: ”bare vil have sand i to stykker”. Begge drengene fylder sand i hver deres to køgekar. Her forhandler drengene en fælles mening frem, skabt ud fra behovet i konteksten.

Når børn ordner og forklarer

Det andet problem er at søstjernen og sien er forskellige typer og ikke umiddelbart "passer sammen". Og der er ikke lige nogle andre søstjerner e sier i nærheden. Mohammed betragter legesagerne, vender sig, tager sien og lægger den yderst på

Waqas' side. Samtidig peger han på sin egen søstjerne som ligger næst yderst på egen side og siger: "Se, søstjerne!" Så vender han

sien, sådan at den ligger med bunden op som søstjernen også gør. Derefter kontrollerer han systemet ved at berøre Waqas' legesager en for en. Og sammenligner med sine egne legesager ved at bruge blikket. For hver ting, han berører, siger han: "lægger den der." Han parkobler sine genstande med Waqas'. Til slut konstaterer han: "Nu er det rigtig". Nu ligger tingene på kanten af sandkassen foran drengene på denne måde:

Waqas	Mohammad
Kogekar – si – kogekar – drikkekar – kegle	Kegle – kogekar – kogekar – søstjerne – drikkekar

Mohammed skaber en dobbelt lighed mellem si og søstjerne gennem tingenes orientering og placering i rummet. Han lavet et nyt klassifikationskriterium "bund op", som askæller si og søstjerne fra de andre legesager. Han har også sørget for at de begge ligger næst yderst ved en spejlsymmetri. Derefter lægger de spader i et spejlsymmetrisk mønster. Dette bekræfter hypotesen om at legesagerne er lagt spejlsymmetrisk.

Drengene klassificerer og laver delvise symmetrier, fordi de har brug for det i legen. De har et fælles projekt som de kommunikerer til hinanden uden misforståelser. Drengenes tænkning kommer til syne først og fremmest gennem kroppen og de kommunikative handlinger. Ordene giver kun mening i konteksten, og verbalsproget spiller en underordnet rolle (Flottorp, 2010) (Genfortalt og forkortet).

Casen viser at børn ordner og skaber en fælles mening gennem kommunikation og forhandling i deres lege på et kropsligt plan. Vigdis Flottorp skriver: "I analysen kommer det frem hvordan kropslige erfaringer og kommunikative handlinger kan være grundlæggende for klassifikation og logisk tænkning. Det ser ud til at alle ytringer har en hensigt, og at børnenes matematiske erfaringer dermed *ikke* kan være ubevidste." (Flottorp, 2010, s. 102) Hun skriver videre at pædagoger kan lære meget af at undersøge

børns logik og matematisk meningskabelse i legen. Hun betegner denne matematik som "matematik som problemløsning ved hjælp af symbolske redskaber."

Social deltagelse i hverdagsaktiviteter

Kropelig læring finder i høj grad også sted gennem deltagelse i hverdagsrutiner og almindeligt hverdagsliv i familie og dagtilbud. F.eks. når der spises sammen, der dækkes bord, serveres og spises sammen. Senere ryddes af bordet, der ryddes op og vaskes op. I dette kulturelt formede måltid og hverdagsliv er barnet begyndende deltager. De iagttager hvordan "man gør" og prøver selv at deltage på de rigtige måder med eller uden vejledning fra voksne.

I det følgende beskrives hvordan tidlig matematik indgår i hverdagslivet. Eksemplerne illustrerer hvordan børn gennem gradvis inddragelse i hverdagsrutiner og udvikling af selvhjulpethed også får kropslig læring af tidlig matematik, en læring som er integreret i social deltagelse hvor læring om tingene og deres brug finder sted i en funktionel sammenhæng.

På et tidspunkt kan barnet hjælpe med at dække bord, som i eksempel 1. Måske først ved at bære bestik og kopper hen til bordet og hjælpe med at dække bordet. Barnet kan sagtens være med til at dække bord til 6 personer, selv om det ikke kan tælle til seks. Der skal være en tallerken til hver, en ud

Når børn ordner og forklarer

for hver persons plads. Der skal bestik og glas til hver og det skal ligge på en bestemt måde. Barnet kan udmærket se meningen ud fra sammenhængen og bidrage til at dække bord. Måske ”tæller” det ikke med tal, men relaterer til de personer som skal sidde ved bordet: far, mor, Sofie, Daniel, Viktor og mig (en til far, en til mor...). Meget tyder på at børn danner billeder af hvordan det skal se ud, og bruger dette billede som reference, før de begynder at tælle. De kan se, hvis der mangler et glas eller en tallerken og hente det og lægge det på, indtil det ser rigtigt ud, og der står det rigtige ud fra hver plads. På et tidspunkt begynder det at bruge tal til hjælp. Derved kan det gradvist få en fornemmelse for antal ud fra meningsfuld social deltagelse. Samtidigt lærer de tælleprincippet, parkobling, symmetri og mønstre at kende.

Når barnet løfter kanden op og hælder vand op i sit glas, kræves der meget forskellig kraft alt efter om kanden er fyldt eller næsten tom. Denne vejning i hånden giver en kropslig erfaring med vægt, som fremmes, hvis kanden er gennemsigtig. For så får barnet mulighed for at se væskemængden og forbinde det med oplevelsen af hvor meget kraft der skal bruges for at løfte kanden.

Deltagelse i madlavning og bagning rummer også mange muligheder for at få kropslig læring af tidlig matematik gennem social deltagelse. Veje mel, sukker og andre ingredienser af. Se at der bliver hældt mælk op i et målebæger op til en bestemt streg. Se hvor mange æg der skal bruges. Og se hvordan det hele blandes sammen og hvad det bliver til: pandekager, kager, boller osv. Barnet lærer tidlig matematik i en funktionel sammenhæng ved at iagttage og senere hjælpe til med bagning og madlavning. Her får barnet adgang til at se hvordan man gør i voksenverdenen, hvordan der måles og vejes i hverdagslivet.

Måske lægger de også mærke til hvordan bedstemor bruger sit målebånd til at måle striketoj. Målebåndet med de forskellige farver for hver decimeter. Måske måler hun trøjen mod kroppen for at se om den passer. Farfars tommestok har også sin funktion og er interessant for barnet: hvad bruger han den til og hvordan? Og så kan den foldes ud og foldes sammen.

Barnet kan hjælpe med at fylde og tømme opvaskemaskinen og lægge de ting på plads, som det ved hvor hører til. Her lærer barnet at kategorisere og sortere. At lægge bestik i de forskellige rum er samtidigt en sorteringsøvelse. Det får også rumlig forståelse ved at stable og pakke for at det hele kan være der.

På samme måde kan børnene hjælpe med at finde ting, der er brug for i dagtilbuddet. Finde lim og sakse. Hente boldene. Og hjælpe med at rydde op og lægge på plads. På denne måde over barnet sig i ”hvad der hører sammen” og ”hvor ting hører til”. At finde og skabe orden og mening gennem kategorisering af ting i brug, ser ud til at være meningsfuldt for børn, da de også gør det af sig selv.

Eksempel 27 Sortering af blyanter

Jeg sad på et dagtilbud og ventede. Ved siden af mig lå en flad kasse med blyanter og farveblyanter. Kassen var opdelt i rum. I det ene rum var der kun blyanter af træ. I de andre rum lå blyanter og farveblyanter rodet sammen. En dreng kom forbi. Han havde en træfarvet blyant i hånden og lagde den ned i rummet med de andre træfarvede blyanter, idet han gik forbi, som den naturligste ting i verden.

Børn elsker måske ikke at rydde op, men de er optaget af at skabe orden og mening i sociale hverdagsaktiviteter. Kategorisering af ting efter funktion er en vigtig del af at skabe orden og mening i tingenes sociale brug. Tingenes brug i leg er præget af at der skabes andre former for orden, som kan se ud som kaos, hvis man ikke har fulgt legens udvikling. Legetøjet flertydighed og tingens funktion kan ændres, når det er nødvendigt for legen, som vi ser i eksempel 26 med Mohammed og Waqas i sandkassen. Vekslen mellem orden og kaos synes at være en drivkraft i erobringen af verden. Børn har brug for begge dele.

I garderoben i børnehaven møder børnene mange krav og udfordringer som også rummer aspekter af tidlig matematik. Hvilken vante til hvilken hånd? Og hvordan får man vanterne rigtigt på? Med fingertælling som i eksempel 4? I hvilken rækkefølge skal man tage tøjet på? Hvorfor skal man

Når børn ordner og forklarer

først have benene i flyverdragten før armene? Og hvordan skal støvlerne vende, for at man ikke får ”grisetæer”? Enhver pædagog ved at det er en krævende læreproces for mange børn. Børnene lærer også af hinanden gennem social deltagelse og hjælper hinanden med at ”finde ud af det”. At lære at mestre alle disse ting vil medføre øvelse i logik og forklaring, i at sammenligne former, i spejling og antal og de andre fundamentale matematiske aktiviteter.

Disse hverdagsrutiner anses måske ikke for læringsituationer. De behøver ikke at blive til arenaer for systematisk læring. Jeg vil blot vise at situationerne rummer meget tidlig matematik, som mange børn tilegner sig, hvis de inddrages og gives muligheder for at være deltager, få hjælp, prøve selv og efterhånden blive selvhjulpne. At give adgang, vise, guide og kommunikere med barnet ud fra dets motivation for at deltage og mestre, vil bevirke en læring af tidlig matematik som en medlæring, en sideeffekt af selvhjulpethed.

Den pædagogiske opgave ved kropslig matematisering:

- **Give adgang til varieret legetøj, materialer og muligheder for at barnet kan udforske dets omgivelser (kropslige erfaringer)**
- **Organisere hverdagen, så børn får mulighed for leg og for deltagelse i hverdagsrutiner (Læring gennem leg og deltagelse).**
- **Støtte barnet i udvikling af mestring og selvhjulpethed.**
- **Skabe en orden i institutionen som støtter barnet i at kategorisere ting og aktiviteter – og give rum for kaos i leg (kategorisering og alternative kategoriseringer).**
- **Pædagogrollen må her fokusere på:**
- **Dét, som giver mening for barnet i de konkrete situationer – både følge barnet og udfordre barnet.**
- **At forsøge at indtage barnets perspektiv, når det ordner og forklarer – iagttage, lytte og tænke, før man taler og handler.**
- **At udforske børnenes nære omverden sammen med dem.**
- **Ved hjælp af aktiviteter og situationer med fælles opmærksomhed at skabe en fælles oplevelsesverden.**
- **Timing og guidning i læringsituationer.**

Kapitel 4 Børnematematik

I dette kapitel ses nærmere på hvordan læringen kan se ud, når børn begynder at udtrykke sig ved hjælp af sprog og symboler i deres ”børnematematik”.

Den kropslige læring finder sted hele tiden og livet igennem. Ord bliver brugt som supplement i denne læring. Efterhånden som barnet tilegner sig det verbale sprog, sker der et skift i mulighederne for at meddele sig, at udtrykke sig, og forstå hvad andre siger og indgå i sproglig dialog. Herved udvides mulighederne for at lære og deltage. De begrænsninger, som ligger i den kropslige læring, overskrides og samspillet med andre ændrer karakter. Det betyder at læringen nu foregår på en kvalitativt anden måde end den kropslige læring. Men læringen udspiller sig på baggrund af og i relation til den kropslige læring.

Overgangen fra kropslig læring til sprog og udtryk udgør et afgørende skifte i mulighederne for tænkning og læring. Forskellen ligger i at barnet udvikler flere måder at kommunikere på og redskaber til at tænke med, når de lærer det verbale sprog og lærer at tegne og bruge symboler til at udtrykke sig med. Men det skal ikke forstås sådan at børns viden først skal forstås og anerkendes som viden, når den kan kommunikere sprogligt (Meaney, 2016). Sprog og udtryk er midler til kommunikation og kan udvikle og formulere tænkning.

Sprog og udtryk skal forstås bredt. Tal, bogstaver, vejskilte, emojis, kunst, landkort, noder, formler, ikoner, broderiopskrifter, figurer, tegninger, samleinstruktioner og meget andet er også kulturelt formede symboler, som skal tegnes for at kunne bruges til at udtrykke sig med og kommunikere med. Symboler indgår i menneskers måde at kommunikere på og er konstituerende for kultur og samfund.

På niveauet ”børnematematik” kan barnet ikke blot handle i situationen, men tale om en situation ved hjælp af begreber, som repræsenterer det, som begrebet betegner. I kapitlet belyses hvordan børnematematik ser ud og udvikles i takt med at barnet lærer at udtrykke sig med sprog og symboler.

I forhold til læring har sproget flere funktioner: En fremstillingsfunktion, som består af både en udtryksfunktion og en repræsentationsfunktion, og en funktion som erkendelsesredskab. Derfor forandres mulighederne for at kommunikere, erkende og erfare sig grundlæggende med barnets tilegnelse af sprog og andre udtryksmåder.

At lære at kunne udtrykke sig ved hjælp af sprog og symboler på en måde som er forståelig for andre indebærer flere aspekter:

- Tilegne sig sin omverdens sprog og symboler. Høre og se ordene og tegnene i brug i situationer, hvor de giver mening og har en kommunikativ funktion.
- Et behov for at udtrykke sig, en intention og en motivation for at udtrykke noget, som er vigtigt at kommunikere til andre.
- Kobling mellem den kropslige erfaring og det verbale sprog. Det vil sige at begreberne får indhold ved at udtrykke en erfaring.
- At begrebernes indhold efterhånden bliver generaliseret. Det vil sige at et begreb som ”fem” altid er fem, uafhængig af de situationer og erfaringer hvorfra begrebet oprindeligt fik sin mening.
- Kobling mellem det verbale sprog og skrevne tegn og tilsvarende symboler. F.eks. ordet ”fem” og det skrevne tal ”5”.

Disse aspekter vil blive udfoldet i de følgende afsnit.

Sprog og børnematematik

Når børn er i færd med at lære sprog og lære at udtrykke sig, adskiller det matematiske sprog sig ikke som et særligt sprog eller som et sprog om en særlig afgrænset del af benenes liv. ”Det matematiske” er ikke udskilt endnu, som det bliver i skolens faglige sprog. Det er en del af børnenes hverdagskompetencer, som de nu udspiller sig, når de deltager i fundamentale matematiske aktiviteter.

De enkelte børn opbygger deres begrebsindhold forskelligt. Når de kommunikerer med andre, bliver deres begrebsudtryk forskellige: de forstår,

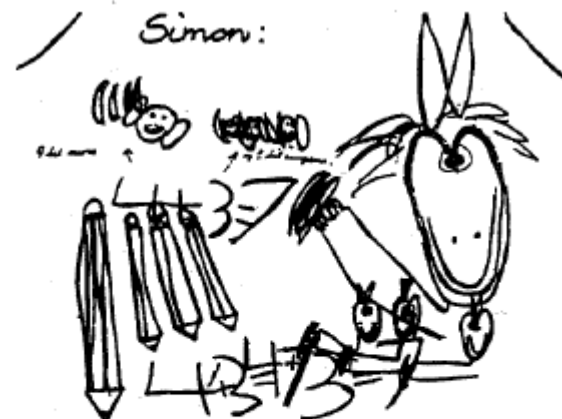
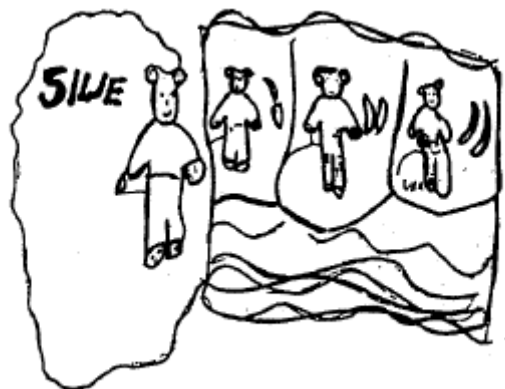
Når børn ordner og forklarer

forklarer, tegner og viser det samme på hver deres måde. Noget er formelt korrekt, andet ikke. Noget er umiddelbart forståeligt for andre, andet er det ikke. Barnets læringsvej går gennem kommunikation og dialog om disse foreløbige forståelser. Læring af de "rigtige" måder at matematisere på fungerer bedst, når de bygger oven på og udvider barnets viden og kunnen ved at tage afsæt i barnets nærmeste udviklingszone og de forståelser, barnet allerede har.

Eksempel 27 Syvårige børn får stillet en gruble opgave.

Aben Ara har tre unger og syv bananer. Hvordan skal hun dele dem?

Alle børn finder ud af at der bliver to til hver af ungerne og én til moren Ara.



Kåre:

3721

Lars:

1+2+2+2 7

Nogle tegner, nogle regner.

Silje tegner og sætter ring om.

Simon skriver regnestykker op og tegner.

Kåre skriver tal: 3 aber, 7 bananer, 2 til ungerne og 1 til mor.

Lars: 1 til mor og 2 og 2 og 2, det bliver 7. (Johnsen Høines, Spor i praksis, 1996) (Uddrag, mit referat)

Læg mærke til at børnene løser grubleopgaven med både tegninger og tal. De kan ikke "skrive det rigtigt op", men *de kan regne* og *de ved noget om hvordan man regner*. Og *de kan forklare* hvordan de regner det ud. Man kan f.eks. spørge Simon hvordan han regner det ud. Så vil han sikkert forklare hvad han har tegnet og skrevet. Marit Johnsen Høines kalder sådanne stillede opgaver for "Grubliser" på norsk. Dette kan oversættes med grubleopgaver.

Når børn ordner og forklarer

Sprog skal forstås bredt, som verbalt sprog og udtryk som f.eks. tal og tegninger. Det fælles er at det bliver symbolske redskaber til at udtrykke sig med. Det betyder at børnene i deres læring befinder sig i et spændingsfelt mellem at tilegne sig deres kultur og i at udtrykke erfaringer, som vist i figur 2.

Sprogets dobbelthed – at udtrykke sig og at blive forstået

Sproget rummer en dobbelthed for barnet. Muligheden for at dele oplevelser og meddele sig udvides enormt, efterhånden som barnet lærer at mestre sproget. Samtidigt opleves sproget også som begrænsende og fremmedgørende, fordi dét, som barnet har sanset og oplevet, ikke kan deles med andre gennem sproget. Ordnes betydning udtrykker ikke den indre oplevelse på en fyldestgørende måde, men knytter sig til noget ydre i abstrakte kategorier. Ordene kategoriserer og har en ret fast og præcis betydning, som refererer til nogle generelle kendetegn. Barnet har måske en oplevelse af sin kat. Det kan måske referere til dette ved at sige ”min kat”, men begrebet kat refererer til alle katte og ikke til ”min kat”. Skal barnet fortælle om sine oplevelser med sin kat, så skal der bruges mange ord, som barnet slet ikke har lært endnu. Oplevelsen vil heller aldrig helt kunne udtrykkes fyldestgørende med ord. Forældre og pædagoger kender til det fænomen at børn kan blive ret frustrerede, når det ikke har ord til at udtrykke det, de gerne vil udtrykke.

I kommunikationen i kropslig dialog kommunikerer det ”i situationen”. Tegn og symboler udveksles direkte i konteksten og har en betydning her og nu, som giver oplevelsen en bestemt betydning. Med det verbale sprog løsrives tegnet fra situationen og oplevelsen. Det verbale sprog objektiverer og generaliserer indholdet. Ordene repræsenterer noget, som også findes uden for situationen. Dette giver mulighed for at tale ”om situationen” på et andet tidspunkt og i en anden sammenhæng. Mestring af sproget indebærer også at kunne kommunikere på to planer og at kunne oversætte det oplevede og konkrete til det abstrakte og generelle. Sproget giver store muligheder for at kommunikere, men det sker i en symbolsk og objektiveret form med de begrænsninger, det indebærer.

Sprogets fremstillingsfunktion

Det matematiske sprog kan ikke læres abstrakt, men ud fra konkrete erfaringer med sproget i brug i kommunikation med andre om noget, som giver mening. Det læres ikke ved at lære begrebernes formelle betydning løsrevet fra dette: tallene, som en remse, eller ved at koble ord som cirkel og firkant med tilsvarende figurer.

Sproget giver barnet mulighed for at præsentere, at udtrykke sig og at fremstille et budskab for andre. Torben Hangaard Rasmussen (Rasmussen, Kroppens filosof Maurice Merleau-Ponty, 1996) henviser til Cassirer og Merleau-Ponty i hans beskrivelse af de symbolske former:

Fremstillingsfunktionen (Darstellung) manifesterer sig gennem sproget. Det tyske begreb ”Darstellung” betyder at stille frem, at skabe og forme, at sætte noget i verden. Det kan derfor ikke oversættes alene med repræsentation. I sproglige fremstillinger er der både et præsentativt og repræsentativt element. Fremstillingsfunktionen har sin oprindelse i sansningen af udtryk, men den viser samtidigt ud over denne ved at distancere sig sprogligt fra verden. Den sproglige distancering er medvirkende til at gøre verden større og bringe den på begreb for barnet. (Rasmussen, Kroppens filosof Maurice Merleau-Ponty, 1996)

Sproget har både en præsentations- og repræsentationsfunktion, når det bruges til at fremstille et indhold: ordene betegner noget (Den repræsentative funktion), og ordene er et redskab for barnet til at udtrykke sig med (Den præsentative funktion). I barnets bestræbelser på at lære at bruge sprog ligger der en kamp mellem at lære at forstå ordenes betydning og at få sig udtrykt, så det bliver forstået.

Tilegnelse af sprog kan forstås som en dialektisk proces, hvor barnet på den ene side lærer ord ”udefra” fra andre børn og voksne, og på den anden side får et sprog som det kan du trykke sig med ”indefra”. Tilegnelsen sker alt overvejende og bedst ved at lære sproget i brug gennem deltagelse i sociale samspil om noget meningsfuldt. Sproget må tage udgangspunkt i en fælles oplevelsesverden, i dialogisk kommunikation (Lorentzen, Dialog med usædvanlige børn, 2010):

Når børn ordner og forklarer

For at kende et ords eller begrebs mening må man have kendskab til, hvilke betydninger ordet eller begrebet kan have i sætninger, dvs. ords mening hænger sammen med hverdagsagtige og naturlige aktiviteter (Austin 1962). (Lorentzen, Dialog med usædvanlige børn, 2010, s. 69)

Hvis læring bedst bygges på dét, barnet kan og ved i forvejen, og på det forhold at sprog og symboler udvider barnets læringsmuligheder, vil læring gennem sprog og udtryk finde sted i et spændingsfelt mellem at sprogets og symbolernes formelle betydning på den ene side skal tilegnes, og på den anden side at de nye ord og symboler skal kunne udtrykke noget som barnet har erfaret, er ved at erfare og som er meningsfuld for barnet at udtrykke.

Tegn og symboler fungerer på samme måde som ordene. Når barnet tegner repræsenterer tegningen dét, som barnet har forsøgt at tegne. Barnet vil præsentere noget, men må lære at tegne på en måde, så andre kan afkode hvad tegningen forestiller. Opklarende spørgsmål og dialog kan ofte være nødvendig for at "se" hvad det forestiller. Tegning er en model af det tegnede på samme måde som en geometrisk eller teknisk tegning er det. Det vil sige at barnet får nogle grundlæggende erfaringer med at kommunikere ved hjælp af symboler, at konstruere og udtrykke sig gennem modeller og anvende dem i kommunikation med andre.

Når læring af ord, tegn og symboler er så knyttet til behovet for at udtrykke noget og at udtrykke sig, må motivationen til at udtrykke noget ikke undervurderes som drivkraft for læring.

Eksempel 28 Drengen tegner den grønne bille

En dreng i børnehaven tegner ikke. De andre børn i børnehaven tegner. Han har måske en diagnose, men det giver ikke mening for ham at træne i at tegne. Han er i udegruppe med andre børn en gang om ugen. En dag finder han en grøn bille, som han bare synes er så flot. Da de kommer hjem har de efterbehandling af turen i børnegruppen. Den dag begynder han at tegne. Den grønne bille er så vigtig for ham at udtrykke at han bare må tegne den. Eksemplet viser at tegning og brug af symboler ikke blot handler

om tilegnelse af færdigheder, symboler og viden, men om et indre behov for at udtrykke noget, der er værd at kommunikere og symbolisere. (Egen iagttagelse)

Sprog som tænkeredskab

Marit Johnsen Høines anvender en Vygotsky-forståelse af læring. For Vygotsky indtager sproget en central rolle for udvikling af læring og tænkning: han siger man tænker med sproget. Læring er afhængig af sprogbrug. Sprog er ikke et resultat af begrebsudviklingen, men en del af selve begrebet. Sprog og begrebsindhold udvikles i en vekselvirkning, som to sider af samme sag: begrebsudtryk og begrebsindhold hænger nøje sammen. Begrebsudtryk er sprog i vid betydning: mundtlig sprog, tegn, kropssprog. Alt sammen udtryk for tanken. (Johnsen Høines, Begynderopplæringen: Fagdidaktikk for barnetrinnets matematikundervisning, 2011).

Det betyder bl.a. at sproget bliver til erkendelsesredskaber i barnets læring. Børn bruger sproget, når det skal finde ud af noget. De "tænker højt" ved at snakke.

Eksempel 29 Kari og Ole tænker højt

Kari og Ole skal sørge for at der bliver nok mælk til kakao, de er 9 børn. Tre børn til hver liter mælk, får de at vide. Helge, Stig, Mads, en. Nina, Line, Hilde, to. Bård, Kari, Ole, tre. Det bliver tre liter mælk, siger de. Det ville ikke have været så let at finde ud af, hvis de ikke havde snakket. Ordene hjalp dem. På vejen til butikken siger Ole tre liter mælk og ni boller højt for sig selv. Det hjælper ham at huske. (Johnsen Høines, Spor i praksis, 1996) (Egen oversættelse)

Tilegnelse af begreber

Børns læring går fra deltagelse i konkrete matematiske aktiviteter over kommunikation om deres aktiviteter til en tilegnelse af det formelle matematiske sprog. Denne læringsvej vil blive uddybet og udfoldet i det følgende.

Når børn ordner og forklarer

Ord og tegn har for børn som udgangspunkt ikke en objektiv betydning, som svarer til definitioner i ordbøger og matematikbøger. Begrebernes betydning udvikler sig i brug gennem det Marit Johnsen Høines kalder sprogsocialisering:

Sproget er en del af børnenes sociale rum. De smager på ordene, prøver dem af, nogen gange stemmer brugen overens med vore sprogkonventioner, andre gange stemmer det næsten eller det stemmer ikke. Gennem brug sker en nødvendig sprogsocialisering. Ordene sorteres, og ordene er redskab til at sortere med. (Johnsen Høines, Om barns tallbegrebsudvikling og om betydningen av hvordan vi tenker om den, 1996) (Egen oversættelse)

Der er her tale om en pragmatisk symbolbrug. Det drejer sig om at det fungerer i kommunikationen i situationen. Gennem erfaringer med sprogbrug og sproglig socialisering lærer de gradvist at bruge (og forstå) ordenens betydning i overensstemmelse med den konventionelle brug. Læring går ad denne vej, det bliver ”korrekt” efterhånden.

En brugsbaseret forståelse af sprogtilegnelse⁵ betyder at kommunikation, fælles opmærksomhed og sprog i brug er det primære i sprogtilegnelsen. Et ord har ikke først en objektiv betydning for barnet. Det har som udgangspunkt en subjektiv betydning og relaterer til de situationer, hvor barnet har oplevet at begrebet blev brugt og det gav mening.

Eksempel 30 Lines begreb om ”halvtreds”

Line ved at bedstefar er halvtreds år, han plejer at sige at han er ”et halvt hundrede år”. Når hun leger ude i en gruppe med både små og større børn, så leger de nogen gange gemmeleg. Den, der ”er den”, skal tælle til hundrede, mens de andre gemmer sig. De større børn har lært hende at hun skal tælle en gang til ti på hver finger. Det bliver til hundrede. ”Tæl bare hurtigt”, siger de, ”det

gør ikke noget at du ikke siger alle tallene hver gang.” Hun ved at hun er halvvejs, når hun har talt på den ene hånd. ”Halvtreds” råber hun. I bussen betaler folk billet. Priser afhænger af hvor langt de skal. Line kan priserne på mange strækninger. Passagerer som betaler med en hundredkroneseddel, skal altid have en halvtredser tilbage, hvis de da ikke køber klippekort. Nogle får en halvtredskroneseddel, og andre får monter tilbage. Line ved at det er rigtigt, ”men det er lidt uretfærdig alligevel”, synes hun. (Johnsen Høines, Begynderopplæringen: Fagdidaktik for barnetrinnets matematikundervisning, 2011, s. 77) (Egen oversættelse)

Line har udviklet et begreb om halvtreds. Begrebet har udtryk og indhold for hende, som er nært knyttet til de konkrete situationer, og til hvilken funktion ”halvtreds” har i disse. Hun har 3 begrebsindhold for halvtreds: én for at tælle i leg, én for betaling i bussen og én for bedstefars alder. Alle tre er abstrakte, men Line har ikke generaliseret dem endnu til et generelt begreb for halvtreds, men hun har udviklet en værdifuld begyndelse. Hun kan ikke anvende sin viden fra de forskellige situationer, hvor hun forstår halvtreds, i andre situationer hvor begrebet halvtreds også kunne bruges og give mening.

Marit Johnsen Høines siger videre: ”Talindsigt, det er som at lægge et puslespil. Der ser ikke ud til at være regler for hvilke brikker som falder på plads først. De brikker som falder på plads, afgør hvordan vi leder efter brikker.” (Johnsen Høines, Om barns tallbegrebsudvikling og om betydningen av hvordan vi tenker om den, 1996)

Læg mærke til at begrebsindlæring her ikke handler om indlæring af begrebernes formelle betydning, men om tilegnelse af begrebernes indhold hvor begreberne bruges i praksis i bestemte situationer og kontekster.

At kunne tælleremsen fungerer ofte mest som en remse, som ikke er knyttets særligt til begrebsindholdet dvs. til tallene i remsen. Men at øve sig

⁵ Dette uddybes i kapitel 9 ved hjælp af Michael Tomasellos teori om brugsbaseret sprogtilegnelse.

Når børn ordner og forklarer

i tælleremsen giver erfaring med at tallene og tælling har en særlig funktion. Det kan i denne forståelse udgøre nogle brikker i puslespillet. Tilegnelse af begrebsindhold vil fungere som andre brikker i det samlede talbegreb.

Læring af matematik i børnematematik foregår som at lægge et puslespil: børns samler brikker op fra det, de hører, ser og prøver sig frem ved at bruge dem. De prøver at skabe orden og mening i det ved at prøve sig frem, om det fungerer i kommunikationen, og om de kan udtrykke deres erfaringer og intentioner. Her et eksempel på dette puslespil med hensyn til børns talbegreber.

Eksempel 31 Børns begreber for ”syv”

Hvis man spørger børn i indskoling: hvad ved du om ”syv”? Så kunne man få følgende svar:

- *At seks er en mindre end syv, og en mere end syv bliver otte.*
- *At jeg mangler tre for at komme til ti.*
- *At der er to mere end femmeren. (Jeg har to for mange.)*
- *Jeg ser det er syv, fordi det er tre og fire (eller fordi det er tre og tre og en, eller det næsten er fire og fire. Tre og fire til er lige så mange som fire og tre til.)*
- *Tre er et ulige tal, det er ikke deleligt med to.*
- *Syv er lige så mange år som jeg er.*
- *Per er dobbelt så gammel, han er fjorten. (Næste år er han ikke dobbelt så gammel som mig! Jeg får et år til, han får ikke to)*
- *Halvdelen af syv er tre og en halv.*
- *Syv er et specielt tal, det er vanskeligere end seks.*
- *Syv og halvfjerds er syv tiere og syv enere, syv hundrede og syv og halvfjerds er...*

(Johnsen Høines, Om barns tallbegrebsudvikling og om betydningen af hvordan vi tænker om den, 1996)

Marit Johns Høines beskriver videre om børns talbegreber:

Pædagoger og studerende som samhandler med børn, vil kunne samle erfaringer og lister som denne. Oversigterne vil vise at børn som udvikler begreber om f.eks. syv, bruger operationer som

indeholder alle fire regningsarter, de bruger fordobling og halvering, de vurderer størrelser og finder ”pejlemærker” (mærkesten). Nogle bruger femmere og tiere som pejlemærker, andre bruger særligt treere og firere. Mange børn knytter brøkbegrebet til arbejdet med de hele tal. De håndterer større og mindre talstørrelser på måder som for en voksen kan virke forvirrende og usystematiske. Stærke eller rige talbegreber kan kendetegnes ved stor grad af fleksibilitet. Børn motiveres af lyttende, observerende og positivt interesserede voksne. Voksne som viser en særlig interesse for hvad/hvordan de tænker.” (Johnsen Høines, Om barns tallbegrebsudvikling og om betydningen af hvordan vi tænker om den, 1996, s. 80) (Egen oversættelse)

Hun siger videre at kundskaberne ikke udvikles så systematisk, som mange holder af at indordne dem. Det kan være fristende at lave ”hierarkiske kort” over hvilke kundskaber der bygger oven på andre, og hvilke kundskaber som er nødvendige for andre. Børn lærer ikke nødvendigvis noget ”grundlæggende” før noget mere avanceret, hvor det ene logisk set bygger oven på det andet. Det bliver med andre ord vigtigt at undgå at lave kort, som kan tolkes i retning af, at børn lærer/mestrer *det ene før det andet.*

Begrebstrekanten

De fundamentale matematiske aktiviteter handler om at gøre erfaringer ved at handle i og få orden på den konkrete fysiske verden. Når barnet gør erfaringer opbygges et subjektivt begrebsindhold (B.I.), som er forbundet med følelser og oplevelser. Begrebsindholdet *henviser til* den ydre verden, til ting og praktiske forhold. Begrebsindholdet er forskelligt fra menneske til menneske. Vi lægger vore individuelle tolkninger ind hver vores begrebsindhold, fordi vi har forskellige erfaringer, oplevelser og forkundskaber.

Begrebsindholdet er tankerne, meningene om omgivelserne om ting og individ og forholdet mellem dem (Johnsen Høines, Begynderopplæringen: Fagdidaktikk for barnetrinnets matematikundervisning, 2011, s. 70). Når barnet kommunikerer med andre om disse ting, sker det gennem

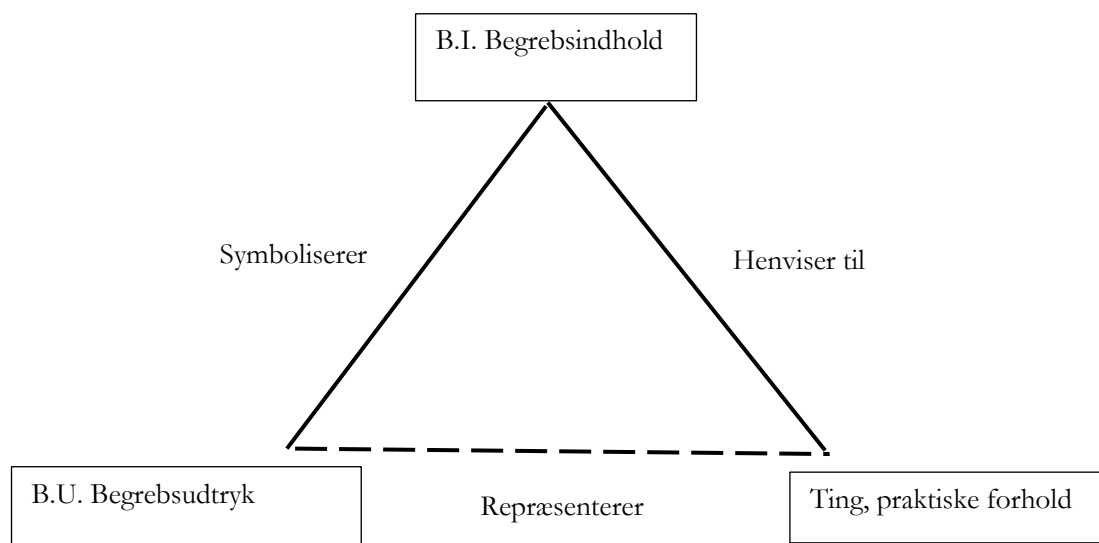
Når børn ordner og forklarer

begrebsudtryk (B.U.), som *symboliserer* begrebsindholdet. Begrebsudtryk er sprog som udtrykker tanker og meningerne (Johnsen Høines, Begynderopplæringen: Fagdidaktikk for barnetrinnets matematikkundervisning, 2011, s. 70).

Begrebsudtrykket *repræsenterer* de ting i den ydre verden, der kommunikeres om. Denne sammenheng vises i nedenstående figur. Relationen mellom ting og begrebsudtryk er ikke direkte, fordi begrebsudtryk ikke repræsenterer tingen direkte, men symboliserer B.I., som igen henviser til tingen.

Figur 7 Begrebstrekanten

(Johnsen Høines, Begynderopplæringen: Fagdidaktikk for barnetrinnets matematikkundervisning, 2011, s. 59 ff):



Børnenes begreber er helheden af BU og BI, dvs. trekantens venstre ben. Begrebet udgøres af både sprog og tanke (Begreb = BI + BU), da trekanten bygger på Vygotskys forståelse af sprogets rolle for tænkningen. Det betyder at barnets begrebsindhold har en central stilling i barnets læring af matematik. Barnets læringsvej går igennem barnets erfaringer og oplevelsesverden. Til forskel fra den formelle og traditionelle matematik, hvor begreber defineres abstrakt. Formel indlæring af begreber er illustreret

ved den stiplede linje, hvor en voksen måske viser et barn en bold og siger: ”Dette er en bold”, ”sig bold!”.

Lines begreber for halvtreds er knyttet til subjektive oplevelser. Det abstrakte begreb ”halvtreds” repræsenterer et bestemt antal som er det samme på tværs af kontekster, situationer og subjektive oplevelser. Hvordan bliver den ene type begreber til den anden type begreber?

Når børn ordner og forklarer

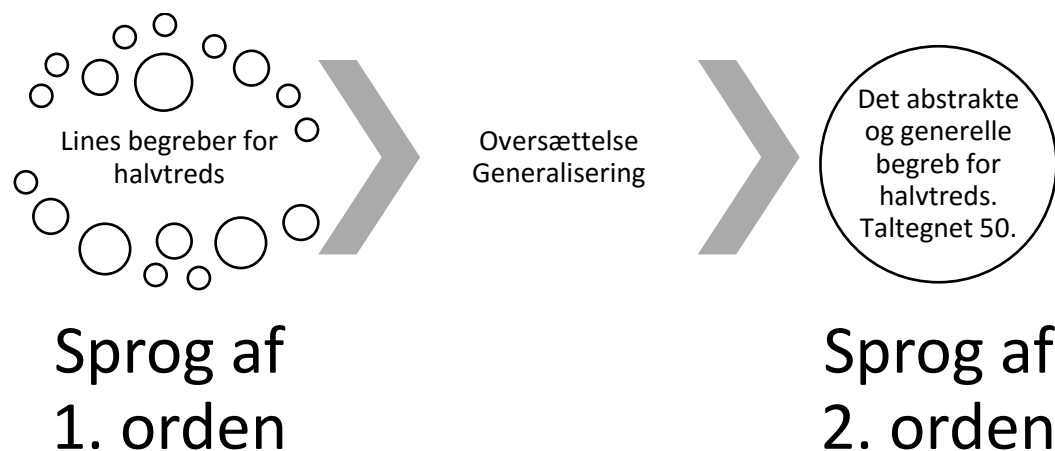
Marit Johnsen Høines definerer sprog af 1. orden som de sprogudtryk der er udviklet sammen med begrebsindholdet. Lines begreb for halvtreds er hendes sprog af 1. orden. Det kaldes spontane begreber eller hverdagsbegreber. Det giver mening for hende, og det fungerer i kommunikationen i de kontekster, hun har erfaringerne fra.

Sprog af 2. orden er abstrakt definerede begreber. Det kan være videnskabelige begreber eller begreber i fagsprog. For Line er det det abstrakte begreb halvtreds og det skrevne tal 50. Det er som et fremmedsprog for hende. Taltegnet 50 har Line aldrig gjort brug af, når hun udtrykker sig.

Når Line skal lære det generaliserede og abstrakte begreb halvtreds, kan man forstå dette som en oversættelse af det sprog, hun kender og bruger, og det nye sprog. Når hun efterhånden har lært det abstrakte begreb at kende gennem brug og oversættelse, så bliver dette til sprog af 1. orden. Det vil sige at hun ikke først skal tænke og forstå det igennem hendes kontekstbunde erfaringer med begrebet, men kan anvende det abstrakte begreb direkte.

Hun opbygger sin begrebsverden ved at drage nytte af kundskaber, som er udviklet i en situation i andre situationer, hun samler og opbygger helheder ved at generalisere indholdet (Johnsen Høines, Begynneropplæringen: Fagdidaktikk for barnetrinnets matematikundervisning, 2011).

Figur 8 Lines begrebsudvikling



Hun argumenterer på baggrund af dette for nødvendigheden af at lade børnene arbejde med de sprogformer, de er fortrolige med, og bruge de sprogformer, de lettest kan udtrykke sig igennem. I eksempel 27 med aben Ara og deling af bananer benytter børnene sig af forskellige sprogformer: nogle tegner, nogle skriver tal, nogle tæller måske på fingrene eller bruger lidt af hvert.

Fra konkrete begreber til abstrakte begreber

Nogle begreber er lettere at forstå med et generaliseret indhold end andre. Her er et eksempel hvor et toårigt barn er ved at lære et generaliseret begreb "to heste".

Når børn ordner og forklarer

Eksempel 32 Erik lærer begrebet ”to heste”

Erik (2 år og 1 måned) bladrer i en bog hvor to heste trækker en vogn i forskellige miljøer.

”Oj, heste!” udbryder han.

”Ja, det er to heste,” bekræfter Julia (3 år og 9 måneder)

Erik bladrer videre.

”Der er de!” siger han, og bladrer endnu nogle siden frem.

*”Der er der også to,” konstaterer han. (Björklund, 2012, s. 55)
(Egen oversættelse)*

Erik er opmærksom på at hesteparret er ens objekter, som dukker op i forskellige sammenhænge. Hestene er konstante, og miljøet varierer. Han er opmærksom på at der er to, og kender begrebet ”to heste”. På den måde får han erfaring med at ”to” ikke er bundet til konteksten (Björklund, 2012, s. 56). Han er i færd med at erkende begrebets generaliserede indhold, at to altid er to uanset hvad man tæller, og hvor man tæller. Lige nu er det ”to heste”, måske kan han også forstå og bruge begrebet ”to”, når han har to æbler, to hænder osv.

Sprog på erfaring

I forhold til matematikpyramiden, hvor børnematematik bygger oven på kropslig matematisering, kan det sproglige i børnematematik være et redskab for børn til at finde og give udtryk for noget, de allerede kan og ved på det kropslige plan.

Eksempel 33 Guldlok og de tre bjørne

I eventyret Guldlok og de tre bjørne besøger pigen Guldlok et hus i skoven, hvor der bor tre bjørne, bjørnesfar, bjørnemor og en bjørneunge, mens de er ude i skoven. Guldlok prøver bl.a. deres senge og stole, og kun bjørneungens er tilpas. Hun sammenligner med sin egen kropsstørrelse ved at brug sin krop som måleenhed.

Hun ser tre ting af samme form, men af forskellig størrelse. Hun får erfaring med formlighed og måling. Mange børn kender eventyret med Guldlok og identificerer sig med hende. Barnet får sprog på sine egne tilsvarende erfaringer, og på denne måde kan også eventyr fremstille geometri-indtryk for barnet. (Fosse & Munter, Geometri og små barn - hva er det?, 1996) (Mit referat)

I Deweys erfaringsbegreb er en erfaring først en erfaring, når det er bevidst og kan forklares. Den kropslige erfaring kan således, gennem sprog og dialog, blive til bevidst og sprogliggjort erfaring. Dialogen med voksne bliver her værdifuld f.eks. gennem dialogisk læsning. Barnet fortsætter med at gøre nye erfaringer, men de bygger oven på de gamle. Erfaringer på dette niveau har både et praktisk og kropsligt plan og et symbolsk og sprogligt plan.

Social deltagelse og kommunikation

I børns tidlige læring findes begreber, tanker og forståelse ikke som fiks og færdige ting, som er lagrede i børnenes hjerner. Noget som kan undersøges og testes af voksne: om de kan det eller ikke, om de ved det eller ikke, om de er bevidste om det eller ikke. Børnenes viden og kunnen er under udvikling. Det er derfor mere hensigtsmæssigt at fokusere på hvordan viden og kunnen bliver til, frem for at prøve at konstatere om den er der i færdig form.

Når sprog læres i brug, som beskrevet i foregående afsnit, betyder det at tilegnelse af sprog altid vil være indlejret i interaktion og sociale processer. I dette afsnit beskrives udvikling af børnematematik gennem social deltagelse og kommunikation, som en anden vinkel på aktiv social tilegnelse af sprog.

Læring gennem kommunikation

Børn diskuterer tidligt begreber, og hvad de betyder, sammen med andre børn. Når de verbale udtryk ikke slår til, tager de kroppen og andre udtryksformer i brug. Ofte viser børn konkret hvilken betydning de giver til forskellige mængde og størrelsesbegreber (Björklund, 2012, s. 57).

Når børn ordner og forklarer

Eksempel 34 Elisa og Adam snakker om og viser mængder

Børnene sidder ved et bord og spiser morgenmadsblanding.

"Du har lidt, jeg har meget" siger Elisa (2 år og 7 måneder) og peger først på Adams og så på sin egen tallerken. Adam (3 år og 1 måned) måler et par centimeter mellem pegefinger og tommelfinger.

"Så lidt," siger han. "Jeg har så meget," siger han så og øger afstanden mellem fingrene.

"Se her, jeg har meget, meget, meget," svarer Elisa og laver cirkler med pegefingeren over tallerkenen med morgenmadsblandingen.

"Bagefter vil jeg have meget, jeg vil have SÅ meget," siger Adam, mens han viser alle fingre på den ene hånd frem. Når Adam får mere morgenmadsblanding, siger han: "Jeg fik meget, Elisa!"

"Jeg skal også have meget, meget mere, SÅ meget, så meget, som det her," siger Elisa og holder alle ti fingre op.

Elisa får mere morgenmadsblanding.

"Elisa, du fik meget" siger Adam. (Björklund, 2012, s. 57) (Egen oversættelse)

I eksemplet udtrykker de "meget" på forskellige måder: verbalt og kropsligt. I dialogen udtrykker og koordinerer og nuancerer de betydningen af begrebet, så det får en mere delt betydning. De er i gang med at finde ud af hvad "meget" betyder, og hvordan det kan udtrykkes, når der er tale om morgenmad, og er på vej til at finde en fælles forståelse af hvad meget morgenmad er. Når børn får mulighed for at spejle deres egen opfattelse i andres, skabes rum for at udvide forståelsen (Björklund, 2012, s. 58), ved at de møder andre måder at udtrykke begrebet på. Læg mærke til at verbal og kropslig kommunikation supplerer hinanden i Elisas og Adams kommunikation.

Gennem kommunikationen ændres og justeres børnenes begrebsindhold og udtryksmåder, i retning af en mere og mere fælles betydning og et fælles udtryk. Betydningen ændres og afklares i forhold til om den fungerer i kommunikationen med andre.

Alt dette sker gennem at barnet opdager mønstre i former og fænomener, mønstre i deltagelse og kommunikation, mønstre i brug af sprog og mønstre i brug af tegn og symboler; samt at barnet gradvist gør erfaringer med hvordan det tilegnede sprog og symboler fungerer i kommunikationen med andre.

De forskellige aspekter forklares ved hjælp af et par eksempler.

I eksempel 4, hvor Anna bygger med Lego, udtrykker Anna med sit kropssprog og sin kommunikation at hun kender mængden "tre". Hun bruger ikke ordet "tre", men spørger efter "flere" og peger på knopperne. Hun har en kropslig erfaring af mængden "tre".

Børn hører ordet "tre" i forskellige situationer, hvor de sammenligner situationer og de sproglige udtryk, som de møder i situationerne. Efterhånden udskiller barnet at ordet "tre" optræder i mange situationer, hvor der er "tale om" tre objekter, gennem brugsbaseret sprogtiltagelse (Tomasello, 2009).

Børn prøver sig frem med at bruge ord i de betydninger, de tror ordene har, som Elisa gør i dette eksempel.

Eksempel 35 Elisa lærer af Adam

Elisa (2 år og 7 måneder) tager tre forskellige kattefigurer med sig til bord.

"Her er to missekatte," siger hun.

"Nej, det er der ikke, der er så mange," siger Adam (3 år og 1 måned) og holder tre fingre op.

"En, to, tre," siger han, samtidigt som han viser først en, så to, så tre fingre en gang til.

Når børn ordner og forklarer

*”Kan jeg få den missekat?” spørger han og peger den ene figur.
”Jeg har sådan lyst til at få den.” Elisa samler figurerne sammen
og giver en til Adam. (Björklund, 2012, s. 105) (Egen
oversættelse)*

Adam opdager at Elisa bruger begrebet på en måde som er forskellig fra hans opfattelse af hvor mange figurer Elisa har. Han siger og viser det til hende med både ord og tegn, så Elisa bedre forstå at der er tre. Adam viser tre med tre fingre og ”tæller” ved at vise Elisa først en, så to, så tre fingre.

Når børn møder andres måder at forstå samme fænomen på, bliver også de yngre børn ledt til at reflektere over og ændre sin egen tænkemåde og forståelse, så den bliver i overensstemmelse med andres måde at forstå det på (Björklund, 2012, s. 105).

Læring gennem deltagelse

Børn deltager i hverdagsaktiviteter, leg og spil, uden at der nødvendigvis er et pædagogisk mål med det. Læring opstår her i høj grad ”af sig selv”. Men pædagoger kender til det fænomen at der opstår situationer, hvor man kan iagttage at læring sker i tydelige ryk. Herved placerer deltagelse sig som en pædagogisk aktivitet, hvor man nok kan planlægge rammer og muligheder, men hvor situationerne må gribes i nuet, og ikke kan planlægges på forhånd. Pædagogens rolle kan i disse situationer have stor betydning.

Eksempel 36 Anne og Jon spiller ludo

Anne er 4 år. Hun kan tælle på niveauet en, to, mange. Hun spiller ludo sammen med voksne og børn. Ludo gik godt. Hun flyttede brikken lige så mange gange som der var øjne på terningen. Selvfølgelig fik hun hjælp fra voksne, men Anne havde en klar forståelse: korrespondancen mellem antal øjne og flytninger må være rigtig. Anna slog fire. Hun så længe på terningen og havede stemmen: Det er to og to! Anne havde opdaget at fire prikker på en terning var to og to prikker. Jon (forfatteren) kommenterede: Det er fire. Fire er to og to. Spillet gik videre, og handelen blev ikke kommenteret mere den dag. Nogle dage senere kom Anne med nogle æbler i hænderne og

*sagde: Jeg har fire æbler, fordi jeg har to og to æbler. (Henjum,
1996) (Eget referat)*

Jon havde forestillet sig at børn naturligt ville lære tremængden før firemængden. Anne opdagede gennem ludo at fire var to og to. Den voksne hjalp Anne med at give to og to sprog. Anne var tydeligvis motiveret for at tage imod den sproglige form for to og to. Hun havde selv opdaget sammenhængen. Det blev en kommunikation med Anne og ikke til Anne. Det centrale i kommunikationen med Anne var at den voksne forstod at Anna forstod at gruppere og at dette var en matematisk udvikling (Henjum, 1996).

Hvis vi ser på episoden i forhold til læringsformer, kan vi se flere er i spil. Anne lærer gennem deltagelse. Hun er nybegynder, en legitim perifer deltager og får hjælp til at deltage af de voksne. Hun ser hvordan man gør, og prøver selv at gøre det. Hun har kroplig erfaring med det og en prærefleksiv forståelse for spillet. Hun har forstået hvordan man spiller ludo, selvom hun ikke kan tælle til mere end to. Mange forældre og pædagoger kender til at børn godt kan være med til at spille spil selvom de ikke har ”tilstrækkelige” færdigheder i at tælle. Anna ser længe på terningen med fire øjne og giver udtryk for sin viden: det er to og to. Anna tænker sig om, Anne reflekterer. Jon formidler til hende at fire er to og to. Han prøver at lære hende noget nyt ved at fortælle hende det. Hun spiller videre. Når hun nogle dage senere kommer og fortæller at hun har fire æbler, viser hun at hun har lært hvad fire er. Hun har forbundet ordet fire med mængden fire. Begrebet ”fire” har hun forstået, og hun kan bruge ordet til at udtrykke en mængde på fire i andre situationer. Hvis man spørger hende, vil hun kunne give en forklaring på hvad fire er. Det vil sige at det er blevet til en erfaring, en bevidst erfaring i Dewey’sk forstand. Den kropslige (prærefleksive) erfaring med mængden er blevet udvidet til en bevidst erfaring. Hun kan forbinde ordet ”fire” med fire øjne på terningen, fire træk med brikken i ludo og fire æbler i hånden. Hun har konstrueret en ny viden gennem refleksion.

Den voksne, Jon, har også lært noget. Han har lært noget om hvordan Anne tænker og lærer. Hun lærer anderledes, end han havde troet. Gennem hans deltagelse i ludo har han kommunikeret med Anna og tænkt sammen med

Når børn ordner og forklarer

Anna. Han har delt sin viden med Anna i situationen, så det gav mening for Anna, og satte ord på det, hun var i færd med at opdage. Hun har lært det i en meningsfuld sammenhæng.

Når man tænker læring på denne måde med fokus på processen, bliver det tydeligt at den voksnes deltagelse, tolkning og timing bliver vigtig for om det kommer viden, forståelse og tænkning ud af det.

Jon må først se og forstå hvad Anna er i færd med, inden han siger at fire er to og to. Han må været lyttende overfor hvordan Anna tænker og forstår. Han må vurdere hvad Anne tænker og gør, når hun ser længe på terningen og siger: det er to og to! Dernæst må han vurdere om det vil give mening for Anne at fortælle hende at to og to er fire, om begrebsudtrykket ”fire” vil give Anne begreb for hendes begrebsindhold lige nu, når hun ser på terningen og siger: det er to og to! Han må se og tænke, før han taler, hvis der skal komme kommunikation (og læring og tænkning) ud af det i situationen hvor de spiller ludo sammen. Her bliver strategisk timing central, som i eksempel 19 med Henrik og sprællemændene i kapitel 3. Strategisk timing kræver at den voksne ”tænker sig om”, kommunikerer med sig selv, som den mere vidende part i relationen. Anne er nybegynder og en perifer legitim deltager i ludospillet. Tænkning gennem kommunikation skabes, når kommunikationen forbinder Annas indre kommunikation og Jons indre kommunikation på en relevant måde i situationen.

Den pædagogiske opgave ved børnematematik:

- At støtte barnet i at oversætte dets kropslige erfaringer til forklaringer.
- Tage udgangspunkt i de sprogformer som børnene er mest fortrolige med.
- Forsøge at tage børnenes perspektiv, at få børns tænkning og erfaring frem og hjælpe dem med at få sig udtrykt gennem sprog, tegn eller andre symboler.
- Bruge ord på objekter og intentioner i samspelet med børnene, hvor der er fælles opmærksomhed, men give tid og mulighed for at barnet selv sanser og oplever tingene og situationerne, før de får præsenteret begrebet. En balance mellem at være og opleve sammen med barnet og at sætte ord på.
- Tage udgangspunkt i dét, barnet kan og ved i forvejen, og udfordre barnet i det, det er ved at lære at kunne lige nu.
- Skabe kontekster og situationer som fremmer læring ved hjælp af materialer og social deltagelse i leg og hverdagsrutiner.
- Undersøge, handle og tænke sammen med barnet. I stedet for at udspørge barnet om dets viden kan pædagogen tage udgangspunkt i barnets tænkning og tænke videre sammen med barnet.

Kapitel 5 Faglig matematik

Faglig matematik er den matematik, som børn skal lære i skolen i form af matematiske kundskaber, metoder og færdigheder. Denne matematik er det fælles matematiske sprog i vores kultur, de kulturelt vedtagne måder og normer for at udtrykke og kommunikere om matematik på. Man kan derfor kalde det for konventionel matematik.

Det er her skolens begynderundervisning i matematik tager fat. Men børn venter ikke med at erobre den faglige matematik til den dag, de begynder i skolen. Det er dog hensigtsmæssigt i denne bogs sammenhæng at skitsere hvordan en god overgang fra børnematematik til faglig matematik kan se ud.

Målet med læring af faglig matematik er at børnene tilegner sig det kulturelt vedtagne matematiske sprog og at tilegne sig matematiske kompetencer i bred betydning. Læringsvejen til den abstrakte matematik går gennem barnets konkrete erfaringer. I læreprocessen generaliserer børn efterhånden deres konkrete og kontekstbundne erfaringer og begrebsindhold, som vist i figur 8. De stifter bekendtskab med det formelle matematiske sprog ved at de ser det brugt, og ved at det bliver introduceret for dem. De lærer at anvende det formelle matematiske sprog i forhold til deres egne erfaringer med matematiske aktiviteter, når de lærer at oversætte deres egne generaliseringer til de formelle og abstrakte operationer med tal og symboler. Samtidigt bliver det matematiske sprog gradvist mere skriftligt. Dette finder hovedsageligt sted i indskoling. Nogle børn er i fuld gang med at lære at skrive tal og tegn, inden de kommer i skole, mens andre børn har svært ved at lære og bruge de skrevne symboler også i skolen.

Denne bogs læringssyn giver et bestemt perspektiv på matematikundervisning. Børn kan og ved meget om matematik, når de har righoldige erfaringer og en veludviklet børnematematik. Nogle børn har ikke righoldige erfaringer at bygge på, men børn er ikke tomme tavler eller uvidende.

Begynderundervisning i matematik bør bygge oven på dette i samspil med at udvide børnenes erfaringsbaggrund og give dem matematiske kompetencer i bred betydning.

Traditionel matematikundervisning (i skolen), hvor matematik undervises på en abstrakt og teoretisk måde, har vist sig at give en del problemer. Børnene bliver gode til at lave matematik i skolen, men dårlige til at bruge deres viden i deres liv uden for skolen og efter skoleafslutning. Der opstår et problem med parallellæring (Lindén, Stilladser om børns læring, 1997, s. 115 ff), hvor barnet matematiserer på én måde i skolen og på den anden måde i deres hverdagsliv uden for skolen, uden at de to kompetencer på nogen måder kvalificerer hinanden (Johnsen Høines, Begynderopplæringen: Fagdidaktikk for barnetrinnets matematikundervisning, 2011, s. 87).

Problemet med traditionel matematikundervisning har været at man har forvekslet matematikken faglige logiske struktur med strukturen i børns læring.

Traditionel matematikundervisning bygger på den illusion at børn opbygger deres viden og kunnen systematisk (Johnsen Høines, Om barns tallbegrebsudvikling og om betydningen av hvordan vi tenker om den, 1996). Tanken i dette perspektiv er at børn først skal lære tallene, dernæst at lægge sammen, dernæst at trække fra, så gange og dividere, procentregning og renter. Til sidst skal de så lære om funktioner og sådan noget som betragtes som svært og det mest abstrakte. Denne tankegang giver god mening, hvis man skal bygge matematikundskaber logisk op, hvor de først skal lære de abstrakte forudsætninger for at forstå næste trin, stringent og struktureret. Den måde børn i virkeligheden lærer matematik på, ligner mere en proces hvor der lægges nye brikker i et puslespil som består af til de brikker, man allerede har.

Det børn ikke kan, når de begynder i skolen, er at udtrykke deres viden og vise deres kunnen i matematik på måder, som bliver opfattet som faglig matematik. I den situation kan man så enten betragte børnene som uvidende

Når børn ordner og forklarer

og ukyndige udi matematik, og så må vi jo starte fra bunden. Eller man kan undersøge børnenes børnematematik og tage udgangspunkt i det.

Forskning viser, børn allerede i 4-5-årsalderen kan løse enkelte multiplikation- og divisionsproblemer ved at anvende materialer og regne. Studier som viser at yngre børn kan udvikle begreber om multiplikation og division i skolens første år (6-7-års alderen) understreger at undervisningspraksis ikke nødvendigvis fokuserer på børnenes mulige matematiske udvikling (...) På den anden side findes der voksende evidens for, at når børn når slutningen af indskolingen (8-9-års alderen), er mange ud af stand til at løse problemer som indebærer multiplikation og division. (Helenius, Johanson, Lange, Meaney, & Wernberg, 2016, s. 129-130)(Egen oversættelse)

Det er tankevækkende at børn bliver dummere af, at man ikke tager udgangspunkt i, hvad de kan.

De fleste børn kan både lægge sammen, trække fra, gange og dividere, inden de kommer i skole. De kan gøre det på praktiske måder i konkrete situationer, men de har ikke udviklet et abstrakt og systematisk sprog og generelle matematiske operationer endnu.

Hvis man tager udgangspunkt i at børn ikke kan regne og gennemfører traditionel matematikundervisning vil man hurtigt komme ned på at børnene kun behersker at lægge sammen og at trække fra. Man overser det faktum at børn allerede kommunikerer abstrakt og anvender symboler, også i problemløsning. Tallene 1, 2 og 3 er også abstrakte. De er ikke mere konkrete end f.eks. funktioner er det. Børnene kan lettere bruge tallene til at udtrykke deres konkrete erfaringer, end de kan bruge funktioner. Men børn har principielt set mange erfaringer med den virkelighed, som matematik beskrivelser og kan give forklaringer på. De ved f.eks. hvad acceleration er på det kropslige plan. De kender fornemmelsen i maven, når man gynger rigtigt højt. Det er avanceret at beskrive pendulbevægelser og acceleration matematisk, men pointen er at det er de samme fænomener i den samme virkelighed matematikken og børnene forholder sig til.

Kritikken går ikke på, at det ikke er hensigtsmæssigt at begynde med den matematik, som giver mening for børnene, og som de kan forstå. Progression kan bedre forstås som et spændingsfelt mellem en progression som følger en faglig stringent logik, og den læringsmæssige progression i forhold til hvad børnene allerede kan og ved og hvad de er ved at lære. Den sidste er ikke systematisk, men man kan forstå den som en progression, fordi den har retning mod af forstå mere, kunne mere og vide mere.

I forhold til matematikundervisning vil det betyde at læreren og pædagogen skal undersøge børnenes matematik og undersøge verden sammen med børnene, og hjælpe dem med at oversætte deres børnematematik til faglig matematik og gradvist at indvi børnene den faglige matematiks måde at forstå verden på og dens måde at skabe forklaringer og erfaringer på. Læg mærke til at matematik her både er proces om indhold, at matematisere, og den konkrete viden, som illustreret med figur 2. Derfor vil begynderundervisning her blive behandlet under overskrifterne ”oversættelse” og ”indvielse.”

Matematikundervisning som oversættelse

Her vil jeg anvende talbegrebet som et eksempel på, hvordan man kan forstå og bruge matematikundervisning som oversættelse, med henvisning til Marit Johnsen Høines.

Marit Johnsen Høines beskriver hvordan børn lærer formel matematik ved at koble sprog af 1. og af 2. orden. Sprog af 1. orden er de sprogformer, som umiddelbart giver mening og anvendes af et barn. Tegning som skriftsprog fungerer også som sprog af 1. orden for de fleste børn (Johnsen Høines, Begynderopplæringen: Fagdidaktikk for barnetrinnets matematikundervisning, 2011, s. 77).

Sprog af 2. orden er det nye formelle matematiske sprog. Når børn lærer den formelle matematik, lærer de først at oversætte deres sprog af 1. orden til det nye sprog af 2. orden. Efterhånden som de bliver fortrolige med den formelle matematik og den abstrakte håndtering af tal og symboler, bliver det formelle matematiske sprog til et sprog af 1. orden. De behøver ikke længere at oversætte til deres egne konkrete erfaringer, sprog og forståelser,

Når børn ordner og forklarer

men kan direkte anvende det formelle matematiske sprog. Denne omvej er nødvendig i starten, men forsvinder efterhånden.

I denne proces bliver oversættelsesleddet centralt. Det vil sige at oversætte fra barnets eget matematiske sprog til det formelle matematiske sprog, så de nye begrebsudtryk relaterer til og giver mening i forhold til barnets eksisterende begrebsindhold og begrebsudtryk. Dette finder sted i samtalen med den voksne, hvor samtalen bygger bro mellem barnets matematik og den formelle matematik. Hvis der ikke er fokus på oversættelsesleddet i undervisningen, vil barnet udvikle to forskellige matematiske sprog: sit eget og det formelle. Herved opstår problemet med parallellæring. Derfor bliver oversættelsesleddet en central forudsætning for udvikling af matematiske kompetencer, hvor barnet kan bevæge sig frem og tilbage mellem den abstrakte og den konkrete matematik.

Et eksempel på oversættelsesled fra praksis.

Eksempel 37 Åsmundsnøren

Første klasse har fingerbækling. En elev holder en lang, bæklet snøre op.

"Er den lang?" Den har Åsmund lavet.

Eleverne blev interesseret i hvor lang den var. Marit Johnsen Høines tager udfordringen op. Og diskuterede med dem.

"Den må være mange meter lang!"

Eleverne var ikke tilfredse med svaret. De ville vide nøjagtig, hvor lang den var.

Åsmund svarede selv: "Jeg ved hvor lang den er. Jeg har set det. Jeg rullede den ud derhjemme i lige linje. Det må være lige så langt som fra postkassen bernede og op til legepladsen."

Eleverne diskuterede, om det kunne være rigtigt. De ønskede at kontrollere det. Så de måtte gå derud, de målte op og fandt ud af at det faktisk passede.

Fra nu af anvendte eleverne Åsmundsnøren som et mål på længde. De havde udviklet et begreb med denne snøre som måleenhed.

Da eleverne senere hen skulle lære standardenhederne at kende – cm, m, km – kunne de, ifølge Johnsen Høines' sprogbrug, støtte sig til Åsmundsnøren. Den fungerede som en funktionel støtte for det nye sprog, som børnene skulle lære.

(Lindén, Stilladser om børns læring, 1997)(Lindens fri genfortælling af Marit Johnsen Høines' eksempel, som også er gengivet i (Johnsen Høines, Begynneropplæringen: Fagdidaktik for barnetrinnets matematikundervisning, 2011))

Her bliver "Åsmundsnøren" en fælles måleenhed i børnegruppen, en fælles børnematematik. Den fungerede som reference for de standardmåleenheder, som børnene senere skulle lære. De blev oversat fra Åsmundsnørens længde.

Børnene kan arbejde med problemløsning i form af praktiske og konkrete udfordringer eller i form af stillede opgaver som i eksempel 27 med bananer til aben Ara og de tre abebørn. I problemløsning kan de bruge det sprog og de kundskaber, de har, til at løse opgaven med. Her vil de bruge både mundtligt sprog, skriftsprog og tegning. Og hvert barn kan løse det på sin måde, og de kan samarbejde om at finde løsninger. På denne måde kan børn anerkendes for deres viden og kunnen, og læreren og pædagogen kan arbejde med børnenes to sprog ud fra hvor de er og hvad de kan.

I eksempel 30 i kapitel 4 med seksårige børns kendskab til begrebet syv, fremgår det at børn ved meget om syv, men at denne viden er usystematisk, hvis man ser det som faglig matematik. Om læring af faglig matematik, som bygger videre på deres forhåndenværende begrebsindhold, skriver Marit Johnsen Høines:

Når børn ordner og forklarer

Et godt talbegreb i betydningen begrebsindhold har bl.a. disse momenter:

- At forstå at ”fem er lige så meget som fem” (fem tallerkner er det antal man har brug for, når man skal give en til hver af fem personer)...
- At have oversigt over talrækken. Tallenes placering i talrækken i forhold til hinanden. At vide at fem kommer efter fire og før seks ... at der er nogen pladser mellem fire og syv.
- Ordenstalsbegreb. Kardinaltalsbegreb. Set i sammenhæng. Børn lærer ikke hvad disse udtryk indebærer, men et rigt talbegreb indebærer sammenvævningen af aspekterne ved de to begrebsformer.
- Generalisering. At kunne overføre kundskaberne om talstørrelser fra én kontekst til andre kontekster. Det vil gælde sproglige kontekster, sociale kontekster, matematiske kontekster. Konteksterne er de sammenhænge som kundskaberne sættes i. (Johnsen Høines, Om barns tallbegrebsudvikling og om betydningen av hvordan vi tenker om den, 1996, s. 79)(Egen oversættelse)

Eksempel på sammenhængen mellem ordenstals- og kardinaltalsbegrebet (Ordenstal betegner rækkefølgen, kardinaltal antallet i hele mængden).

Eksempel 38 Sammenhæng mellem ordenstal og kardinaltal

”Hvor mange er der?”

”En, to, tre, fire,” svarer Lise (3 år).

”Hvor mange er det?”

”En, to, tre, fire,” svarer hun.

”Den første bedder på en måde en, den næste bedder to, den næste tre og den sidste fire.” (Hun kunne lige så godt have sagt den første, den anden, den tredje og den fjerde.)

”Det er nok bare at sige fire. Vi har brug for fire tallerkner.”

(Johnsen Høines, Om barns tallbegrebsudvikling og om betydningen av hvordan vi tenker om den, 1996, s. 76)(Egen oversættelse og bearbejdning)

Hun siger at børn lærer hvordan ordenstal og kardinaltal læres i brug, - ikke gennem indlæring af begreberne, men ved at lære hvornår man bruger den ene form, og hvornår man bruger den anden form. Begge er aspekter af et godt talbegreb.

Marit Johnsen Høines beskriver det pædagogiske arbejde med oversættelsesleddet med tre faser. Det handler om at give eleverne skolematematikken på en sådan måde at den bliver en del af elevernes matematik ved at udvide og trække på deres børnematematik. Faserne skal forstås som en teoretisk skitse og ikke som en trinvis plan. Faserne tager udgangspunkt i Line fra eksempel 30.

Fase 1

Vi lader Line arbejde med den uformelle matematik, hun har, lader hende vinde ny kundskab inden for kendte sprogstrukturer. Samtidigt bliver dette sprog stærkere.

- Hun udvikler kundskab om hvad hun kan, sådan at hun kan drage nytte af det videre.
- Vi bliver kendt med hendes kundskaber og hendes sprog, sådan at vi kan bygge på det.
- Hun udvikler et sprogfællesskab med hendes medelever. Det hjælper andre til at etablere oversættelsesled.
- Vi ønsker at give Line erkendelse af, at hendes kundskab er værdifuld kundskab, hendes sprog er et værdifuldt sprog. Det er noget hun skal passe på, videreudvikle og bruge.
- Vi ønsker at Line skal erfare at arbejde med problemstillinger, hvor hun må gruble og finde løsninger. Inden for denne ramme vil hun have mulighed for at lykkes med det.

Fase 2

Vi tilbyder hende ”det nye sprog”

Når børn ordner og forklarer

- *Vi arbejder bevidst med Lines sprogbrug. Målet er generalisering.*
- *Vi har det formelle matematikssprog at arbejde hen imod. Det er et sprog vi ønsker hun skal tænke igennem. Det skal kunne fungere som et redskab for hende.*
- *Det formelle matematikssprog fremstår i høj grad som et skriftligt sprog. Ved at arbejde med elevernes mundtlige sprog kan vi udvikle et bindeled mellem elevernes sprog og det matematiske symbolsprog.*
- *Det samme gør vi med skriftsproget, hvis vi bygger på tegning som skriftsprog.*
- *Eleverne udtrykker sig på måder, som fortæller om deres matematisering.*
- *I praksis lader vi de to sprog leve parallelt. Vægten lægges i stadig større grad på det formelle sprog, men med reference til det sprog, vi startede ud med. En målsætning er at elevernes "uformelle" sprog bliver støtte for det formelle matematikssprog, og at det formelle sprog vil blive støtte for generalisering og for senere brug.*

Fase 3

Vi arbejder inden for det matematiske symbolsprog.

- *I denne fase tænker vi at det matematiske sprog i høj grad fungerer som et sprog af 1. orden for de fleste elever.*

(Johnsen Høines, Begynneropplæringen: Fagdidaktikk for barnetrinnets matematikundervisning, 2011, s. 83-85)(Mit referat)

Matematikundervisning som kommunikation og indvielse

Matematikundervisning handler ikke kun om tilegnelse af sprog, viden og færdigheder. Det handler også om tilegnelse af matematisk tænkning: bestemte måder at stille spørgsmål på, bestemte måder at forstå og forklare aspekter af virkeligheden på. Jeg bruger betegnelsen "indvielse"⁶ for denne form for læring, fordi man indvier børn i den sociale og kulturelle måder at skabe matematisk erfaringer på.

Den israelske forsker Anna Sfard har arbejdet med de forskellige syn på viden og læring af matematik, som ligger bag de forskellige måder at spørge på. Først præsenteres et eksempel, som kan illustrere problematikken.

Eksempel 39 Hvad er det største tal?

Konversation mellem lærerstuderende og en 7 årig pige, Noa, som går i første klasse.

Rada (lærer): Kan du tælle til 10?

Noa: Ja. En, to, tre, fire, fem, seks, syv, otte, ni, ti.

Lærer: Kan du tælle til mere end ti?

Noa: Ja. En, to, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20.

Lærer: Hvad er er det største tal du kan komme i tanke om?

Noa: Million.

Lærer: Hvad sker der hvis man lægger en til en million?

Noa: En million og en.

Lærer: Er det større end en million?

Noa: Ja.

Lærer: Hvad er så det største tal?

Noa: To millioner.

Lærer: Og hvis vi lægger en til to millioner?

Noa: Det er mere end to millioner.

⁶ Begrebet "indvielse" referer til R.S. Peters forståelse af dannelse som indvielse i værdifulde aktiviteter (Peters, 1980).

Når børn ordner og forklarer

- Lærer: Så kan man nå frem til det største tal?
- Noa: Ja.
- Lærer: Lad os antage at googol er det største antal. Kan vi lægge en til googol?
- Noa: ja. Der er tal som er større end googol.
- Lærer: Så hvad er det største tal?
- Noa: Der er ikke sådan et tal!
- Lærer: Hvorfor er der ikke et største tal?
- Noa: Fordi der altid er et tal som er større end det?

(Sfard, 2002) (Egen oversættelse)

Indholdet i casen er forholdsvis abstrakt og handler om skolematematik, men spørgeteknikken kan sikkert genkendes i dagtilbud også. Spørgeteknikken svarer til ”den sokratiske metode”, hvor den lærende selv slutter sig til svaret ud fra spørgsmål.

Hun tolker samtalen ud fra to forskellige læringssyn.

Læring gennem tilegnelse (engelsk: acquisition): Tilegnelse finder enten sted ved passiv modtagelse eller gennem aktiv konstruktion af viden. Viden er individuel og lagres som information i form af mentale repræsentationer, kognitive skemaer. Viden ses som ”en ting”, som man har eller ikke har. Læring forstås som erhvervelse af denne ”ting”. Viden er endvidere generaliseret og kontekstuafhængig, så den kan anvendes som redskaber i andre situationer og kontekster. Hjernen ses som en værktøjskasse, som indeholder værktøj. Tænkning adskilles fra konteksten.

Kommunikativ tilgang til læring: En sociokulturel forståelse af læring; læring finder sted gennem deltagelse i bestemte aktiviteter sammen med andre i bestemte kontekster, deltagelse i sociale praksisfællesskaber. Viden og forståelse skabes i kommunikationen.

I den ene forståelse vil pædagogen have fokus på ”hvad forstår barnet?” I den anden forståelse vil pædagogen have fokus på hvordan barnet deltager i fælles aktiviteter, og hvordan interaktioner ansporer til deltagelse og læring, og på vækst i gensidig forståelse og koordinering mellem den lærende og det praksisfællesskab, den lærende deltager i.

Anna Sfard anser ikke de to læringsforståelser, som i modstrid med hinanden. Når man lader dem supplere hinanden, får man en bredere og dybere forståelse af læring som både individuelle og sociale processer (Sfard, 2002). I denne forståelse af tænkning ligger der et opgør med, eller en udvidelse af, flere dominerende forståelser af tænkning og læring, bl.a. et opgør med Piagets kognitive skemaer og med Vygotskys tese om at man tænker ved hjælp af sprog. Men hun pointerer at hun ser den kommunikative tilgang til læring som et supplement til traditionelle læringsteorier, ikke som en erstatning af dem.

Hun ser ”tilegnelse” og ”deltagelse” som metaforer for læring, som kan belyse forskellige aspekter ved læring. Dette svarer til Per Lorentzens forståelse af kommunikation.

I eksemplet stiller Rada spørgsmål til Noa. Måden, hun spørger på, tyder på at hun forstår viden som individuel. Hun ser læring som tilegnelse. Rada stiller spørgsmål, som skal få Noa til selv at slutte sig frem til et logisk sammenhængende svar. Hun skal selv konstruere sin viden ved hjælp af Radas reflekterende spørgsmål. Hun slutter sig efterhånden frem til det rigtige svar. I den individuelle forståelse af viden bliver det ”ulogiske” i hendes udsagn tolket som en kognitiv konflikt inde i Noa.

Hvis man ser på forløbet med en kommunikativ tilgang til læring, ser det anderledes ud. Noa prøver sig frem med sine svar, om de bliver anerkendt. Hun slutter med et spørgsmål til læreren Rada: ”Fordi der altid er et tal som er større end det?” Man kan tolke forløbet som at Noa er i kognitiv mesterlære hos Rada. Hun lærer af Rada og sammen med Rada. Hendes viden produceres i kommunikationen. Her er der tale om en diskursiv konflikt, en konflikt mellem forskellige måder at forstå og tænke på, ikke en konflikt mellem Rada og Noa. Rada indfører Noa i en matematisk måde at tænke på ved hjælp af sine spørgsmål.

Når børn ordner og forklarer

Anna Sfards teori kan forklare hvordan oversættelsen fra børnematematik til generaliseret faglig matematik både beror på barnets ”indre tænkning” og på kommunikation, som også rummer en indføring i matematikkens måde at forstå og tænke på.

Begge tolkninger beskriver sider af Noas læring. Anna Sfard argumenterer for at tænkning skal forstås som kommunikation. Kommunikation med sig selv og kommunikation med andre. Kommunikation foregår ikke nødvendigvis med verbalt sprog. Med denne forståelse af tænkning bliver det muligt at se tænkning og læring som individuelle og sociale processer i samme perspektiv. Samtidigt bliver grænsen mellem, hvad der er bevidst og ubevidst, ikke en hindring for at forstå tænkning og læring. Merleau-Pontys præ-kognitive tænkning kan inkluderes i denne forståelse af tænkning.

Jeg tolker dette som en indvielse i den faglige måde at matematisere på, som finder sted sideløbende med en indvielse i matematikkens indhold af paratviden.

Den pædagogiske opgave ved faglig matematik:

- **Give børn mulighed for at udvide deres børnematematik i kommunikation, undersøgelser og opgaveløsning med andre børn og voksne.**
- **Introducere og tilbyde børnene det matematiske fagsprog.**
- **Arbejde med det oversættelsesleddet mellem børnematematik og faglig matematik, som to sprog der fungerer parallelt.**
- **Arbejde med at børnene får generaliseret deres begreber.**
- **Arbejde mere inden for det matematiske sprog efterhånden som det kommer til at fungere som et sprog af 1. orden for børnene.**
- **Sætte fokus på at viden og kunnen opstår gennem kommunikation og deltagelse i sociale læreprocesser.**
- **Indvie børnene i matematikkens måde at skabe viden på, indvielse i faglig matematisering sideløbende med fagligt indhold.**

Kapitel 6 Matematikdidaktik i dagtilbud

I dette kapitel rettes fokus på praktisk pædagogik, pædagogiske begreber og didaktiske modeller for læring af matematik i dagtilbud. Indholdet bygger på indholdet i kapitel 3,4 og 5, men perspektivet ændres fra ”hvordan tilegner børn sig matematiske kompetencer?” til ”hvordan kan pædagoger og institutioner fremme børns tilegnelse af matematiske kompetencer?”.

Jeg har valgt teorier og modeller som kan belyse hvordan pædagoger kan arbejde med tidlig matematik i hverdagen, og at fokusere på hvordan pædagoger både kan styre efter børneperspektivet og sagsorienteringen. Der er her, der ligger nogle særligt vigtige pædagogiske problemstillinger, men også nogle værdifulde praktiske muligheder for at fremme børns matematisering.

Jeg har fravalgt sammenkoblinger af ”Leg” og ”læring” som ”leg og læring”, ”lærerig leg”, ”legende læring” m.fl. som teoretisk omdrejningspunkt. Hverken ”leg” eller ”læring” er særligt veldefinerede begreber i litteraturen. De har mange aspekter og betydningslag, som ofte er underforståede, hvor betydningen ligger i bestemte konteksters, traditioners og kulturers forståelse af leg og læring. Der er f.eks. stor forskel på om man forstår leg i en førskoletradition eller i en børnehavetradition. Leg og læring indkredser problematikken, men der opstår bud i mange forskellige retninger under denne overskrift. Dette bidrager mere til forvirring end til større klarhed. Derfor vil jeg anvende begreberne børneperspektiv og sagsorientering for at indkredse pædagogroller i forhold til børns læring.

Kapitlet begynder med en introduktion til forskning om, hvordan børn lærer bedst og mest effektivt, både generelt i form af pædagogisk tilgang og specifikt i matematik med hensyn til rumlig forståelse. Dernæst diskuteres hvad målet med tidlig matematik i dagtilbud må være, og hvordan ”læreplaner” kan forstås.

Herefter rettes blikket mod pædagogisk udvikling i institutionen: hvordan pædagogers og dagtilbuds kompetencer kan udvikles i forhold til at arbejde målrettet med tidlig matematik. Der præsenteres en model, som skitserer at

didaktik både udspiller sig på institutionsniveau og i pædagogisk planlægning og i pædagogiske valg i situationen.

Afsnittet ”Institutionens pædagogik” behandler hvordan institutions valg, organisering og pædagogiske fokus giver børn bestemte læringsmuligheder, hvordan hele institutionens pædagogik og måde at fungere på kan fremme tidlig læring af matematiske kompetencer i hverdagen.

Kapitlets følgende afsnit handler om pædagogens didaktiske valg i pædagogiske planlægning og valg af spor i samspillet med børnene. Her er voksenstøttet læring særlig interessant, fordi der her lettere både kan styres efter en høj grad af børneperspektiv og af sagsorientering i betydningen matematisering og matematisk indhold.

I stedet for at gennemgå gængse didaktiske modeller sættes der fokus på at udfolde og diskutere pædagogiske strategier som særligt kan udvikle børnenes matematik og støtte deres tidlige læring. Der tales ikke for at én bestemt pædagogik er bedre end andre, med at de forskellige tilgange har hver deres muligheder og begrænsninger. Det handler mere om en kombination af arbejdsformer, som ses i samspil med hinanden, og at pædagogen har et spillerum inden for disse, et spillerum for at gribe, støtte og udfordre læringssituationer i institutionens hverdag.

Hvordan lærer børn bedst?

Her rettes blikket mod hvad forskning kan vise om hvordan børn lærer bedst. Først introduceres til forskning om hvilken langtidseffekt forskellige pædagogiske tilgange har på børns læring. Dernæst præsenteres forskning om hvilke faktorer som fremmer rumlig læring. Den handler kun om rumlig læring, men effekten af faktorerne giver et billede af hvilke faktorer som har betydning for tidlig matematik generelt.

Hvilken effekt har forskellige pædagogikker?

Der er mange holdninger til hvordan børn lærer bedst og hvilken pædagogik der bør anvendes i dagtilbud. Men hvad ved man om dette?

Når børn ordner og forklarer

Man kan inddele tilgangene ("pædagogikkerne") i tre typer:

- Læring gennem "fri leg"
- Voksenstøttet læring med udgangspunkt i barnets perspektiv
- Læring gennem instruktion fra voksne

I Danmark har "fri leg" tilgangen været en stærk tradition i børnehaver med indflydelse fra reformpædagogikken, vækstpædagogik m.v. Her ses "den gode leg", dvs. fri leg uden voksenindblanding, som omdrejningspunkt for læring og udvikling.

Læring gennem instruktion er en tilgang som især er udbredt i USA, England og Frankrig, men udgør også en af tendenserne i Danmark, en af forståelserne bag begrebet "tidlig læring" f.eks. i "Fremtiden dagtilbud" (EVA, Rambøl, DPU, SDU, 2014).

Voksenstøttet læring kan ses som en samlebetegnelse for tilgange som ser barnet som aktivt lærende, men hvor den voksnes rolle er at støtte og deltage i barnets læring og udvikling. Tilgangen henter forståelser og metoder fra nyere udviklingspsykologi, barndomsforskning, konstruktivistisk og sociokulturel læringsteori, neuropædagogik mv.

Dion Sommer har undersøgt international forskning vedrørende effekten af forskellige pædagogiske tilgang til tidlig læring (Sommer, Tidlig i skole eller legende læring? Evidensen om langtidsholdbar læring og udvikling i daginstitutionen, 2015). Han sammenligner først og fremmest langtidseffekterne af to paradigmer: "Academics" (svarer til instruktion i oversigten ovenfor) og "Det hele barn" (svarer til voksenstøttet læring i oversigten ovenfor). Men han nævner også effekten af "fri leg" tilgangen.

"Academics" kan oversættets til tidlig indlæring med vægt på skolefagligt indhold i form af faktaviden. Den karakteriseres ved instruktion og træning af begreber og basal faglig viden, hvor læreren planlægger, strukturerer og styrer læringen. Læringen er målstyret og kognitivt rettet. Pædagogrollen bliver her at undervise, instruere og rette børnene i forhold til om de kan gengive de rigtige svar.

"Det hele barn" tilgangen karakteriseres ved at pædagogen tilstræber at inddrage hele barnets perspektiv, fordi børn primært lærer gennem egne opdagelser og undersøgelser i fællesskab med andre. Pædagogrollen bliver her at yde moderat voksenuidledning og moderat deltagelse i børnenes leg og aktiviteter.

De to tilgang ser fundamentalt forskelligt på legens rolle i forhold til læring. I Academics ses leg som tidsspilde og "pause", som er uden betydning for langtidsholdbare kundskaber. Enten lærer børn (af voksne i form af klasseundervisning) eller også leger de (de har "frikvarter"). I "Det hele barn" tilgangen ses leg som en fundamental måde at lære på. Dette gælder både for fri leg og vejledt leg, hvor pædagogen har en deltagende og støttende rolle. Leg og læring ses derfor ikke som modsætninger, men som to sider af samme sag.

Dermed bliver barnets aktivitet og perspektiv central for pædagogens rolle i forhold til læring:

Den helt afgørende forskel på en vejledt leg-pædagogik og en "academics" – instruktionspædagogik er den måde, den voksne involverer sig på. I den vejledte leg – i modsætning til instruktionstilgangen – tages altid udgangspunkt i barnets frie leg, aktivitet og perspektiv, også når pædagogen leger med eller stiller sig nysgerrig og spørgende an. (Sommer, Tidlig i skole eller legende læring? Evidensen om langtidsholdbar læring og udvikling i daginstitutionen, 2015, s. 69)

Dion Sommer adskiller "fri leg" og "vejledt leg" på følgende måde (Sommer, Tidlig i skole eller legende læring? Evidensen om langtidsholdbar læring og udvikling i daginstitutionen, 2015):

- **"Fri leg"** er en lystpræget aktivitet, frivillig, spontan, fleksibel, engageret og selvstyret, uden ydre hensigt og mål.
- **Vejledt leg:** Den voksne "iscenesætter", dvs. beriger miljøet med legetøj og andet, som kan igangsætte leg, er opmærksom på og opmuntrer børns legende udforskning og opdagelser, leger sammen

Når børn ordner og forklarer

med børnene, stiller åbne spørgsmål, f.eks. ”Hvad finder I?”, er tilbageholdende med at komme med facts, bruger og undersøger ting på måder, som børn ikke selv har tænkt på, og udvider på den måde deres handlingsrepertoarer.

Den internationale forskning om effekten af de to viser følgende resultater:

”Tidlig start – senere tab”: Didaktisk, målstyret ”academics” med instruktions-pædagogik fører ikke til senere gevinst. Det er dybt ironisk, at denne type tidlig indsats, man tror, senere vil give bedre skolestart, fører til det stik modsatte resultat: Man forringer fremtidige kompetencer i matematik-, natur- og sprogforståelse. Dertil kommer præstationsangst, forværret selv- og impuls kontrol, hyperaktivitet, aggression og urolig adfærd. Tidlig ”academics”-pædagogik er således helt forfæjlet, de det resulterer i ”tidlig start – senere tab”.

”Tidlig start – senere gevinst”: Gevinster på både kort og lang sigt kommer fra en pædagogik, der tager udgangspunkt i ”det hele barn” og ”legende læring”: Børns aktiviteter og perspektiver er i centrum med gode betingelser for både den frie leg og den vejledte leg. Gevinsterne ses ikke blot ved selvkontrol og social adfærd, men også hvad angår ”hardcore” faglige færdigheder såsom grundlæggende matematik, natur- og sprogforståelse. (Sommer, Tidlig i skole eller legende læring? Evidensen om langtidsholdbar læring og udvikling i daginstitutionen, 2015, s. 75-76)

Dion Sommer skriver dette ind i en argumentation imod at tidlig læring skal blive til indlæringspædagogik. Men han leverer forskningsmæssig belæg for at indlæringspædagogikken ikke virker, og at ”Det hele barn”-pædagogikken har større effekt med hensyn til læring på både kort og lang sigt.

Det betyder at hvis man vil fremme tidlig læring, så fungerer det ikke, hvis man har en snæver forståelse af læring som tilegnelse af basale faglige færdigheder og paratviden, der skal indlæres isoleret fra leg, deltagelse og meningsgivende sammenhænge. Indholdet skal læres gennem leg og deltagelse med alle sanser og det hele barn. Det skal give mening for barnet i situationen og i konteksten, og børn lærer bedst ved at gøre noget sammen med andre.

Endvidere konkluderer Dion Sommer at ”fri leg”, hvor pædagoger er ikke-involverede og ikke-deltagende i børnenes leg og aktiviteter, har en mindre læringseffekt end moderat børnenecentreret voksenstøttet læring. ”Det handler altså ikke så meget om, hvorvidt pædagogen blander sig eller ej, men snarere om, hvilken form for involvering der er tale om.” (Sommer, Tidlig i skole eller legende læring? Evidensen om langtidsholdbar læring og udvikling i daginstitutionen, 2015, s. 77)

En vigtig konsekvens af denne forskning er at effekten ikke så meget handler om indholdet, men om måden, det læres på. Man kan ikke blot sige ”Hvordan du lærer, er lige så vigtig, som hvad du lærer”, men også ”Hvordan du lærer, er afgørende for, hvad du lærer”⁷. Der handler ikke om, om formen eller indholdet er vigtigst, men om at formen er afgørende for, hvilket indhold der læres.

Med hensyn til tidlig matematik kan læring af faglig matematik ses som en sidegevinst ved leg og vejledt leg:

Konklusionen er, at fri leg og vejledt leg, med udgangspunkt i barnets perspektiv, bidrager som en slags ”sidegevinst” til tidlig tilegnelse af grundlæggende matematiske og fysiske begreber og færdigheder. (Sommer, Tidlig i skole eller legende læring? Evidensen om langtidsholdbar læring og udvikling i daginstitutionen, 2015, s. 71)

⁷ Citaterne i denne sætning er taget fra Dion Sommer (Sommer, Tidlig i skole eller legende læring? Evidensen om langtidsholdbar læring og udvikling i daginstitutionen, 2015, s. 77)

Når børn ordner og forklarer

Det betyder at når man politisk og pædagogisk går snævert og målrettet efter at frembringe basale faglige færdigheder, så opnår man det ikke. Hvorimod, når man går efter at fremme læring gennem leg ud fra et børneperspektiv, så vil man opnå tidlig læring som en sideeffekt eller som en integreret del af barnets hele læring.

I stedet for at forsøge på at få børnene til at gengive skolefaglig viden, allerede inden de begynder i skolen, kunne man sigte efter at give børnene en erfaringsbaggrund og nogle bredere færdigheder, som giver mening og perspektiv for dem som en læringsresurse, når de møder det faglige indhold i skolen.

Børns rumlige læring

Læring handler ikke blot om hvilken pædagogisk tilgang, der anvendes, men om hvordan forskellige faktorer spiller sammen. En forskningsoversigt, lavet af Line Ingjerd Rønning (Rønning, 2015) over børns rumlige læring, viser et billede af hvilke faktorer, som har betydning for børns læring af tidlig matematik.

Dette kan bruges som eksempel på hvordan indholdet og kvaliteten af børns læring i konstruktionsleg er afhængig af materialer, dialog og inspiration, for at børn udvikler erfaring, forståelse og kompetencer.

Alle børn udforsker rumlige begreber gennem leg. Køn og socioøkonomisk klasse har ingen betydning for deres aktivitet i konstruktionsleg med klodser. Børns tænkning bliver mere avanceret, når de bliver udfordret til at argumentere for deres løsninger. Børn udvikler de mest avancerede to- og tredimensionelle modeller, når de arbejder sammen om problemløsning.

Barnets oplevelse af mening er en central forudsætning for at læring kan finde sted. Et studie af hvilken betydning intervention i leg med klodser har for børns rumforståelse viser, at når der bruges en kendt billedbog til motivation for konstruktionsleg, har det større læringseffekt, end hvis børnene blot leger med klodserne uden denne motivation (Rønning, 2015). Der var også større læringseffekt ved brug af bøger end ved voksenstyret konstruktionsleg. Piger og minoritetsbørn fra lav-indtægts-familier havde større effekt af historiekonteksten end drengene.

Et studie af 3-4årige som har intensive legeerfaringer med LEGO og som viser gode færdigheder i legobygning, viser at de fik øgede færdigheder i matematik i skolen. Effekten af dygtighed i leg med LEGO giver signifikant bedre matematikfærdigheder i skolen i form af bedre karakterer og test af visualisering. Børnene fik blot adgang til LEGO-klodser og var ikke i samspil med voksne i legen, men blev opfordret til at bruge mange klodser. Studiet viser ikke at leg med LEGO i sig selv giver bedre rumforståelse og matematikforståelse senere, men at dem, som er gode til det, gør det bedre. Børns evne til at strukturere rumligt har endvidere positiv betydning for deres evne til at tælle.

To kompetencer hos pædagoger har betydning for børns udvikling af rumforståelse i leg med klodser. Den ene er pædagogens sproglige udtryk og evnen til at formulere åbne spørgsmål og opfølgende spørgsmål som inkluderer børnenes indspil og evnen til at stimulere samarbejde. Den anden kompetence er at kunne organisere aktiviteten som en ”bottom-up”-proces hvor børnenes udforskning og indspil er udgangspunkt for aktiviteten.

Jeg tolker disse resultater sådan at disse faktorer er vigtige for læringsudbytte af konstruktionsleg:

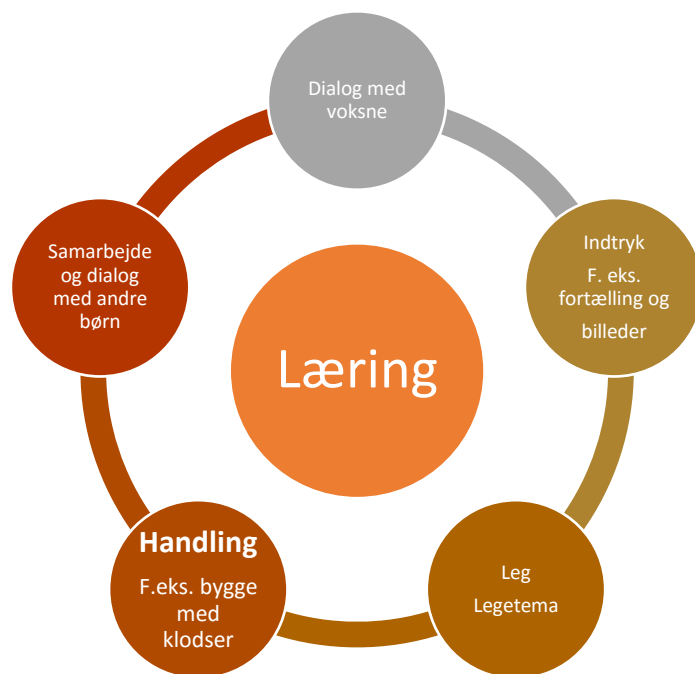
- Adgang til gode og varierede materialer
- Adgang giver ikke nødvendigvis i sig selv læring
- Deltagelse med andre i meningsgivende leg med materialerne giver læring
- Inspiration til indhold i legen. Billeder, fortællinger og børnebøger inspirerer og udfordrer til mere avancerede konstruktionslege. Indtryk aktiverer en motivation til at udtrykke og udfordre sig selv i konstruktionsleg
- På samme måde må et spændende legeindhold – legetema – antages at inspirere til mere avanceret leg
- Samarbejde og dialog mellem børn fremmer læring i legen
- Pædagogernes måde at spørge og organisere har betydning for læringen
- Børnenes køn, etnicitet og socioøkonomiske baggrund ser ikke ud til at have noget betydning for børnenes deltagelse i konstruktionsleg. Her

Når børn ordner og forklarer

ligger et inklusionspotentiale for at skabe mere lighed i uddannelse med hensyn til matematikfærdigheder

Disse faktorer i samspil vil fremme læringsudbytte af konstruktionsleg. Dette kan bruges til udvikling af en didaktik, hvor man med faglige begrundelser kan fremme deres læring ved at støtte børnene i deres leg og inspirere og udfordre dem.

Figur 9 Rumlig læring



Figuren skal læses sådan at samspillet mellem de forskellige faktorer fremmer læring. Alle kategorier behøver ikke at være i spil i alle matematiske aktiviteter. "Handling" indtager en særstilling, da det altid må indgå, fordi børnenes viden og kunnen findes i og udvikles fra kropslig handling, viden og kunnen. Leg med legetøj og ting, f.eks. at bygge med klodser, udvikler en vis matematisk forståelse, men forståelsen udvides og uddybes gennem samspillet med de øvrige forhold.

Forskningen viser at "læring" ikke finder sted på ét tidspunkt og i én aktivitet, men snarere i forløb som har en historie. Børnene tager indholdet fra en aktivitet med og bygger videre på det i en anden. Endvidere kan man lægge mærke til at historier og fortællinger er med til at skabe motivation, sammenhæng og mening, som fremmer læring i andre situationer og kontekster.

Når børn ordner og forklarer

Læreplaner og dannelse

Siden 2014, hvor pædagogiske læreplaner blev indført i dagtilbud, er der gjort mange erfaringer med at arbejde med læreplaner, men der er stadig en tendens til at intentionen om læreplaner alt overvejende bliver udmøntet i form af særlige skemalagte aktiviteter og undervisningslignende forløb. Læreplansaktiviteter kommer til at ligne undervisning.

Et eksempel fra et pilotprojekt om tidlig faglig læring i forhold til udsatte børn i to dagtilbud: Personalet blev inddraget i hvordan de ville arbejde med læring. De valgte begge at arbejde med det i samlinger, selv om vi som projektmedarbejdere havde talt varmt for at arbejde med det i leg og i hverdagsrutiner. Der kan være mange gode forklaringer på, hvorfor de valgte dette. Jeg undrer mig blot over at samling umiddelbart vælges som det mest oplagte sted at sætte fokus på læring.

Min vurdering er at der stadig hersker stor praktisk usikkerhed og teoretisk uklarhed om hvordan tidlig læring kan forstås og understøttes i praksis. Samtidigt ligger der i pædagogkulturen mange arbejdsformer og meget praktisk viden med hensyn til tidlig læring, som kan beskrives som kunsten at støtte barnet, hvor det er. Men denne viden er ikke umiddelbart tilgængelig for pædagogerne selv, da de ikke i særlig høj grad ser eller italesætter denne viden. Intentionen med tilgangen og indholdet i denne bog er at bidrage til at pædagogerne opdager deres tavse viden og praktiske viden og erfaringer, så de kan bruge dem mere bevidst i deres pædagogiske praksis.

Et andet spørgsmål er, hvad der ligger i begrebet ”læreplan”, og hvilken betydning det har for hvordan man arbejder med læring?

Begrebet ”læring” kom ind i pædagogkulturen i forbindelse med indførelsen af læreplaner i dagtilbud. Tidligere hørte ordet til i skoleverdenen. Pædagoger har altid arbejdet med dét som nu kaldes læring, men tidligere blev det italesat som udvikling. Kravet om læreplaner var ikke et krav om at skifte indholdet i dagtilbud ud, men et krav om at sætte fokus på indholdet i det pædagogiske arbejde.

Læreplanerne fra 2004 indebar først og fremmest at institutionerne blev pålagt at arbejde målrettet, systematisk og reflekteret med læring. Det var et

krav om at man formulerede hvordan man arbejdede med læring i forhold til de seks læreplanstemaer. Samtidigt skulle institutionerne evaluere sig selv ved at søge efter tegn på, om den pædagogiske indsats virkede som de havde forestillet sig og havde intentioner om. Der var ikke lagt op til læreplaner for børnene i den betydning at der blev sat mål for hvad børnene skulle lære, hvad de skulle kunne. Der er selvfølgelig en sammenhæng mellem hvordan institutionerne arbejder med læring og hvad børnene lærer. Men fokus lå mere på at teste institutionernes pædagogik end på at teste børnenes kunnen. Målene kunne mere forstås sådan at børnenes læring skulle have et indhold og en retning, end et spørgsmål om hvor langt man skulle nå med de enkelte barn i denne retning. Børn skulle populært sagt ikke skulle kunne ”dumpe” i børnehaven, men pædagogerne skulle evaluere deres eget arbejde i forhold til læring.

I en del kommuner sneg der sig en helt anden forståelse ind, hvor læreplanerne blev rettet mod, hvad børnene skulle kunne. Arbejdet med læreplanerne i dagtilbud udspiller sig i praksis i dette spændingsfelt.

I stedet for at lave lister over hvad børnene *skal kunne*, kunne man stille spørgsmålet om hvad dagtilbuddet skal *tilbyde børnene* med hensyn til læring.

Fra ”Hvad skal børnene kunne?”

Til ”Hvad skal vi tilbyde børnene?”

I bogen ”Kanon for syvårige” (Elschenbroich, 2003) formuleres det således:

Ønskelisten er ikke en tjekliste af færdigheder og erfaringer, der skal afprøves hos børnene. Det er en tjekliste for de voksnes pligter. Den skal tjene som en forpligtelse for dem: hvilke muligheder for oplysning skylder vi de syvårige? Et løfte: det er det vi påtager os at sørge for, vi forældre, pædagoger og naboer. Det er noget, der skal tilbydes børn. Disse muligheder bør være dukket op i de voksnes horisont på et eller andet tidspunkt i deres børns syv leveår. (Elschenbroich, 2003, s. 23)

Det handler om at give børn brugbare erfaringer, og at der er voksne som vil dem noget, fordi det er vigtigt at tage dem alvorligt.

Når børn ordner og forklarer

I ”Den styrkede pædagogiske læreplan” håndteres dette spørgsmål ved at udfolde en rammeforståelse for læreplanstemaerne (Børne- og Socialministeriet, 2018). Dette understøttes som det nye i Den styrkede pædagogiske læreplan:

De nye regler står solidt på den danske dagtilbudstradition og skal derfor gerne vække genklang. Mange gør allerede meget, som er indeholdt i den styrkede pædagogiske læreplan, mens andet er nyt for nogle.

I de nye regler er følgende blandt andet centralt:

Et fælles pædagogisk grundlag med en række centrale elementer (blandt andet leg, børnefællesskaber og et bredt læringsbegreb), som skal udgøre den forståelse og tilgang, hvorpå der skal arbejdes med børns trivsel, læring, udvikling og dannelse i dagtilbud.

Arbejdet med etablering af et pædagogisk læringsmiljø hele dagen, herunder i rutinesituationer, planlagte aktiviteter og børneinitieret leg. Beskrivelser af de seks læreplanstemaer samt nye, brede pædagogiske mål for sammenhængen mellem læringsmiljøet og børns læring for hvert tema. (Børne- og Socialministeriet, 2018, s. 4)

Hermed skal indholdet i de seks temaer ikke ses som isolerede læringsaktiviteter, men som integreret i hverdagen og i læremiljøet.

Et andet vigtigt spørgsmål er: Hvad er formålet med læreplaner og læring i dagtilbud?

Og med hensyn til matematik: Hvad er formålet med matematisk opmærksomhed i dagtilbud? Hvilket er nøje forbundet med spørgsmålet om hvad formålet er med faget matematik i skolen.

Formålet med at børn skal lære matematik, er både at de skal kunne klare sig godt i skolen, og at ruste børnene til at kunne klare sig i livet og meste deres liv i bred betydning. Derfor indgår praktisk dygtighed og hverdagsmatematik også som indhold, der retter sig mod formålet,

sideløbende med læring af faglig matematik. De 6 fundamentale matematiske aktiviteter er almenpædagogisk interessante, da de både er forankrede i hverdagslivet og i faglig matematik.

Formålet ligger ikke i fagene selv, men i hvilken dannelse, som fagene kan bibringe børnene, her og nu og i fremtiden. Dertil kommer tilegnelse af hverdagslivskompetencer, demokratisk dannelse, personlig udvikling og meget andet, som ikke blot kan forstås ud fra fagenes indhold. Formuleringerne i formålene for dagtilbud og skole forandrer sig lidt over tid, men fagenes rolle er altid underordnet formålet. De skal fungere som midler i forhold til formålet: der skal arbejdes hen mod formålet ved hjælp af fagene. Målene, som er underordnet formålet, er blandt andet at børnene bliver dygtige til fagene, men dette skal ses i forhold til det overordnede formål.

Dette betyder at indholdet i læreplaner i dagtilbud – eller i folkeskolen – ikke blot kan defineres ud fra fagenes selvforståelse. Det er nødvendigt at se indholdet i læreplaner (curriculum) i forhold til formål og dannelse.

Pædagogisk udvikling i institutionen

Indholdet i bogen lægger op til at pædagoger og ledelse i fællesskab arbejder med at disse udviklingsopgaver:

- **Curriculumorientering**, det vil sige fokus på indholdet i læringen: hvad lærer børnene? Her kan Alan Bishops fundamentale aktiviteter fungere som et analyseredskab til at få øje på matematikken i børns hverdagsaktiviteter. Det vil sige at pædagogerne får opmærksomhed på hvad børn lærer af tidlig matematik i garderoben, ved måltidet, under oprydningen, i legen og andre steder.
- **Få øje på matematikken i hverdagen, både børnenes og de voksnes.** Og i fællesskab at tale egne og andres kompetencer op, så man finder ud af at det er noget, man kan. Gøre de usynlige kompetencer til synlige kompetencer. Dette er nok den væsentligste udfordring.
- **En særlig opmærksomhed** på de situationer, hvor børn matematiserer og udvikler børnematematik. Iagttage og understøtte

Når børn ordner og forklarer

børnene i disse situationer, det kan være ved at gå i dialog med børnene, stille et spørgsmål, foreslå noget eller blot iagttage, hvis de klarer det fint selv. Det handler om at iagttage, lytte og tænke, før man taler og handler, og om at undersøge tingene sammen med børnene på en lyttende måde.

- **Dialog og udfordring.** Kompetencer til at handle sammen, tænke sammen og bruge symboler sammen med børn på en måde som får både børneperspektivet og børnematematikken frem. Ikke blot at lytte og forstå børnene og få dem til at udtrykke og bruge deres viden, men også at udfordre børnenes læring og forståelser uden at overtage styringen eller springe ud i undervisning. Det kan være ved at fortælle dem noget nyt eller stille et spørgsmål, som får børnene til at finde løsninger på problemer, bruge symboler, tænke sig om og finde forklaringer. Det afgørende er om det giver mening for børnene i situationen og udvider deres viden og kunnen på en måde, de kan bruge til noget.
- **Organisering af læremiljø og situationer.** Tænke hverdagen, indretning og adgang til legetøj og materialer igennem, for at se på hvordan børnene kan få de bedste muligheder for at deltage i noget med indhold af tidlig matematik gennem samspil med andre børn og voksne. Spontane situationer kan som sådan ikke planlægges, men man kan gøre meget for at der kan opstå mange værdifulde læringssituationer ved at arbejde med læremiljøet.

Læring kan ikke planlægges direkte, fordi læring er børnenes proces. Men institutionens og pædagogernes organisering, valg og styring har afgørende betydning for hvad, hvordan og hvor meget børnene lærer. Disse pædagogiske valg kaldes for didaktik, og den har tre niveauer:

Institutionen didaktik: Institutionens arbejde med børnenes adgang til deltagelses- og læringsmuligheder. Denne har både en implicit og en eksplicit side. Den eksplicite side udgøres af den formulerede pædagogik og de bevidste overvejelser om hvordan man fremmer børnenes udvikling,

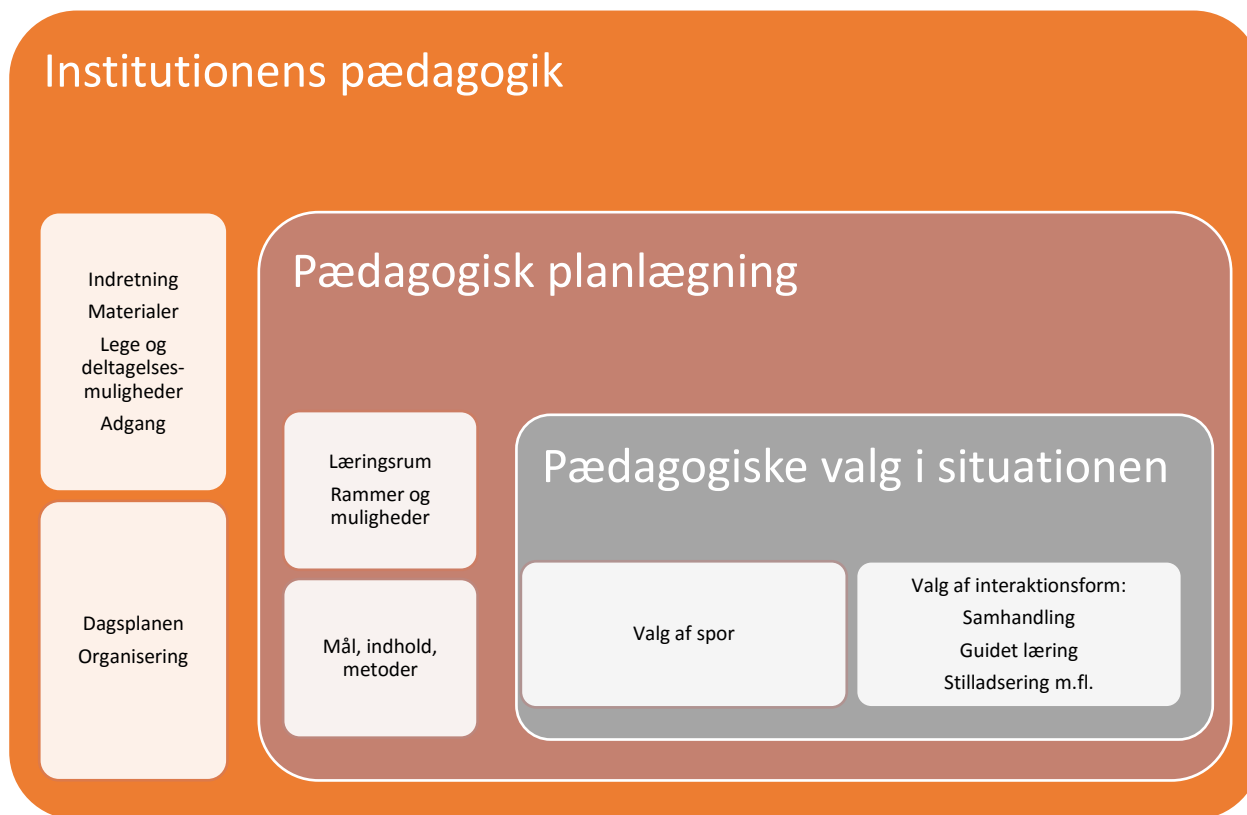
trivsel, læring og dannelse. Den implicite side udgøres af de lærings- og deltagelsesmuligheder som hverdagens organisering i praksis giver børnene. Dette kan pædagoger og leder tænke igennem og ændre ved at gennemgå hverdagen, indretningen, adgang til legetøj og materiale og legekammerater og voksne, for at se på hvordan børnene kan få de bedste muligheder for at deltage i noget med indhold af tidlig matematik. Derved kan institutionens ”tavse” pædagogik blive en del af institutionens mere eksplicite pædagogik.

Institutionens didaktik afgør hvilke læringsmuligheder, der kan opstå, og hvilke læringsmuligheder, de voksne har fokus på.

Pædagogisk planlægning: Her planlægger de pædagoger, som har fået bestemte pædagogiske opgaver, mål, indhold og metoder for de pædagogiske opgaver. De planlægger praktisk og pædagogisk inden for de muligheder, som institutionens rammer, betingelser og didaktik giver dem. Det er dette niveau, som traditionelt beskrives som didaktik. Der er tale om en bevidst refleksion over og planlægning af hvad man vil og hvordan. Denne finder sted før en aktivitet og efter en aktivitet (evaluering), hvor der er en vis distance til at planlægge og reflektere. Det er planlægning om de aktiviteter og situationer, hvor man er ”på” med børnene. Det betyder at man kan have en intention og en plan som indrammer aktiviteten, men også at der kan handles støttende i det spontane og ikke-planlagte, når det opstår.

Pædagogiske valg i situationen: Når først pædagogen er ”på” sammen med børnene i aktiviteten, samling, på legepladsen og i hverdagsaktiviteter, er pædagogen henvist til at foretage valg i situationen, alt efter hvad der sker. Der sker altid noget som ikke er planlagt. Pædagogen må træffe valg her og nu, med et lille spillerum for at tænke sig om. Skal hun følge sin plan eller fravige den? Børnenes udbytte afhænger ikke af, om pædagogen følger sin fastlagte plan eller ej, men af hvad der giver mening for børnene og hvad der rykker mest for børnene i situationen. Pædagogen er henvist til at iagttage, analysere og vælge spor undervejs. Dette kræver praktisk dygtighed, og kompetencerne til dette kan læres gennem en kombination af viden, erfaring, refleksion og faglig sparring med kolleger.

Figur 10 Didaktik på flere niveauer



Når børn ordner og forklarer

Alle niveauer er vigtige for børnenes læring, ligesom samspejlet mellem dem er det. For at fremme børnenes læring er det i særlig grad vigtigt at kunne gribe den matematisering, som opstår i situationen. Derfor vil der i det følgende blive lagt særlig vægt på at beskrive og diskutere hvordan dette kan gribes og støttes, når det opstår.

Dette kan se ud som et paradoks for pædagoger: hvordan kan man gennem pædagogisk planlægning skabe og støtte spontane og ikke planlagte læringsituationer?

Jeg betragter dette som en pædagogisk udfordring, som kan være spændende og kreativ, hvis man går på jagt efter børnematematikken sammen med børnene. Det handler om et spændingsfelt mellem på den ene side planlægning, intention og struktur og på den anden side spontanitet, åbenhed og fleksibilitet.

Institutionens pædagogik

For at små børns matematiklæring og tænkning skal udfordres, kræver det et kombination af adgang til objekter (legetøj, spil, materialer at lege med) og sproglig kommunikation og refleksion (Sheridan, Pramling-Samuelsen, & Johanson, 2009). Derfor bliver adgang til læringsmuligheder, støtte og udfordring nøgleord i denne didaktik.

Adgang til læringsmuligheder

Når adgang er et vigtigt element i institutionens didaktik, handler det om at institutionen gennem sin organisering af børnenes hverdagsliv sætter rammerne for og giver børnene bestemte læringsmuligheder, og afskærer dem fra andre. Det er de voksne som bestemmer hvad børnene kan og må, sammen med hvem, hvor og hvornår.

Adgang til læringsmuligheder har to niveauer:

1. At give børnene adgang til deltagelsesmuligheder og læremiljø i forhold til at matematisere og udvikle børnematematik.
2. At give børnene adgang til se og erfare hvad formel matematik bruges til i vores kultur og samfund.

Begge kan både finde sted i og uden for institutionen.

Den første drejer sig om adgang til børneting:

- Legeplads: legeredskaber, skrammel, sandlegetøj o.l.
- Naturmaterialer til udeleg: pinde, sten, muslingskaller, klatretreer o.l.
- Legetøj af forskellig art, herunder LEGO, dukker, biler, klodser og geometriske figurer o.l.
- Spil af forskellig art: terning og brætspil, kortspil, kinaskak o.l.
- Såkaldte ”beskæftigelsesmaterialer”: tegne, male, klippe og klistre materialer, perler, konstruktionslegetøj o.l.

Den anden drejer sig om adgang til voksening:

- Hverdagsting: køkkenting, rengøringsting o.l.
- Måleinstrumenter: målebægre, målebånd, termometre, vægte, kalendere, ure, kompas, o.l.
- Se hvad tal bruges til i institutionen: indkøbssedler, Excel ark, vejrudsigter, telefonnumre o.l.
- Se hvad matematik og tal bruges til i omverdenen, i nærmiljøet, på gåture o.l. Det kan være at se på numre på huse, symboler på vejskilte, bykort og busplaner, se på symmetri og spejling i huse og på mønstre i den måde fliserne er lagt. Det handler om at lægge mærke til og tale sammen om det, man ser. Det er noget som børn ofte allerede lægger mærke til og er optaget af.

Det er ikke tale om en skarp opdeling i børneting og voksening, da det afhænger af om børnene må bruge voksening til at lege med.

Dertil kommer særlige materialer og programmer, som er fremstillet med en pædagogisk hensigt:

- Geometriske figurer til at lege med og lægge mønstre med og Frøbelsk legetøj: bold, tegning, cylinder, som ofte findes i form af trælegetøj. Figurerne er til at lege med, så de kan blive fortrolige med deres form og kan begynde at genkende dem i forskellige sammenhænge. En plakat med tal kan bruges til at se på og tale om, hvis det opstår et behov for at få styr på antal, talrækken og tallenes form.

Når børn ordner og forklarer

- Programmer og spil på Ipad, telefon og PC, som har et indhold af matematik. Ofte er de designede som ”edutainment”, hvor et matematisk indhold skal leges ind i børnene.
- Der kan også være tal og figurer på duge, tøj, dækservietter, krus og andet, som er fremstillet til børn med en pædagogisk hensigt eller som dekoration.

Det er for snævert at se på de enkelte ting og materialer isoleret, da de indgår i det samlede læremiljø, hvor tingene spiller sammen med hvordan de voksne bruger tingene og inspirerer til brug. Børnenes motivation for at udtrykke sig og lege afhænger af gode og inspirerende indtryk, muligheder for at udtrykke sig og af spændende legetemaer. F.eks.:

- Bøger, fortællinger, billeder, figurer, som kan give indhold og inspiration til leg og udtryk.
- Kunst, arkitektur og design, som inviterer til aktivitet og udforskning.

Rammer og rammesætning

Læringsmuligheder og læremiljø afhænger ud over adgang til materialer af hvor, hvornår og sammen med hvem, børnene har mulighed for at bruge disse muligheder. Hverdagens organisering og rammesætning giver børnene nogle muligheder og afskærer dem for andre.

Hverdagen i dagtilbud er præget af at børnene i løbet af dagen opholder sig forskellige steder, hvor der er forskellige rammer og regler for hvad man må og hvem man må være sammen med. På legepladsen må man lege. Børn kan invitere, forhandle og deltage, eller de kan lade være. Til samling skal de blive siddende og bliver rettet, hvis de går i gang med noget andet. Rammesætning handler om styring og magt over hvad man må, sammen med hvem, og hvor man må være, og om det er frivilligt eller tvungent. Denne rammesætning af dagens forskellige aktiviteter afhænger af om børn og eller voksne har høj indflydelse på indhold og form. Dette illustreres med de tre læringsrum.

Tabel 2 De 3 læringsrum

	Børnene har ringe indflydelse på indhold og form	Børnene har høj indflydelse på indhold og form
De voksne har høj grad af indflydelse på indhold og form	1. Læringsrum Voksenskabt læring	2. Læringsrum Voksenstøttet læring
De voksne har lav grad af indflydelse på indhold og form		3. Læringsrum Leg og spontane aktiviteter

(Hygum & Larsen, 2005, s. 7)

Voksenskabt læring betegner samlinger, aktiviteter og ture ud af huset, hvor pædagogen vælger indhold og form og styrer efter dette, når hun står for aktiviteten.

I leg og spontane aktiviteter har børnene stor indflydelse på indhold og form. I legen bestemmer børnene selv hvad de leger, hvordan og med hvem, inden for de rammer og muligheder, der er til stede.

”Voksenstøttet læring” er særlig interessant, fordi man her lettere både kan have fokus på børneperspektiv og på læring. Voksenstøttet læring kan opstå i mange situationer i løbet af dagen. Den er ikke så bundet til tid og sted og er derfor vanskelig at indfange.

De tre læringsrum udtrykker hvordan aktiviteter er rammesat, det vil sige grænserne for og spillerummet for valg af indhold og form, som er sat af voksne. Men rammesætning siger ikke så meget om hvad der sker eller kan ske inden for en rammesætning og hvordan rammesætning kan ændres undervejs af de voksne. De tre læringsrum bliver beskrevet med disse metaforer: ”gå foran barnet”, ”gå ved siden af barnet”, ”gå bag ved barnet”, men dette kan pædagoger gøre på tværs af forskellige rammesætninger og skifte efter behov. Derfor vil det være relevant at skelne mellem rammesætning og interaktionsform, det vil sige måden den voksne styrer i samspelet med børnene.

Når børn ordner og forklarer

Institutioner og pædagoger, som er gode til at arbejde efter hvad der giver mening og motivation for børnene, skifter hurtigt mellem de forskellige læringsrum. En voksenstyret aktivitet kan skifte til at være en leg, hvis det viser sig at det opstår noget værdifuldt, det er værd at give plads for. Når de er opmærksomme på børneperspektivet, vil de se nye spor og kan vælge at følge disse nye spor.

I et lokale kan der være flere ting i gang samtidigt. Nogle børn sidder ved et bord og tegner i en voksenstyret aktivitet. Andre børn leger i de legehjørner, der er i rummet. En voksen går rundt og går ind og støtter børn i forskellige situationer. Nogle børn går til og fra det ene og det andet, aftalt med voksne eller korrigeret af voksne. Her udspringer de tre læringsrum sig sideløbende.

Derfor kan de tre læringsrum blive en for firkantet model, som ikke indfanger skiftene og spillerummet for didaktiske valg. Det handler ikke kun om hvilke læringsrum man vælger; men om at pædagogen vælger at gå mere eller mindre ind i samspillet med børnene og at styre mere eller mindre, og hvordan og hvorfor hun vælger den måde, hun styrer på. I stedet for at forstå læringsrum som firkantede kasser, kan man derfor i stedet se pædagogen magt og styring som grader af voksenstyring i et spektrum af forskellige pædagogiske interaktionsformer. Dette vil blive udfoldet senere i dette kapitel.

En vigtig læringsmulighed mangler i tabellen, nemlig hverdagsrutiner: i garderoben, dække bord, spise, rydde op, på toilettet o.l. Disse rutiner kan betragtes som situationer, hvor læring ikke er i fokus. Men børn er i færd med at lære, også i disse situationer, og voksne kan vælge at se disse situationer som læringssituationer. Der kan være tale om læring gennem deltagelse i betydningen socialisering, men også læring gennem deltagelse, refleksion og voksenstøtte. At dække bord kan blot være et arbejde der skal gøres, det kan også være at den voksne instruerer i hvordan man gør. Den voksne kan også iagttage hvordan børnene gør, hvordan de matematiserer, og støtte dem i at få orden og system i det. Dette kan den voksne gøre ved både at gå foran, ved siden af, bag ved børnene.

Diskussion af organisering og fokus

Der er en kraftig tendens til at tænke i samlinger og aktiviteter, når læring kommer på dagsorden. F.eks. i bogen Matematisk opmærksomhed i børnehøjde (Melhedegaard & Amby, 2018). Dette har sandsynligvis kulturelle og historiske årsager. Og at ”læring” som pædagogisk begreb i dagtilbud blev oplevet som fremmed, da de pædagogiske læreplanerne blev indført i 2004. Læring var indtil da blevet italesat som udvikling og ved andre begreber. Læring hørte til skolekonteksten.

Læring i dagtilbud finder sted på tværs af hverdagens mange situationer i hverdagen.

Hverdagen i dagtilbud er organiseret mere eller mindre med de samme elementer: modtagelse af børn, aktiviteter, samlinger, udeleg, indeleg, spisning, garderoben, toilettet, oprydning og aflevering af børn. Dagens organisering er også påfaldende ens på tværs af dagtilbud. Mønsteret afspejler både børnehavetraditionen med rødder tilbage til Fröbel, hvor leg og aktiviteter ses som ”det egentlige” pædagogiske arbejde. De øvrige elementer i hverdagen betragtes mere som nødvendige hverdagsaktiviteter end som egentlige pædagogiske situationer. Der kan være mere eller mindre pædagogisk fokus på hvordan man gør under spisning og i garderoben, men det ses overvejende som sekundært i forhold til aktiviteter og leg.

Den pædagogiske betydning af de forskellige elementer afhænger således af, om og i hvor høj grad pædagogerne ser og anvender dem som pædagogiske muligheder: Handler spisning blot om at blive mæt? Handler garderoben blot om at få tøj på og blive klar? Eller ser og griber pædagogerne de udfordringer som børnene står i og støtter dem i deres læring? I de fleste institutioner vil der nok være tale om noget af begge dele.

Det er derfor relevant at se på og diskutere hvor læringsmulighederne ligger i dagtilbuddets hverdag og vurdere, hvor og hvornår pædagoger bedst kan bruge deres tid og fokusere deres arbejde.

Eksempel 40 Muligheder for dialog og læring

I et pilotprojekt om tidlig læring i et dagtilbud ønskede pædagogerne at arbejde med tidlig sprog og tidlig matematik i samlinger og i garderoben. Der blev optaget video af nogle forløb, og nogle klip blev drøftet med pædagogerne. Det viste sig at der var begrænsede muligheder for læring under samlinger, fordi der i denne organisering er så begrænsede mulighed for dialog med børnene. Der er mange børn, og få børn deltager i korte dialoger. Der er én fælles dagsorden, sat af den voksne. Det er der ikke noget forkert i, men mulighederne for fælles opmærksomhed og dialog med det enkelte barn er begrænsede. Selv om børnene prøver at følge med og gøre det, de skal, har de også gang i mange andre ting. Deres opmærksomhed glider frem og tilbage mellem den fælles dagsorden og alt muligt andet.

Det var i det hele taget vanskeligt at fremme læring gennem dialog, når alle børn skulle være centreret om én voksen. I garderoben var mulighederne også begrænsede, da det at alle børn skulle have vintertøj på, var styret af tidspres og praktiske hensyn. Der opstod små værdifulde læringsituationer, men det var ikke hensigtsmæssigt at forvente at garderoben skulle være særligt velegnet som læringsrum, i hvert fald ikke i den praktiske organisering, det havde i denne institution.

Videoptagelser viste at der var bedre muligheder for læring gennem dialog i forbindelse med:

Måltidet, hvor børn hjælper til med at dække bord og sidder i mindre grupper med en voksen.

Dokumentation, hvis en voksen sidder sammen med nogle børn og skriver, tegner og finder billeder af hvad de har arbejdet med i løbet af dagen.

Aktiviteter i små grupper.

Når der foregår flere ting samtidigt. F.eks. hvor nogle børn tegner, andre børn bygger med LEGO, spiller spil eller leger.

”Småaktiviteter” om morgen og om eftermiddagen, hvor der er få børn. Det kan være at sy på gulvklud, spille spil og lege.

Legesituationer ude og inde.

Eksemplet viser at det er frugtbart at undersøge hvor de gode læringsituationer ligger på tværs af hverdagens mange forskellige aktiviteter, inden man beslutter sig for hvor og hvornår arbejdet med læring skal fokuseres.

I forhold til børnematematik og kropslig matematisering er det mere hensigtsmæssigt for pædagoger at være opmærksomme på hvor og hvornår børn er i gang med at matematisere og sætte ind dér. Mulighederne for voksenstøttet læring er alt andet lige større i hverdagssituationer og leg end i samlinger og aktiviteter, hvor mange børn er sammen med én voksen om én ting.

I aktiviteter kan det være hensigtsmæssigt at pædagogerne fokuserer på få udvalgte læringstemaer, fordi det er vanskeligt at have fokus på for mange ting på én gang. I institution i eksempel 40 blev der også optaget video af en tur i skoven, hvor pædagogerne både ville have fokus på naturfænomener, tidlig sprog og tidlig matematik. Det viste sig at blive for kompliceret. De ville for meget. Fokus på et eller to temaer af gangen ville nok kunne fungere. Og så kan man skifte mellem dem.

”Fri leg” er en glimrende ramme for læring af matematiske kompetencer, som beskrevet tidligere. Det er en uomgængelig læringskilde til sociale og personlige læreprocesser, som finder sted i horisontale relationer (barn-barn), som læring i vertikale relationer (barn-voksen) ikke kan erstatte.

Børn kan lære meget gennem leg, også uden voksenindblanding. Men det betyder ikke at børn ikke også kan lære noget, noget mere og noget andet, ved at voksne går ind i legen, som deltager eller som støtte. Her kan pædagogen iagttage og træde til, hvis de vurderer at det er hensigtsmæssigt.

Når børn ordner og forklarer

Voksenstøttet læring med udgangspunkt i barnets perspektiv giver den bedste læringseffekt og større effekt end læring gennem instruktion (Sommer, Tidlig i skole eller legende læring? Evidensen om langtidsholdbar læring og udvikling i daginstitutionen, 2015). Det skyldes for mig at se at der her både er børneperspektiv og sagsorientering, dvs. fokus på hvad barnet er ved at lære.

Det betyder at alle situationer i hverdagen, potentielt set kan være gode læringssituationer. Derfor er hverdagssituationer i garderoben, ved bordet, på toilettet, på legepladsen, på tur, i legehjørnet, i hallen osv. væsentlige. Børnene er i gang med at lære, og pædagogen har mulighed for at gå i dialog med børnene om det, de har gang i.

Samlinger og voksenstyrede aktiviteter, hvor mange børn skal lave det samme med én voksen, kan være udmærkede, værdifulde stunder med gode pædagogiske begrundelser. F.eks. kan det være nyttigt til samlinger at tale om hvilken dag det er, vejret, give fælles beskeder, få læst historier og synge sammen. Der er blot det problem at der ikke er så stort et spillerum for dialog og for at det enkelte barns perspektiv kan blive inddraget i denne rammesætning.

Jeg taler ikke for at nogle former er gode, og andre er dårlige, men for at de enkelte former for rammesætning har visse muligheder og visse begrænsninger. Og at det er hensigtsmæssigt at pædagoger forholder sig til dette, og bruge dem til det, de er bedst egnede til.

Det er vigtigt at bemærke at samlinger og voksenstyret aktivitet ikke er ensbetydende med at pædagogen instruerer børnene og kun formidler. Hun kan også gøre meget andet inden for denne ramme, også selvom pædagogen er den, der styrer og taler mest.

Et andet spørgsmål er prioritering af resurser. Hvis læringstemaer skal tilgodeses i form af særlige aktiviteter, bliver det hurtigt meget resursekrævende. Der bliver ikke til ret meget tid til hvert tema, måske halvanden time med en aktivitet. I de fleste timer, de tilbringer i

dagtilbuddet, er der ikke sat læringstemaer på dagsordenen. Hverdagsrutiner og leg fylder meget. I stedet kunne man se på og støtte læring i disse situationer, og ikke blot at se dem som tomgang, tidsfordriv eller praktiske opgaver. Jeg vil derfor argumentere for at det er mere hensigtsmæssigt at integrere læringstemaerne i hverdagen. Det er jo ikke sådan at børnene kun lærer noget om læringstemaet, når det er sat på programmet.

Udvikling af kompetencer til dette kan ske ved at sætte fagligt fokus på bestemte temaer i en periode. Pædagoger kunne her være ”matematikdetektiver”, dele deres iagttagelser med hinanden og lave dokumentation og refleksion over det, de har fundet. Derved får pædagogerne indarbejdet ”blikket” på hvor og hvordan, læringen foregår, og hvordan den kan støttes i mange forskellige situationer. Det vil gøre at pædagogerne lettere vil kunne fange og støtte læring i tiden efter, der er arbejdet intensivt med det. Når det er indarbejdet, bliver det en del af fagligheden i dagligdagen, som ikke kræver særlig planlægning eller store resurser.

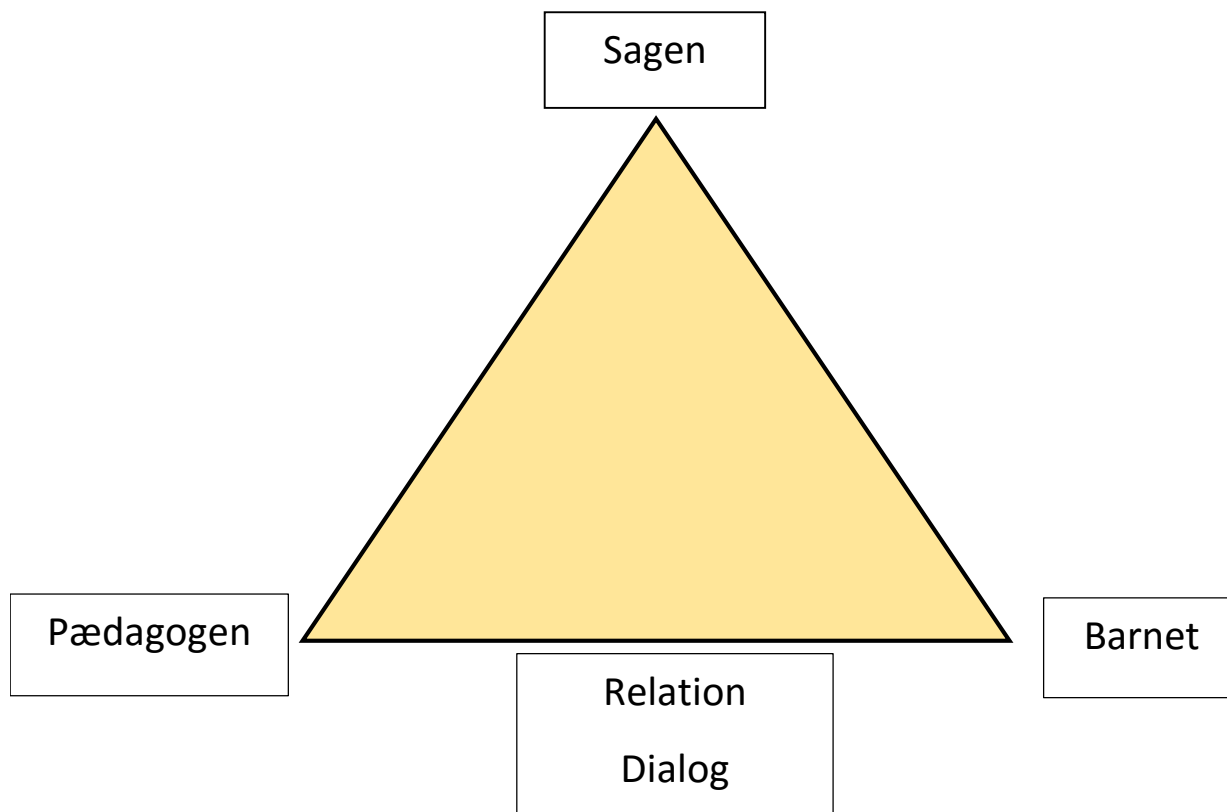
Børneperspektiv og sagsorientering

Inden vi går i videre til at uddybe læreprocesser, skal det lige slås fast at når der er tale om læring, er der altid fokus på *hvad* der læres, det indhold af viden, færdigheder og kompetencer. Man lærer altid *om noget*: den sag der læres om. Det sagsorienterede indhold i børns matematik handler om børnenes fysiske omverden og den kulturelle omverden, hvor de møder den kulturelt skabte matematik, sprog, symboler og udtryksformer.

Derfor er sagsorienteringen central, når der er tale om læring. I andre pædagogiske begreber som udvikling, trivsel, relation o.l. ligger fokus ikke på hvad, der læres. I praksis hænger det sammen og begreberne overlapper hinanden, men læringsbegrebet fremhæver særlig at der er opmærksomhed på hvad der læres.

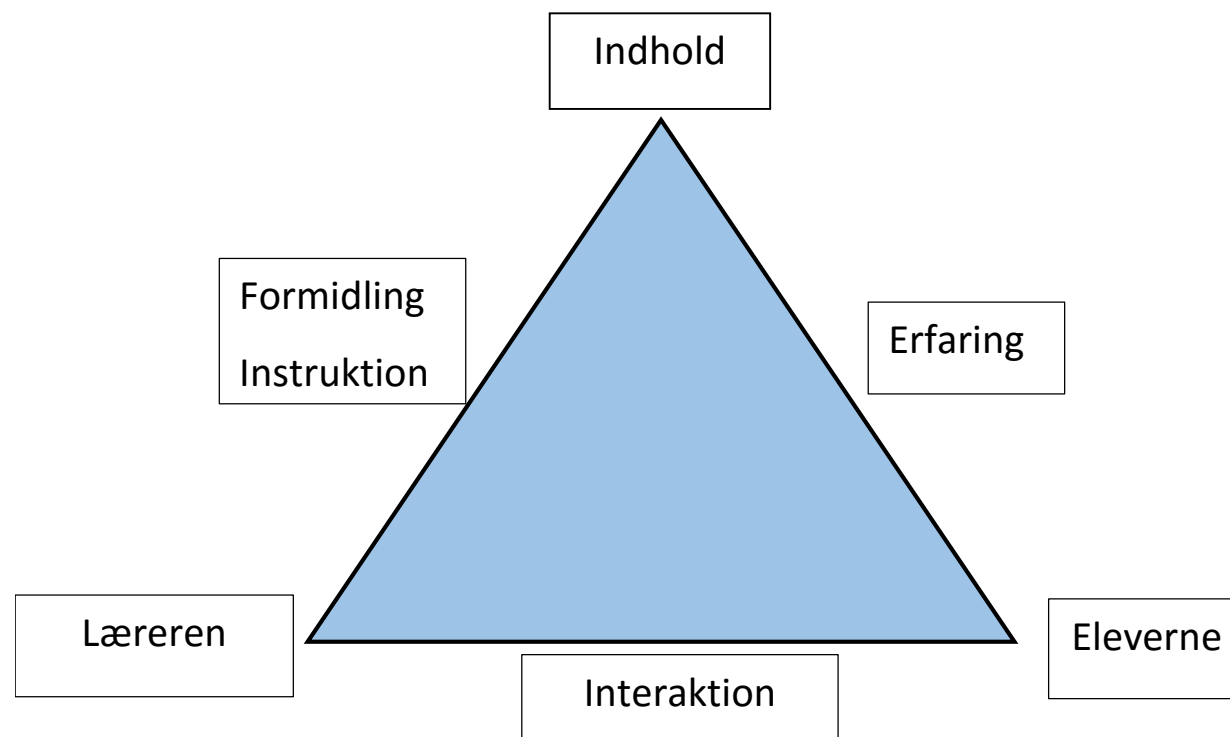
I pædagogisk litteratur illustreres dette ved ”den pædagogiske trekant”, hvor sagen sættes i forhold til relationen mellem barnet og pædagogen.

Figur 11 Den pædagogiske trekant



Den pædagogiske trekant, nogle gange omtalt som den didaktiske trekant, dukker op i mange versioner, og dens oprindelse er ukendt (Hopmann, 1997). I skolens sprogbrug ser den ud som vist i følgende figur (Hopmann, 1997):

Figur 12 Den didaktiske trekant



”Den pædagogiske trekant” og ”Den didaktisk trekant” illustrerer begge at det sagsorienterede indhold læres gennem relationer og interaktioner med andre. På en måde viser de to trekanter to versioner af læring. Men i den didaktiske trekant er instruktion/formidling, erfaring og interaktion udskilt som tre forskellige processer, illustreret ved at de kendetegner hvert sit ”ben” i figuren. Dette giver god mening i en skolesammenhæng, da den kan bruges til at synliggøre forskellige elementer og processer i en undervisningssammenhæng.

Små børns læring kan ikke opdeles i disse elementer. Læringen er indlejret i relationen og afhængig af kvaliteten i samspillet i relationen. Eksempel 24 med Esben og Sofie og puttekassen i kapitel 3 viser denne sammenhæng. De har en interaktion om at putte klodser i puttekassen. Dorte skifter mellem at se på dét, Esben ser på, og at se på Esben. Esbens læring handler ikke om indlæring eller om erfaring, men om følelsesmæssigt afstemt interaktion i forhold til ting udenfor dyaden. Det betyder at barnets ”erfaring” og den voksnes ”formidling” og ”relationen” ikke kan adskilles som selvstændige processer. De kan ses som tre forskellige aspekter af triaden.

Når børn ordner og forklarer

Didaktisk set betyder det at den pædagogiske/didaktiske trekant ikke kan anvendes på den måde, den anvendes i forhold til skolebørn. Den pædagogiske trekant kan for små børn forstås som den læring, der finder sted i triaden, og læringen er afhængig af kvaliteten i processerne i triaden. Læringen finder, metaforisk formuleret, sted ”inde midt i triaden” og ikke i trekantens ”ben”, som er den forståelse, der traditionelt set ligger bag ”Den pædagogiske/didaktiske trekant”.

”Sagen” skal forstås bredt: det kan være legetøj, mad og tøj, spil og musik, men også fagligt indhold som tal og symboler. Det betyder at ”sagsorienteringen” kan forbinde det konkrete med det abstrakte. I leg med LEGO kan læring på det konkrete plan være at lære at sætte klodserne sammen til en figur. Dette giver erfaringer med former og logik. Dette indhold kan senere italesættes og denne senere læring bygger videre på den konkrete kunnen. Sagen – at bygge med LEGO – kan rumme flere lag af indhold af læring, som forbindes i sagen. På den måde har før-faglig læring et potentielt fag-fagligt indhold i den betydning at det handler om det samme emne som det tilsvarende fag-fagligt indhold. I min optik forbinder sagsorienteringen børnematematikken med den faglige matematik.

Sagsorientering og børneperspektiv er derfor to centrale og gennemgående pædagogiske nøgleord.

Læring er ikke det samme som undervisning. I undervisning er det læreren eller pædagogen, der er aktøren, der med et voksenperspektiv har sat sagen over børneperspektivet. I læring er det den lærende der er aktøren, den har et børneperspektiv. Det er den lærendes aktive proces, som skaber læring. Skiftet fra ”undervisning” til ”læring” i folkeskolen, som har været på dagsordenen de sidste par årtier, understreger intentionen om i højere grad at have fokus på elevernes læring end på lærerens formidling.

De forskellige pædagogikker, som har været i spil, har nogle ret forskellige bud på hvordan læring bedst finder sted. Der er en tendens til at det falder ud i en diskussion mellem to diametralt modsatte opfattelser og strategier: enten har de fokus på at indholdet som barnet skal lære, eller også er de ”barncentrerede”.

I afsnittet ”Hvordan lærer børn bedst?” blev disse tre tilgang skitseret:

- Læring gennem ”fri leg”
- Voksenstøttet læring med udgangspunkt i barnets perspektiv
- Læring gennem Instruktion fra voksne

Nu skal vi se nærmere på sagsorientering og børneperspektiv i disse tilgange, suppleret med ”læring gennem relation” og ”passiv pasning”.

Læring gennem instruktion afspejler en traditionel undervisningsmodel, hvor lærere/pædagoger formidler indholdet og strukturerer opgaver og træning med det formål at børnene tilegner sig det indhold, som læreren/pædagogen har sat på dagsordenen. Ofte støtter de pædagogiske begrundelser sig på abstrakte lærings- og udviklingsteorier, men sjældent på en analyse af de konkrete børns perspektiv i de konkrete situationer. Det en top-down proces hvor børneperspektivet ikke er udgangspunktet. Det kan inddrages; men der styres efter tilegnelse af det planlagte indhold. I forhold til læring har tilgangen den positive styrke at de voksne *vil* børnene noget og har fokus på et sagsindhold, et fagligt indhold.

I læring gennem ”fri leg” indtages den modsatte position. Børn udvikler sig og lærer i ”fri leg” uden voksenindblanding. Selvfølgelig lærer børn noget af at lege selv og af at lege med andre børn. Men hvad lærer de egentlig? Og hvad har de brug for fra voksne i denne proces? I denne opfattelse udvikler barnet sig og lærer indefra gennem egen aktivitet. Der ligger en intention om at tage vare på børneperspektivet og at de voksne ikke skal gribe ind og styre for meget, da det kan ødelægge legen og dermed læringen. Der er en tro på at læring opstår af sig selv, men der ses ikke konkret på om og hvad børnene lærer.

I debatten har der været en modstilling mellem leg og læring: enten leger de eller også lærer de. Enten skal barnet vokse ind i kulturen. Eller også skal

Når børn ordner og forklarer

indholdet fyldes på barnet. I den ene tages der udgangspunkt i processen og i den anden i indholdet⁸.

Læring gennem relation indeholder lignende problemer som læring gennem fri leg. Her tænkes at børnene udvikler sig og lærer gennem relationer til voksne og til andre børn. I læring gennem relationer lægges der vægt på en omsorgsfuld og anerkendende relation til barnet. Den voksne ønsker at anerkende barnet og dets perspektiv. Men lærer barnet egentlig noget af at blive anerkendt? Måske får det øget sit selvværd, men hvad ellers? Man kan sige at relationen, omsorgen og anerkendelsen er en forudsætning for god læring, men læring opstår ikke blot automatisk af dette. Det tredje hjørne i den pædagogiske trekant mangler. Den skabes gennem det, der udveksles mellem parterne, gennem transaktionen. Sagsorienteringen vil ligge i at fokusere på *hvad* de udveksler i relationen.

Der kan også forekomme en pædagogisk tilgang som hverken har et børneperspektiv eller en sagsorientering. Her har vi **passiv pasning**, som betegner at pædagogen blot passer på at børnene har det godt og ikke kommer til skade. De får opfyldt deres basale behov og aktiveres, men ikke med noget særlig fokus på læring. Leg betragtes også her mest som tidsfordriv eller afledning fra at lave gale steger.

Spørgsmålet er så hvordan, hvornår og i hvor høj grad, man i det pædagogiske arbejde i dagtilbud både kan styre efter både sagsorientering og børneperspektiv?

Voksenstøttet læring med udgangspunkt i barnets perspektiv synes at være den tilgang, som kombinerer de to.

Barnets perspektiv og sagsorientering er principielt set ikke modsætninger, fordi børneperspektivet altid er et perspektiv *på noget*. Det vil sige at et børneperspektiv ikke blot er et voksenperspektiv på hvordan barnet har det og føler sig tilpas.

Et børneperspektiv handler om at den voksne ser på, hvad barnet ser på, og ser på hvordan barnet ser på det, det ser på. Det vil sige at den voksne ser på barnets sagsorientering. Her ligger den organiske sammenhæng mellem børneperspektivet og sagsorienteringen. Det handler ikke kun om at forstå barnet, men om at prøve at forstå, hvad barnet er i gang med at forstå.

På det praktiske plan hænger sagsorientering og børneperspektiv sammen i interaktionen med barnet, som vist i eksempel 24 med triaden mellem mor, barn og puttebakke. Pædagogiske teorier og begreber har åbenbart fået denne sammenhæng brudt.

Det er vigtigt at understrege at børneperspektivet er den voksnes forsøg på at se situation fra barnets perspektiv. De voksne kan ikke indtage barnets perspektiv; men de kan tilnærme sig det ved at iagttage og fortolke. Det vigtige er at børneperspektivet er forskelligt fra voksenperspektivet, og at de voksne indtager en undersøgende og spørgende holdning med spørgsmålet: hvordan ser barnet perspektiv mon ud her? Forskellige pædagoger kan nå frem til forskellige tolkninger af børneperspektivet på den samme situation; men det betyder ikke at voksnes tolkninger af børneperspektiver blot er subjektive. Alle tolkninger er ikke lige gode. Nogle fortolkninger kommer tættere på børneperspektivet end andre, ved at de er bedre begrundede i forhold til iagttagelser.

Et børneperspektiv vil også indebære at man må tage et udgangspunkt i hvilke faktiske udfordringer børnene konkret står i, i de situationer, kontekster og fællesskaber de indgår i. Der kan ikke tages udgangspunkt i generelle teorier, men i konkrete børn i deres konkrete liv. Ida Schwartz siger på baggrund af en analyse af indlæring og træning over for relationer og omsorg:

⁸ Modstillingen svarer til modstillingen mellem formaldannelse og materialdannelse (Klafki).

Når børn ordner og forklarer

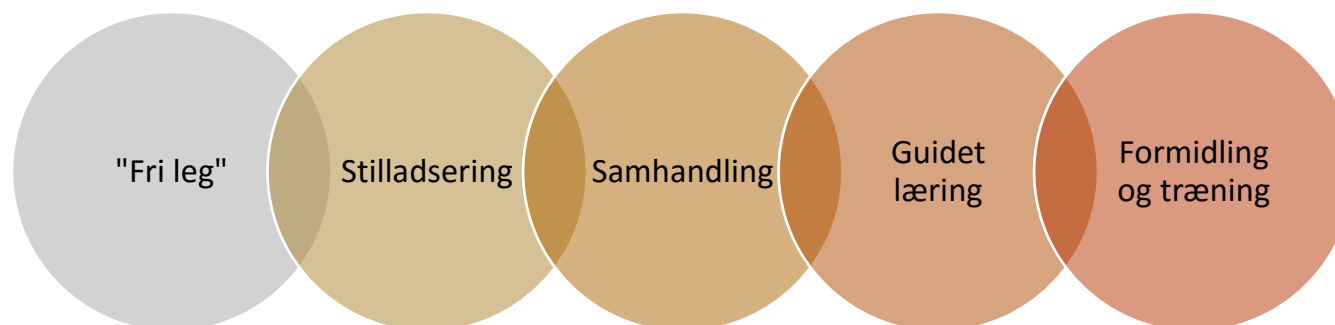
Lidt firkantet kan man sige, at enten stilles børn over for at skulle opfylde krav afledt af abstrakte udviklingspsykologiske teorier eller de indhyles i forståelse og omsorg.

Der er brug for læringsforståelser, der kan overskride sådanne polariseringer mellem abstrakte krav på den ene side og forståelse på den anden. Læringsforståelser, der kan forstå børns udvikling som knyttet til konkrete udfordringer, børn står over for i de fællesskaber, de prøver at blive en del af. (Schwartz, 2014, s. 92)

Interaktionsformer på tværs af organisering

Som beskrevet i afsnittet om institutionens pædagogik vil det være hensigtsmæssigt at adskille rammesætningen af aktiviteten og interaktionsformen i aktiviteten. Det vil afdække flere nuancer at se på hvilket spillerum der er for didaktiske valg inden for rammesætningen af aktiviteten, spillerum i den interaktion og styring som er mulig, når pædagogen er ”på” med børnene. Det er ikke muligt helt at adskille rammesætning og interaktionsformer, men analysen kan bidrage til at afdække hvilket spillerum pædagogen har for didaktiske valg afhængig af hvilke læringsmuligheder, der dukker op undervejs i forløbet.

Figur 13 Grader af voksenstyring i forskellige pædagogiske interaktionsformer



Jo længere til højre i figuren, jo højere grad af voksenstyring er der i interaktionen. Børnестyringen bliver tilsvarende mindre mod højre. Interaktionsformerne overlapper hinanden, og de kan være vanskelige at adskille i praksis. De skal blot ses som forskellige typer af interaktionsformer som viser hvordan pædagogen kan styre samspillet forskelligt. Disse styringsformer ses som udtryk for pædagogens didaktiske valg i situationen.

”Fri leg” Pædagogen skaber rammerne, børnene vælger selv hvem og hvad de leger med. Pædagogen griber ind, hvis der opstår problemer eller konflikter. Fri leg er sat i gåseøjne for at understrege at det altid er de voksne, som sætter rammerne og giver mulighederne. Det kan være børn som bygger med LEGO.

Stilladsering Pædagogen iagttager og går ind og støtter børnenes læring i situationer, hvor hun vurderer at de har brug eller gavn af dette. Pædagogen

Når børn ordner og forklarer

styrer efter at støtte op om barnet mål og motiv. Det kan være i spontane situationer som f.eks. i eksempel 19 med Henrik og sprællemanden. Henrik kommer til at skubbe sprællemanden opad, så den falder ned. Dette var et uheld, men pædagogen greb situationen, og Henrik lærte noget med pædagogens hjælp. Det kan også være i mere voksenstyrede situationer, hvor børnene arbejder med opgaver.

Samhandling Børn og voksne forhandler og aftaler hvad de skal lave sammen. Det kan være at spille et spil, handle ind, samle bær eller bygge med LEGO. Børn og voksne kan begge invitere til deltagelse og kan vælge at afbryde.

Her går den voksne ind og bygger med og bidrager til konstruktionslegen ved at tilføre teknisk viden, idéer og legeindhold. Pædagogen bliver aktør på linje med barnet. Pædagogen styrer efter hvordan den fælles aktivitet udvikler sig, og afpasser sin deltagelse, så barnets initiativer og perspektiver får plads i dialogen og forhandlingen.

Guidet læring betegner en interaktion hvor pædagogen er fokuseret på at få børnenes matematik frem og at udfordre den. Pædagogen stiller åbne spørgsmål og følger op. Pædagogen styrer efter at udvikle en specifik læring.

Formidling og øvelse Pædagogen formidler sin mer-viden til børnene i voksenstyrede aktiviteter eller i andre situationer. Hun fortæller barnet, hvordan det kan øve sig i at blive god til noget. Man kan sige at pædagogen underviser i en traditionel forståelse af undervisning. Her styrer pædagogen efter det indhold og det mål, hun har sat for læringen.

Forskellen mellem de forskellige interaktionsformer ligger i at pædagogen styrer sine valg efter forskellige kriterier.

Når rammesætning og interaktionsformer adskilles, bliver det tydeligt at pædagogen altid har flere handlemuligheder til rådighed, handlemuligheder som hun kan vælge at bruge undervejs, alt efter hvad, hun vurderer, vil være mest hensigtsmæssigt i situationen.

Inden for en aktivitet som er rammesat af pædagogen, kan pædagogen anvende forskellige pædagogroller og skifte mellem stilladsering,

samhandling, guidet læring og formidling. Rammen er voksenstyring, men inden for rammen kan pædagogen anvende forskellige pædagogroller og interaktionsformer. Indholdsmæssigt kan hun vælge at styre efter, hvad hun har planlagt, eller efter hvad der opstår undervejs. Her er det interessante hvilke kriterier hun styrer efter, når hun vælger spor undervejs. Dette kan hun gøre mere eller mindre undersøgende og lyttende. Hun kan her også undersøge noget sammen med børnene ved at stille sig ved side af børnene. Dette uddybes i eksemplet nedenfor med en pædagog og tre piger som udforsker syltetøjsglas.

Stilladsering

I begrebet stilladsering ses læring som en konstruktionsproces, hvor barnet selv opbygger sin viden. Voksne kan ikke blot fylde matematik på og bygge læringen i barnet. Barnet bygger sin viden, men den voksne kan støtte barnet i denne byggeproces ved, billedligt talt, at sætte stilladser op om byggeriet. Begrebet ”stilladsering” anvendes som en metafor for dette, men henviser ikke til én teori. Nora Lindén anvender bl.a. Vygotskys læringsteori til at udfolde indholdet i stilladsering (Lindén, Stilladser om børns læring, 1997) (Lindén, Læring som pedagogisk praksis, 1996). Begrebet stilladsering er velegnet som et redskab til at den voksne kan adskille barnets mål og motiv fra den voksnes eget mål og motiv.

Nora Lindén peger på fem egenskaber ved hjælpen til barnet, der skal til, for at det kan karakteriseres som et støttende stillads:

1. *Hjælpen (stilladset) støtter barnets mål.*
2. *Hjælpen (stilladset) fungerer som et redskab for barnet.*
3. *Hjælpen (stilladset) udvider handleområdet og rækkevidden for barnets virksomhed.*
4. *Hjælpen (stilladset) sætter barnet i stand til at udføre opgaver som det ellers ikke ville være i stand til at udføre.*
5. *Barnet bestemmer selv hvornår det ikke længere har brug for hjælpen (stilladset).*

(Lindén, Læring som pedagogisk praksis, 1996, s. 111)

Når børn ordner og forklarer

To af Nora Lindéns eksempler illustrerer hvordan stilladsring kan se ud, når det støtter op om barnet mål, henholdsvis ikke støtter op om barnets mål.

Eksempel 41 Hun tegner en ring om det, der er væk

Elisabeth (6) hørte Roger (5) sige, at han kunne skrive et 1-tal. Hun ville vise at hun kunne skrive tallene. Rundt om tre borde havde hun tegnet 6 personer, og rundt om det sidste 8.

"Her er der fire og to til," forklarer hun mig. Og skriver 6.

"Er der lige så mange mennesker på din tegning som her i børnehaveklassen?" spørger jeg.

Det ved hun ikke rigtigt.

Efter at have talt, mener hun, at der er 10 omkring det ene bord og 10 omkring det andet.

"Hvor mange er 10 plus 10?" spørger jeg. Det ved hun ikke.

"Men jeg har lært, at 9 og 9 er fem, og 6 og 6 er tolv."

"Men så ved du jo, hvor mange der er i alt omkring de to første borde," hævder jeg.

"Der er tolv," siger hun straks og smiler glad over denne opdagelse.

"Hvordan vil du vise, at nogle børn er gået hjem?" spørger jeg.

"Jeg tegner en ring omkring dem," svarer Elisabeth hurtigt.

Her har hun fundet sit eget tegn for – ("minus", min tilføjelse). Hun tegner en ring om det, der er væk. (Lindén, Stilladser om børns læring, 1997, s. 44-45)

"Den voksne diskuterer med Elisabeth og fører hende hen mod at få øje på egne kundskaber. (...) Elisabeth får lov at følge sin egen tankerække, og kan opdage nytten af sine kundskaber. Den voksne bakker Elisabeth op på den måde, at hun selv kan være med til at styre sin kundskabsudvikling." (Lindén, Stilladser om børns læring, 1997, s. 45)

Læg mærke til at Nora ikke retter eller fortæller Elisabeth at 9 og 9 ikke er fem. Hun vælger at lytte og spørge i stedet for, for at Elisabeth kan finde frem til det, hun er i gang med at finde ud af.

Eksempel 42 Så kom han i tanke om de andre ord

Børn og voksne omkring et bord. Tegneopgave: Hvordan sidder børnene fordelt ved de to borde i lokalet?

Roger vidste, at der var 17 elever. Det havde den voksne sagt for at hjælpe ham på vej. Så han begynder at tegne så mange, som han kan få plads til omkring det ene bord.

"Hvor mange børn har du tegnet rundt om det ene bord?" spørger jeg.

Roger tæller sig frem til 12. "Er det ikke lidt for mange omkring det ene bord?" spørger jeg.

Nej, det synes han ikke.

"Kan du skrive, hvor mange der er, på en anden måde end ved at tegne det?" spørger jeg.

"Jeg kan tegne 1-taller," siger Roger. Men så kommer han i tanke om de andre tal, selv om de ikke bliver helt korrekte. Det er måske fordi, jeg spurgte sådan, at han straks tænkte på tal.

Sit navn, Roger, vidste han i hvert fald havde to r'er, et i hver ende. Derfor skriver han navnet bagfra. Det er det vigtigste.

"Hvor meget mere er 17 end 12?" spørger jeg.

Når børn ordner og forklarer

Den var svar. Efter nogen besvar og lidt hjælp fra mig fandt han ud af, at han måtte have 5 mere med. Dem tegnede han rundt om det andet bord. (Lindén, Stilladser om børns læring, 1997, s. 45-46)

I eksemplet overtager den voksnes mål, sprog og hensigt situationen og tager den ud af Rogers hænder. ”Man kan sige at den voksne ”laver” opgaven for ham.” (Lindén, Stilladser om børns læring, 1997, s. 46) Hans virksomhed overtages af den voksnes projekt.

Dette faremoment vil altid være til stede i pædagogisk praksis. Spørgeteknikken i det sidste eksempel kendes fra traditionel undervisning, som de fleste er grundigt socialiseret ind i.

Stilladseringsbegrebet og Vygotskys virksomhedsbegreb kan anvendes til analyse af, om den voksne støtter barnets egen læring, eller om den voksnes projekt tager over. Roger protesterer ikke, men måske taber han interessen og kan ikke se meningen med at gætte, hvad den voksne vil have ham til.

I praksis vil der være situationer af begge typer i hverdagen. Om den voksne i de forskellige situationer stilladserer eller ikke, afhænger af hvordan den voksne er opmærksom på barnets virksomhed og støtter op om den. Dette afhænger af om pædagogen ser og tolker situationen, inden hun handler, og

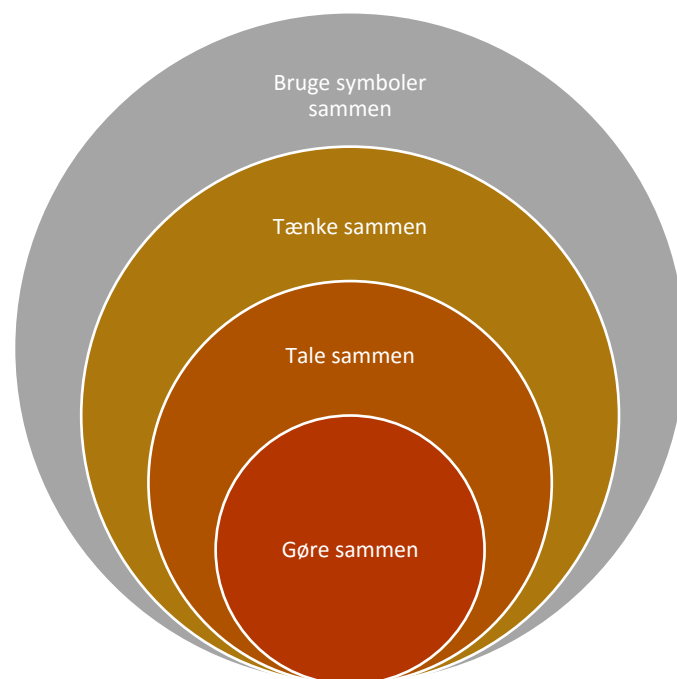
ikke blot griber til automatiske handlinger, som måske stammer fra egne skoleerfaringer. Pointen er at dette kan læres af den voksne gennem iagttagelse, tolkning, faglig sparring og øvelse. Når pædagogen kan se hvornår der er tale om stilladsering og hvornår der er tale om noget andet, har hun redskaber til at vælge hvornår hun stilladserer.

Samhandling

Samhandling kendetegnes af at både børn og voksne er primære aktører i handlingen. Det kan være i at spille spil, dække bord, rydde op, undersøge noget sammen. Fokus ligger på det fælles mål, som er forhandlet på forhånd. Her er det ikke pædagogen, som nødvendigvis lærer børnene noget ved at instruere; men en læring som finder sted gennem deltagelse i en aktivitet eller praktisk opgave, en social deltagelse med både krop og hoved. Dette sætter sociale læreprocesser i fokus. Tænkning og læring er ikke blot noget som foregår inde i barnet eller i barnets hjerne. Det er noget vi gør sammen.

Tænkningen og lærings sociale aspekter kan illustreres ved følgende figur, som er inspireret af Anna Swards teori om tænkning som kommunikation (Sfard, 2002). Eksempel 36 med ”Anne og Jon spiller ludo” anvendes som typeeksempel.

Figur 14 Læring gennem samhandling og kommunikation



Figuren viser hvordan forskellige sociale handlinger bygger oven på og supplerer hinanden. Den inderste og centrale cirkel "At gøre noget sammen" viser at samhandling og deltagelse i fælles praksis er det centrale. Den yderste cirkel "At bruge symboler sammen" beskriver matematiseringen i betydningen at anvende symboler som udtryk og i kommunikationen, det som ligger i forståelsen af matematik som problemløsning med symbolske redskaber. Imellem disse ligger tale sammen og tænke sammen som de kommunikationsformer, der udvikler og formidler mellem konkrete handlinger og brug af symboler i kommunikationen.

Gøre sammen betegner *deltagelse i en aktivitet* med fælles fokus, f.eks. at spille ludo sammen.

Tale sammen betegner *samtale i aktiviteten*, hvor deltagerne deler med hinanden, som man gør, når man spiller ludo. F.eks. "nu er det din tur" og hjælp undervejs til at spille spillet. Her bruges sprog og symboler som er kendte og fungerer i kommunikationen.

Tænke sammen betegner at *tale sammen om aktiviteten* eller om problemer og udfordringer i aktiviteten, som opstår undervejs. F.eks. når Anne ser på terningen og siger: Det er to og to. Og Jon siger at fire er to og to. Der opstår et problem eller en udfordring, som gribes og dvæles ved. Der er fælles fokus på dette og der kommunikeres for at finde løsninger på problemet.

Når børn ordner og forklarer

Bruge symboler sammen betegner hvordan viden og kunnen udtrykkes ved hjælp af symboler i kommunikationen. I ludo bruges antal øjne på terningen som symboler og ordet "fire" som et sprogligt symbol for antal. I eksemplet med Anne og Jon kan symbolet "fire" nu fungere i kommunikationen mellem dem. Anne kan også bruge symbolet i andre sammenhænge: fire æbler. Symboler er her symboler for matematisk indhold (symbolske udtryk i matematiske aktiviteter), som svarer på aktivitetens udfordringerne.

Modellen kan virke simpel og banal, men den kan bruges til at fastholde hvad det sociale aspekter i læreprocesser handler om. Og det er ret ligetil på det praktiske plan. Modellen lægger dog et helt andet perspektiv på læring end de gængse læringsteorier. Den indeholder elementer af læring gennem social deltagelse og tænkning gennem kommunikation.

Guidet læring

I guidet læring ligger fokus på at få børnenes matematik og matematisering frem og at udfordre deres tænkning. Tankegangen er at børn selv konstruerer deres viden, som i stilladsering, men at de også har brug for mere fokuserede og målrettede udfordringer fra de voksne. Barnet er så at sige henvist til selv at opfinde og genopfinde matematik gennem matematisering.

Barnets oplevelse af mening er også løftet frem som en central præmis for at læring kan finde sted. (...) Dette er også Freudenthal⁹ selv advokat for i sin ide om realistisk matematikundervisning, hvor man ser matematik som en menneskelig aktivitet, som må genopfindes (reinvention) af det enkelte barn. Lærerens opgave bliver da at guide barnet mod matematisk forståelse (guidet reinvention). Dette kræver at den voksne tager barneperspektivet i læreprocessen, bottom-up reasoning, i modsætning til læreplanens perspektiv som bliver

beskrevet som en top-down imposition, en pålagt opgave som kommer oppefra-og ned." (Rønning, 2015) (Egen oversættelse)

Eksempel 43 31 er rigtig mange!

I en aktivitet, hvor forskere undersøger børns viden om tal, gives børn nogle figurer af tallene fra 0 til 9. Børnene skal vælge et tal og tegne hvor mange tallet repræsenterer. Børnene vælger imidlertid to tal og får et sæt tal mere. Charlie (4,6 år) demonstrerer hans forståelse af "31". Han udvælger nøje 3 tallet og 1 tallet. Han tegner rundt om talfigurerne. Han slår tre streger ved 3 tallet og én streg ved 1 tallet for at repræsentere antallet.

F (Forsker): Hvordan kan du vide at det er 31?

C (Charlie): Fordi 3 kommer først og 1 bagefter.

F: Kan du tegne en tegning til mig som viser hvor mange 31 er?

C: Nej, det er bare sådan. (Han slår en streg på tegningen.)

F: Jeg vil gerne vide hvor mange 31 er, kan du vise mig det på en eller anden måde?

C: Det er rigtig mange, jeg vil ikke tegne det, det vil tage lang, lang, lang, lang tid.

F: Okay, ja. Nå, måske kan du tegne hvor mange 3 er, tror du det vil tage kortere tid?

C: Ja. (Han tegner 3 streger mere og tæller, mens han tegner 1,2,3.) Det er 3.

⁹ For forklaring af Freudenthals matematikdidaktik, se kapitel 8.

Når børn ordner og forklarer

F: *Så hvis det er 3, hvor mange flere grupper af tre skal jeg bruge for at få 30?*

C: *Mange flere.*

F: *Hvor mange er det mon?*

C: *Det vil jeg vise dig. (Charlie rejser sig op, ser sig omkring og går hen og henter legoklodser. Han begynder med at optælle 31 klodser og grupperer dem i grupper med 3. Han løber hen og henter flere klodser, efterhånden som han har brug for dem.) Se!*

F: *Du har ret. Enogtrediven er rigtig mange.*

C: *Skal vi lege en anden leg?*

F: *Okay, ja. Men kan du først fortælle mig hvor mange grupper med 3 der er i 31? Hvor mange mon det er, det ser ud som rigtig mange.*

C: *Okay, vent lidt, lad os finde ud af det ... (Charlie tæller 10 grupper op med tre i hver ved at flytte klodser til side, og han flytter så den overskydende klods til side.) Okay, der er 10 og så den ene her.*

F: *Wow, det er rigtig mange. Hvor mange er det mon til sammen?*

C: *Um. Okay, vent lidt ... (Charlie tæller klodserne højt i hver gruppe op til 30. Han kommer til den enlige klods og siger) Og en mere bliver 31, alle sammen er 31. (Pollitt, Cöhrssen, Church, & Wright, 2015)(Egen oversættelse)*

Under denne aktivitet stod Charlie op og arbejdede, han gik og løb frem og tilbage mellem legokassen og bordet, hentede og samlede klodser til at tælle med, tegnede streger til at repræsentere 3, berørte stregerne, da han talte, flyttede klodser, da han talte de 10 sæt op, og berørte alle klodserne, mens han talte de 31 sammen (Pollitt, Cöhrssen, Church, & Wright, 2015).

Forløbet viser at Charlie behersker tælleprincippet, og at han bruger kroppen, materialer (klodser), tegninger og symboler (repræsentationer) til at løse opgaven.

Forløbet er bragt i en artikel om vurdering/testning af børns kendskab til tal, om udvikling af en metode som kan teste børns viden i hverdagssituationer i modsætning til særlige testsituationer med rigtige og forkerte svar. Jeg vurderer at metoden også er anvendelig som pædagogisk metode, som kan tjene som model for guidet læring.

Læg mærke til hvordan forskeren spørger og styrer interaktionen med Charlie. Hun stiller åbne spørgsmål og tilrettelægger situationen sådan at han har gode muligheder for at vise sin kunnen på mange forskellige måder og i dialog med andre børn.

De åbne spørgsmål følger mønstret i modelspørgsmål:

- Er der noget du gerne vil vise/fortælle mig om det tal, du har valgt?
- Vil du tegne en tegning til mig af hvor mange tallet (5) er?
- Hvordan ved du at det er (5)?
- Vil du vise/fortælle mig om nummer (5)?
- Vil du fortælle mig om din tegning?
- Hvad tror du mon, der sker hvis...?

(Pollitt, Cöhrssen, Church, & Wright, 2015) (Egen oversættelse)

Forskeren holder fast i at få Charlie til at udtrykke og forklare hvor mange 31 er. Hun underviser ikke, men hun guider læringen ved at få Charlie til at udfolde sin viden og kunnen. Hun holder fast i sit spor, så længe Charlie er med på det. Charlie spørger: Skal vi lege en anden leg? Så overtaler hun ham til at vise hvor mange grupper af 3 der er i 31. Charlie går med til det. I stilladsering ville hun have fulgt Charlies intention og initiativ til at lege en anden leg. I guidet læring prioriterer hun uddybningen af hans viden højere. Ved at opmuntre børnene til at snakke om deres arbejde, mens de tegner, får de børnene til at udfolde og udvide deres forklaringer og tænkning, hvilket giver større indsigt i børnenes tænkning og muligheder for at udfordre deres tænkning.

Når børn ordner og forklarer

Formidling og øvelse

Pædagogen kan formidle sin viden til børn i mange situationer. Det behøver ikke blot at være i en voksenstyret aktivitet. Om formidlingen fremmer læring afhænger af situationen, om indholdet giver mening for børnene og kan udvide deres forståelse på en måde som er brugbar for dem.

Efter en voksenstyret aktivitet, som har haft til formål at børnene lærer et bestemt indhold, kan pædagogen iagttage om børnene anvender den nye viden. Det kan være at de leger noget fra en historie, efter at de har fået den læst højt.

I voksenstøttet læring kan formidling og øvelse indgå på mange måder.

I eksempel 36, hvor Anna spiller Ludo, fortæller Jon hende at to og to er fire. I den situation gav det god mening for Anna at han fortalte hende det. Jon kunne se, hun havde lært hvad ”fire” betyder, fordi hun brugte det i nye situationer.

Et andet eksempel. En pædagog hører to børn bruge engelske ord, mens de sidder i en sofa og snakker sammen. Hun spørger om de skal finde engelske ord sammen med hende. De ser på hende og siger ikke noget. Hun vurderede at det var de nok ikke motiverede for lige nu.

De to eksempler viser at pædagogen er henvist til at tolke situationen, tolke børnenes perspektiv og motiver, før hun kan vurdere, om det vil være hensigtsmæssigt at formidle viden til dem. Nogle gange tolker de rigtigt, andre gang forkert i forhold til børneperspektivet. Det kan ofte umiddelbart ses i børnenes reaktion, om det har været meningsfuldt og brugbart eller ikke. Det samme gælder træning. Børn er i visse situationer motiverede for at øve og træne noget, de gerne vil blive gode til, andre gange ikke.

Man kan iagttage at børn i perioder er optaget af at blive god til at mestre noget bestemt. De øver sig og øver sig på at kravle og kravle ned, på at klippe med en saks, på at skyde på mål, på at kunne tallene og meget andet. Øvelse og øvelse er meningsfuld læring for børn i disse situationer. Her er de også motiveret for at voksne øver med dem, viser dem hvordan, opmuntrer og indtager en trænerrolle.

I rollen som formidler og træner har den voksne en merviden, som på en eller anden måde overføres til barnet. Det didaktiske spørgsmål er, hvornår og under hvilke omstændigheder det vil være hensigtsmæssigt at pædagogen formidler og fortæller, og hvornår og under hvilke omstændigheder at hun iagttager, reflekterer og spørger. Når hun vurderer at børnenes perspektiv er på sagen og at hendes viden vil bringe deres læring videre i netop denne situation, vil hendes formidling og støtte til træning være hensigtsmæssig. I voksenstøttet læring afhænger udbyttet af formidling og øvelse af situationen, om det i situationen støtter op om børneperspektivet og børnenes sagsorientering.

Pædagogens valg af spor

I hver interaktionsform styrer den voksne sine didaktiske valg efter forskellige mål og logikker. Om det kommer til at fungere eller ej, det afhænger af hvordan pædagogen styrer efter børneperspektivet og sagsorienteringen gennem sine valg af spor.

Den didaktiske udfordring er: Hvordan gearer børnenes og den/de voksnes intentioner sammen? Skabes der noget fælles i samspillet, eller bryder kommunikationen og samspillet sammen?

Følgende eksempel viser hvordan en pædagog foretager didaktiske valg undervejs i et forløb. Eksemplet viser at pædagogen bruger et stort spillerum i sine valg af interaktionsformer. Rammen er en voksenstyret aktivitet, og pædagogen styrer forløbet, men hun vælger spor undervejs med den hensigt at gribe og støtte de læreprocesser, som børnene befinder sig i.

Eksempel 44 Pædagog og tre piger udforsker syltetøjsglas sammen

Pædagogen P har arrangeret denne udforskende aktivitet med nogle syltetøjsglas med tre piger: Marie, Mia og Lena. Formålet var egentlig at pigerne skulle putte farvet papir på glassene og lave dem til lyseholdere til fyrfadsllys. Pigerne er placeret på gulvet rundt om glassene, og pædagogen sidder lidt ved siden af gruppen i børnehøjde. Børnene rører hele tiden ved glassene, putter deres hænder og fødder ned i glassene og sender glassene rundt til hinanden.

Når børn ordner og forklarer

Det meste af tiden sidder P væk fra glassene, så det er børnene som har ”hænderne på” i udforskningen. Når P ønsker at stille specifikke spørgsmål eller gøre opmærksom på særlige aspekter ved glassene, rører hun ved dem eller peger på dem. Når P stiller spørgsmål, svarer hun ikke og presser ikke børnene til at svare på hendes spørgsmål, hvis de er tilbageholdende med at svare. Pædagogen begynder med at spørge børnene, om glassene er ens. Børnene forklarer hvordan de opfattede glassene som firkantede, tykke eller tynde. Pædagogen spørger Lena hvorfor hun synes at hendes glas var tyk.

P: Og dit er lidt tyk. Hvordan er den tyk?

Lena: Det er tyk på det her sted (Hun har et glas som er bredere i bunden og viser dette).

P fortsætter med at spørge pigerne om de har lagt mærke til andre former på glassene.

P: Har den en anden form et andet sted?

Pigerne ser på de forskellige glas' former, forskelle mellem glas og forskelle på de enkelte glas. Efter et stykke tid spørger P om de kan sætte glassene i en slags orden.

Lena placerer alle glassene undtagen ét (et firkantet) i en gruppe og forklarer at det firkantede glas ikke hører til gruppen af runde glas.

Kort efter prøver Mia at putte hendes fod ned i et af glassene, og Lena og Marie kopierer umiddelbart ved at gøre det samme med deres glas. Dette fortsætter indtil P igen spørger om børnene kan sætte glassene i orden, men denne gang efter størrelse. Børnene begyndte at arrangere glassene efter størrelse. P spørger undervejs.

P: Hvilken kan komme efter denne her, hvis den er højest, og så, hvilken kan komme efter denne her? (Marie flytter et højere glas ind i rækken) Tror du, du kan finde en som er lavere end det?

Marie: Større

P: Den er højere

Mia flytter rundt på glassene, så de går fra højere til lavere.

På Maries initiativ deler de glassene imellem sig. Marie siger at de får to hver. L spørger om de kan få tre hver.

P: Hvis vi stiller dem tilbage, kan vi se om vi alle kan få. Stil dem tilbage Marie alle sammen, om alle kan få tre hver?

Marie: En, to, tre (Marie tæller, mens hun tager sine glas. De andre tager bare deres).

P: Der kunne ikke blive tre til hver.

Så tæller de glassene. Marie tæller syv, mens Lena tæller til otte.

P: Otte. Hvordan fik du det til otte, kan du buske det? (Til Marie) da du talte alle sammen? (Marie ryster på hovedet)

Marie: Syv

P: Marie fik det til syv

Marie: Nej, jeg fik det til otte

P: Aba, du fik det til otte, så, mm. Der er otte til sammen, og vi har to hver nu. Hvis vi gør det sådan at vi forsøger at stille alle små glas i en bunke og alle store glas i en bunke.

Ved at modstille svarene gjorde pædagogen pigerne opmærksomme på at der var to svar. Marie ønsker ikke at svare

Når børn ordner og forklarer

på hvordan hun kommer frem til syv, og siger at hun også fik det til otte.

(Lange, Meaney, Riesbeck, & Wernberg, 2014) (Egen forkortede oversættelse)

Episoden begynder med at de taler om glassenes størrelse. Da Marie siger ”firkantet”, mens hun rører ved et glas som er kvadratisk i tværsnit, fokuserer pædagogen på dette, og de begynder at tale om forskellige former.

Pædagogen følger hele tiden pigerens interesse og initiativer. Men hun beder gentagende gange pigerne om at sortere glassene ud fra et kriterie. Dette viser at hun har en bestemt intention med aktiviteten. Ikke desto mindre følger hun børnenes interesser, og insisterer ikke på at de skal sortere glas. Ved at følge børnene i deres interesser både griber og afskærer hun nogle muligheder for at udfordre børnenes forståelse (Lange, Meaney, Riesbeck, & Wernberg, 2014). Forfatterne foretager en analyse ud fra et spændingsfelt mellem undervisning som instruktion og læring gennem deltagelse.¹⁰

Jeg vil foretage min egen analyse af eksemplet i forhold til denne bogs perspektiv. Den rummer mange interessante og væsentlige aspekter af læring og af pædagogens stilladsering af børnenes læring og kan danne model for didaktiske valg.

Pædagogen havde planlagt at de skulle dekorere glas til holdere til fyrfadslys. Maria er opmærksom på et af glassenes form, hun siger ”firkantet”. Pædagogen iagttag situationen og tolker den som en mulighed. Hun griber nuet og vælger at følge dette initiativ til at udforske glassenes form sammen med pigerne. Vi ved ikke om de senere laver lysholdere, men hun giver tid og dvæler lige nu ved at udforske glassenes form sammen med pigerne.

Se og lytte, analysere og vælge

Pædagogen spørger børnene om de kan sætte glassene i en slags orden. Det åbner for at de kan sortere glassene på forskellige måde, efter højde eller efter andre kendetegn. Hun følger op med åbne spørgsmål og opfølgende spørgsmål: ”Hvilken kan komme efter denne her?” Dette gør det muligt for hende at se hvilke kriterier børnene prøver at følge og følger op på disse. Hun er derved åben over for børnenes måder at matematisere på.

Hun vælger ikke at forfølge ordnings- og sorteringssporet, da hun ser at Maria begynder at dele glassene mellem pigerne. Hun vælger at følge dette nye spor med hvordan de kan dele glassene.

Undervejs sætter hun fokus på bestemte spørgsmål med matematisk indhold ved hjælp af sine spørgsmål. Børnene deler umiddelbart denne fælles opmærksomhed og følger pædagogens fokus. På den måde kommer flere matematiske spørgsmål frem til fælles undersøgelse: Kategorisere glassene i grupper efter forskellige kriterier, ordne dem efter kendetegn, dele glas, tælle, måle (højde og bredde).

Hun giver børnenes svar tilbage til dem til fælles undersøgelse (Er der syv eller otte glas?) i stedet for selv at komme med det rigtige svar.

Når hun følger børnenes initiativer og interesser, indlægger hun sine egne nye intentioner, som er tilpassede til det, hun tolker børnene er i færd med at matematisere sig frem til. Hun både følger og kvalificerer børnenes læring. Man kan se denne styring som en dans mellem børnene og pædagogen. De følger hinanden i dansen. Pædagogen styrer dansen, men børnenes initiativer følges, udfoldes og kvalificeres. Om det bliver en god dans, afhænger af pædagogens valg og tolkninger, om de støtter den læring, børnene er midt i, og om de giver meningsfuld udforskning og læring for børnene. At blive ført i dansen på en god måde afhænger af om man oplever at der bliver svaret på ens bevægelser og stemninger, at man skaber dansen sammen, for at blive i metaforens forklaringskraft.

¹⁰ Jeg vil ikke gå ind i denne analyse, da der anvendes et analyseapparat, som er for omfattende at inddrage i denne bogs sammenhæng. Nogle af pointerne i deres

analyse inddrager og reformulerer jeg ind i denne bogs begrebsbrug, rammeforståelse og formål.

Når børn ordner og forklarer

Det centrale didaktiske spørgsmål bliver i denne forbindelse: hvilke kriterier hun vælger at handle ud fra? Der gives ikke rigtige svar på sådanne spørgsmål. Der vil altid være mange veje at gå, hvoraf flere kan være gode. Hun kunne have valgt at fortsætte med at de skulle ordne glassene, da hun valgte at gå med på at Marias initiativ til at dele glassene mellem pigerne. Vælger hun det ene, så griber hun en læringsmulighed, og lukker en anden. Om det er et godt valg, blandt flere mulige, afhænger af pædagogens tolkning og vurdering i situationen. Hun er henvist til at foretage et valg ud fra et kvalificeret gæt og afprøve om hun har gættet rigtigt i forhold til, om det giver mening for børnene, dvs. om hun har tolket deres interesser og initiativer rigtigt. Hun bruger både sin erfaring og viden i situationen, men hun må også handle her og nu, da der ikke er tid til ret meget refleksion i situationen.

Sammenfattende i forhold til casen kan man sige at pædagogen griber nuet og situationen. Hun giver rum og tid til udforskning med en bred læringsforståelse. Hun styrer fokus og proces ved hjælp af flere pædagogiske strategier.

Her står hun i forløbet i nogle grundlæggende pædagogiske spørgsmål:

- Hvornår vælger hun hvad? Hvilke kriterier bruger hun?
- Hvordan støtter og udfordrer hun pigernes læreproces, den matematisering som de er i færd med og finder meningsfuld i situationen?
- Hvordan håndteres børns og voksnes forskellige intentioner undervejs? Hvordan forenes pædagogens læringsintention med børnenes udforskningsintention, uden at det bliver instrumentelt, og læringen bryder sammen?
- Hvordan skabes der balance mellem at følge børnenes initiativ og at udfordre deres forståelse?

Hun er her henvist til at iagttage og analysere og vurdere hvilken handling, som sandsynligvis bedst vil følge børnenes initiativer og interesser.

En bred læringsforståelse viser sig igennem forløbet på flere måder. Hun ser på både kropslige og kognitive og individuelle og sociale læreprocesser.

Som en smal læringsforståelse vil jeg betegne et individuelt og kognitivt syn på læring, hvor pædagogen i hendes handlinger fokuserer på individuelle og sprogligt formulerede svar.

Pædagogen er ikke blot fokuseret på hvad pigerne udtrykker sprogligt. Hvis hun kun var det, ville hun have presset mere på, for at pigerne skulle svare. Pigerne ”svarer” med handlinger på pædagogens spørgsmål, f.eks. hvor de undersøger glassenes form. Pædagogen iagttager og giver tid.

Placeringen af pigerne rundt om glassene, så pigerne har hænderne på og kan røre og agere, viser også pædagogens opmærksomhed på at dette er vigtigt. Pigerne har derfor også mulighed for at samarbejde og være i (kropslig) dialog med hinanden. F.eks. hvor Lena og Marie imiterer Mia, da hun putter foden ned i et af glassene. Interaktionen mellem pigerne bliver en del af læreprocessen. Pædagogen iagttager og giver tid og plads til denne interaktion. Derved tillægger hun dette betydning og viser en bredere læringsforståelse. Pigerne er alle deltagende i forløbet, og deres initiativer bliver set og inddraget.

Hun giver pigerne rum for kropslig erfaring undervejs, og hun udfordrer pigerne til at gøre mere systematiske og reflekterede erfaringer ved at sætte fokus på bestemte undersøgende spørgsmål. Både i form af åbne spørgsmål som: ”Hvilken kan komme efter denne her?” og i form af at hun fastsætter et fokus, hvor hun beder pigerne om at stille glassene op efter størrelse. Hun stiller også reflekterende spørgsmål som ”Hvordan er den tyk?” som udfordrer Lena til at tænke sig om og vise og forklare hvor glasset er tyk. På denne måde udfordrer hun pigerne til at udtrykke deres viden sprogligt. Når pigerne udfordres til dette, bliver deres kropslige viden omsat til mere bevidst erfaring i Dewey'sk forstand.

Pædagogens spørgsmål udfordrer pigerne til at udtrykke de forklaringer, de har, og til at producere nye forklaringer. De er ved at blive klar over hvad de ved og kan, samtidigt med at de lærer noget mere. Når hun finder det formålstjenligt retter hun eller formidler viden, hvor hun retter Marie, når hun siger ”større”, ved at sige: ”Den er højere”. De var ved at ordne glas efter størrelse, og størrelse kan her både referere til volumen og højde. Dette var åbent i begyndelsen af ordningen; men pædagogen har lige sat fokus på

Når børn ordner og forklarer

højde og spurgt: ”Tror du, du kan finde en som er lavere end det?”. Og her handler det nu om aspektet højde og begreberne ”højere” og ”lavere” modsvarer hinanden. Dette viser at pædagogen også formidler begrebernes præcise betydning: når det handler om højde, så bruges ordene højere og lavere.

Fra kropslig erfaring til erfaring

Refleksion med sproget som erkendelsesredskab

Fra erfaring til forklaring

Eksemplet er hentet fra en voksenstyret aktivitet. Her viser det sig at pædagogen har et ret stort spillerum for at vælge spor. Hun kan vælge mange spor undervejs i den voksenstyrede aktivitet. Under andre former for rammesætninger, som leg og hverdagsaktiviteter, har pædagogen mindst lige så stort et spillerum for valg af spor.

Pointen er at en rammesætning ikke blot tilsiger én pædagogrolle og én interaktionsform, men at der er et ret stort spillerum for pædagogens valg af spor. Det er i dette spillerum at pædagogen har mulighed for at styre efter både barneperspektivet og sagsorienteringen.

At følge børnenes initiativer og interesser indebærer at:

- Iagttage og lytte
- Gribbe nuet
- Ændre intention og fokus undervejs
- Være åben for børnenes svar og kriterier for sortering
- Dvæle og give tid
- Vælge spor – følge eller ikke følge egne eller børnenes intentioner
- Være åben for børnenes matematisering
- Lede den fælles opmærksomhed

En bred læringsforståelse indebærer følgende aspekter:

- Kropslig
- Social
- Reflekterende spørgsmål – sætter fokus på noget

109

- Udforske sammen
- Sprogliggøre og systematisere viden – fra kropslig erfaring til erfaring
- Flere pædagogiske strategier i samspil: erfaring, reflekterende spørgsmål, social og kropslig undersøgelse og formidling m.fl.

Dialog og læringsamtaler

Dialogen med barnet er mere grundlæggende end samtalen. Samtalen er en sproglig dialog, men læring begynder i den kropslige dialog, i triaden, som beskrevet i kapitel 3. Her er fælles opmærksomhed, deltagelse og kropslig dialog omdrejningspunkt for læring.

Dialogkompetencer vil her bestå af kompetencer til:

- Handlings-og-blik-dialog med fælles opmærksomhed i en fælles aktivitet, som illustreret i eksemplet med puttekassen
- Støtte med ord, som illustreret i eksemplet med sprællemændene

Samtalen, som sproglig dialog, skal ses på baggrund af dette. I dette afsnit sættes fokus på træk ved samtalen som kan fremme matematisering og tilegnelse af matematik. Når samtalen her behandles, skal den ses som en del af den totale kommunikation og samhandling i læringsituationer. Det sprogliggjorte er væsentlig i læring, som beskrevet i kapitel 5 og 6, men det udtrykker ikke hele læringen.

Læringsamtaler er samtaler som har fokus på det sagsorienterede indhold i kommunikation i og om matematiske aktiviteter. Samtalen er en del af deltagelsen i disse aktiviteter i børnematematik (læring gennem sprog og udtryk) og i faglig matematik (faglig læring), hvor det verbale sprog indtager en central rolle. Men en læringsamtale er ikke enten ”matematisk” eller noget andet. Det matematiske er et aspekt ved en læringsamtale, når det indeholder elementer af matematisering og/eller matematisk indhold.

Spørgsmål og dialog

Vil man have viden om hvordan børn tænker og forstår, så er det jo oplagt at stille barnet spørgsmål.

Når børn ordner og forklarer

Den intention, der kan ligge i at prøve at se med barnets perspektiv ved hjælp af spørgsmål, er selvfølgelig væsentlig i bogens læringsforståelse. Men den måde, man spørger på, afspejler den voksnes forståelse af læring. Der ligger en forskel i, om man tænker at barnets viden ligger fiks og færdig ”på en hylde i hjernen” klar til at blive taget ud ved hjælp af et spørgsmål, eller om man stiller spørgsmål ud fra en forståelse af at viden er noget som vi producerer sammen gennem deltagelse og udforskning af den sag, vi lige nu er fælles om. Forskellen på de to måder at stille spørgsmål på svarer til forskellen på dialogisk og monologisk kommunikation (Per Lorentzen), som beskrives i kapitel 9.

At stille spørgsmål er ikke det samme som at være spørgende og undersøgende. Forskellen ligger i, om der er dialog mellem parterne eller ikke. Mange spørgsmål handler ikke om dialog men om monolog.

Hvis den voksne spørger barnet: ”Hvad er to plus to?”, så er det som regel ikke fordi den voksne ikke ved det. Dette er ikke udtryk for dialog. Sådanne spørgsmål kan teste om barnet ved det eller ikke ved det, om denne viden ”ligger på hylden”. Hvis barnet svarer: ”Ved du ikke det?”, så har barnet ikke forstået at det ikke handler om dialog her.

Bestemte typer af spørgsmål socialiserer til bestemte måder at tænke på. De retter opmærksomheden på noget bestemt på nogle bestemte måder. De voksnes spørgsmål til barnet er ikke blot nysgerrige og åbne over for barnets perspektiv, men socialiserende, fokuserende, styrende og dirigerende.

At stille reflekterende spørgsmål opfattes som en åben og anerkendende måde at skabe læreprocesser på. De anses ofte for at være ikke styrende; men det er langt fra tilfældet.

”Tænk dig om”-spørgsmål handler ikke om dialog, men om monolog.

At stille reflekterende spørgsmål er en gammel og nærmest automatisk pædagogisk metode. Den går tilbage til Platon, og spørgeteknikken kendes som Den sokratiske Samtale. I pædagogisk praksis og opdragelse i familien spørger voksne meget på denne måde. Spørgsmålene kaldes også

”jordemoderspørgsmål”, hvor spørgsmålene skal få viden og erkendelse frem hos den lærende.

Denne spørgeteknik er ikke udtryk for egentlig dialog. Den voksne går ikke i dialog med barnet ved at dele noget med barnet. Det er ikke en ”sam-tale”, fordi de ikke deler noget sammen. Den voksne får barnet til at gå i dialog med sig selv ved hjælp af de stillede spørgsmål. Barnet skal tænke sig om og forholde sig til om svarene hænger logisk sammen. Når det så hænger sammen, så holder de voksnes spørgsmål op. Så er ”det sokratiske forhør” slut. Barnet får den medlæring at svaret er forkert, så længe den voksne bliver ved med at spørge. Og fokus flyttes mod at gætte, hvilket svar den voksne vil have, i stedet for at barnet udtrykker sin forståelse. ”Hvis de leder efter et bestemt svar, så kunne de da lige så godt fortælle mig det!”

En anden medlæring af spørgeteknikken, som kan være nyttig og væsentlig, er at barnet lærer de matematiske spørgsmål at kende og på den måde den faglige matematiske måde at erkende og skabe viden på. Eksempel 39 med ”Hvad er det største tal?” er et eksempel på en sokratiske samtale.

Sokratiske samtale består af spørgsmål, hvor den lærende, ved at svare på dem, skal resonere sig frem til svaret. Den sokratiske samtale kan anvendes på flere måder. Den kan anvendes til at få børnenes matematisering frem, deres forståelse og tænkning, som beskrevet i afsnittet om guidet læring ovenfor. Den kan også anvendes til at få børnene til at tænke, udvikle og svare med faglig matematik, som i eksemplet med ”Hvad er det største tal?” i kapitel 5. Det er vigtigt at adskille om spørgsmålenes intention er at få børnenes matematik frem, eller om det er at få dem til at tilegne sig faglig matematik, fordi den sokratiske samtale både kan anvendes til at få børneperspektivet frem og til at få den voksnes svar frem.

Børneperspektivet kommer ikke frem ved at den voksne stiller reflekterende spørgsmål. Den voksne må i stedet stille undersøgende spørgsmål til hvordan barnet tænker. I eksempel 31 bliver børn spurgt: Hvad ved du om ”syv”? Her viser svarene hvad børnene ved og tænker, hver viser de deres viden og kunnen. Her var den voksne også ude på at få viden om dette. Den voksne ville vide noget, som børnene kunne fortælle. Her var der tale om ægte spørgsmål.

Når børn ordner og forklarer

Som beskrevet tidligere i kapitlet ligger den pædagogiske udfordring i at få både sagsorienteringen og barneperspektivet frem. Dette gælder også som kriterie for læringssamtalen.

Endvidere skal læring gennem samtale ikke forstås som en udveksling af ord med abstrakt betydning, som er løsrevet fra den konkrete fysiske virkelighed.

I matematiske aktiviteter foregår samtalen:

- om en aktivitet
- i aktiviteten
- som redskab for aktiviteten

Her har vi forankringen i det sagsorienterede og den sproglige udvekslingsfunktion og kontekst. Den sproglige udveksling er ikke en selvstændig aktivitet, men er indlejret i en handlingsdialog i en aktivitet med den mening og nødvendighed, der ligger i den konkrete situation. Aktiviteten kan også ses som en fælles erfaringsverden at udtrykke sig om i en egentlig dialogisk kommunikation.

I børnematematik ligger udfordringen i at børnene får udtrykt sig og tilegner sig et hverdagsprog som fungerer i kommunikationen, et sprog af 1. orden, som udtrykker barnets viden og kunnen.

I faglig matematik ligger udfordringen i at børnene tilegner sig fagsprog, som udtrykker og udvider deres børnematematik på faglige måder. Dialogen handler her om en oversættelse til, tilegnelse af og indvielse i matematikfaglig viden og kunnen.

At stille spørgsmål er en grundfæstet del af undervisning og af støtte til læreprocesser; men spørgsmål dukker op med forskellig spørgeteknik, hensigt og funktion. Derfor skal vi nu se nærmere på dette.

Traditionel matematikundervisning er og har i høj grad været domineret af en bestemt spørgeteknik og af ”opgaveparadigmet”. I opgaveparadigmet gennemgår læreren stoffet og nogle opgaver, hvorefter han stiller eleverne nogle opgaver, som de på forhånd har fået redskaber til at løse (Alrø &

Skovmose, 1999). I spørgeteknikken behandles matematiske spørgsmål, som om de kun har ét rigtigt svar. Læreren stiller monologisk spørgsmål til stoffet. Svarene er enten korrekte eller forkerte, alt efter om de gengiver stoffet efter bogen, regnemethoden og facit på opgaven. Spørgesekvenserne er korte og følger mønsteret: læreren stiller et spørgsmål, eleven/eleverne svarer, og læreren evaluerer og retter. Mønsteret beskrives på engelsk som *Initiativ-Respons-Feedback*, forkortet som IRF (Johnsen-Høines & Alrø, 2016). Samtalen kommer til at handle om fejl og om at rette fejl. Og fejl kan viskes ud, dem kan man ikke lære noget af. Samtalen bliver præget af fænomenet *Gæt-Hvad-Læreren-Tænker* (Alrø & Skovmose, 1999).

Denne spørgeform er for de fleste forbundet med hvad matematikundervisning ”er”, gennem deres skolesocialisering. Men denne spørgeform har sine begrænsninger. Den kritiseres for at være disciplinerende og autoritær, men kan også virke tryk, fordi den er genkendelig (Johnsen-Høines & Alrø, 2016). Den er heller ikke særligt krævende, da den udsurgte ikke behøver at tænke selv, men blot kan nøjes med at reproducere det rigtige svar.

Hovedproblemet ligger i at det egentlig ikke ligger noget spørgende i at stille denne type spørgsmål, da der ikke spørges til hvordan barnet forstår og tænker om den sag, der spørges til. Der ligger ikke en nysgerrighed og en hensigt om at den voksne lærer noget. Spørgsmålene er skinspørgsmål (Johnsen-Høines & Alrø, 2016). Gættelegen virker ikke som et støttende stillads i læreprocessen og er heller ikke stimulerende for elevernes lyst til at reflektere højt (Alrø & Skovmose, 1999). Derfor er denne spørgeform ikke egnet til at få børnematematik frem. Her er der brug for at være ægte spørgende. Læg også mærke til at der i det ene tales abstrakt om noget abstrakt, og i det andet tales abstrakt om noget konkret.

I matematikdidaktik har der været arbejdet med at ændre dette, bl.a. ved at fremme undersøgende matematik, praktisk matematik og ved at udvikle andre spørgeteknikker, som fremmer at børnene selv matematiserer og lærer at tænke selv.

Pædagogens rolle i børnematematik er at finde ud af hvordan børnene matematiserer (forstår og tænker om og bruger symboler i matematiske

Når børn ordner og forklarer

aktiviteter). Dette kan pædagogen ikke vide på forhånd. Der er således brug for at spørgsmålene stilles med den hensigt at pædagogen bliver klogere. Dette afhænger ikke blot af at anvende en bestemt spørgeteknik, men om at indtage en spørgende indstilling (Johnsen-Høines & Alrø, 2016).

En vurdering af hvilken rolle pædagogens spørgsmål spiller i forhold til børnenes læring, må bero på en kombination af disse fire aspekter:

- **Spørgeteknik og spørgsmålstyper** F.eks. om det er åbne eller lukkede, reflekterende eller undersøgende spørgsmål.
- **Hensigt** Om pædagogens hensigt med spørgsmålene er at blive klogere på hvordan børnene tænker og forstå noget. Om det er ægte spørgsmål eller skinspørgsmål.
- **Funktion** Om hvordan spørgsmålene fungerer i samtalen, om de fremmer læring, og hvilken læring de fremmer. Om det følger barnets perspektiv eller sætter et andet fokus.
- **Kontekst.** I hvilken sammenhæng stilles spørgsmålet? Hvor og sammen med hvem? Hvordan er situationen rammesat? Hvad er gået forud for spørgsmålet? Hvordan ”svare” spørgsmålet ind i børneperspektivet på dét, som børnene og de voksne er i færd med? Bruges de *som* redskab for aktiviteten?

En undersøgende tilgang er præget af uforudsigelighed, forudsætter risikovillighed og er baseret på ligeværd (Johnsen-Høines & Alrø, 2016). Alrø og Skovmose har udviklet en model, IC-modellen (Inquiry Co-operation model), hvor læreren ikke styrer, men støtter elevernes faglige refleksioner gennem samtale (Alrø & Skovmose, 1999). Den kan ses som en version af Dialogisk Lytning¹¹ (Johnsen-Høines & Alrø, 2016). Modellen indeholder nogle talehandlinger, som kendetegner en spørgende tilgang: kontakte, opdage, identificere, advokere, tænke højt, reformulere, udfordre, forhandle og evaluere (Alrø & Skovmose, 1999). Kendetegnene varierer lidt

i de forskellige kilder, og de skal ikke nødvendigvis følges i en bestemt rækkefølge, da der ikke er tale om en lineær model.

IC-modellens talehandlinger (Alrø & Skovmose, 1999):

- **Kontakte.** Det vil sige etablere en kontakt mellem pædagog og barn/børn om en fælles sag, problem eller opgave, og at etablere en forståelse af at man tænker med på hinandens idéer. Man kan sige at der ligger en underforstået forhandling og aftale i denne kontakt.
- **Opdage** børnenes forståelse ved at spørge ind til hvordan de tænker om sagen eller problemet. Her kan pædagogen fungere som katalysator for at børnene får sat ord på deres perspektiv, ved at spørge undersøgende og medreflekterende i forhold til børneperspektivet. Børnene kan også spørge pædagogen om dennes perspektiv. Det væsentlige er at afklare perspektiver med det udgangspunkt at de er forskellige og at de (begge) er værd at undersøge.
- Dette fører til at pædagogen **identificerer** børnenes perspektiv. Det vil sige at få en klar forståelse af det.
- Dette kan gøres ved at **tænke højt**. Det vil sige at sætte ord på refleksioner og handlinger, mens de foregår.
- Pædagogen kan hjælpe med afklaringen af børneperspektivet ved at **reformulere** barnets udsagn. På den måde kan perspektivet tydeliggøres for begge parter, hvilket er afgørende for at opnå en fælles forståelse og for at kunne imødegå eventuelle misforståelser.
- Afklaringen er en forudsætning for at pædagogen kan **udfordre** børnenes perspektiv, hvor pædagogen giver medspil og modspil på en måde, der stimulerer at børnene reflekterer.
- Den gensidige udforskning af perspektiver kan munde ud i **forhandling af mening**. Her kan deltagerne diskutere sig frem mod en ny fælles forståelse. Og brugbarheden af de forskellige perspektiver kan vurderes i forhold til, om det giver en god løsning på problemet.

¹¹ Dialogisk lytning er et begreb som anvendes af flere teoretikere og har givet anledning til flere modeller. Dialogisk lytning ses som et alternativ til aktiv lytning, men retter opmærksomheden på både den enes og den andens forståelse.

Når børn ordner og forklarer

- **Evaluering** af hvad de hver især har lært gennem processen. Her kan både børnene og den voksne have lært noget.

Afklaringen af perspektiver indebærer, at de bliver gjort synlige. Dette kan give anledning til refleksion, fordi det at sætte ord på et problem ofte kan være en måde at få kontakt med egne idéer og forslag til løsning. Tavse og kropslige erfaringer kan ved at blive sprogliggjort blive genstand for både en indre og en ydre dialog og refleksion. Børn og voksne lærer, mens de taler: "learning by talking". Kropslig erfaring kan derved blive omdannet til sprogliggjort erfaring ved hjælp af spørgsmål og talehandlinger.

ICM fokuserer på at fremme og synliggøre børnenes matematisering, processen og de refleksioner, børnene gør sig undervejs med sparring fra pædagogen. Der er fokus på hvad børnene lærer ved at tænke, arbejde og begrunde matematisk, frem for om resultatet er rigtigt eller forkert.

"ICM udtrykker således et forsøg på at beskrive elementer af en matematisk erkendelsesproces på en sådan måde, at denne proces både kan ses i et generelt kommunikationsperspektiv og i et generelt erkendelsesperspektiv." (Alrø & Skovmose, 1999, s. 194)

Modellen er en idealmode for den gode fælles erkendelsesproces, som kan være krævende, selv for voksne. Kan ICM med rimelighed anvendes til førskolebørn? Måske ikke helt; men ICM illustrerer noget væsentligt: at erkendelse handler om dialog og om at være spørgende sammen, uanset alder og intellektuelt niveau. I forhold til børn i førskolealderen er det nok for meget for langt at de skal sætte sig ind i pædagogens perspektiv. Pædagogen kan støtte barnet i at få sit perspektiv frem og udfordre dette perspektiv ved at præsentere det for et andet perspektiv, som hun vurderer, barnet næsten kan forstå.

I stilladsering er pædagogrollen at indtage samme nysgerrige og spørgende tilgang for at kunne styre efter børnenes virksomhed. Derfor må pædagogen være mere iagttagende end deltagende i virksomheden. Hun må rette sin nysgerrighed mod barnets perspektiv på sagen, men også udfordre deres perspektiv. Marit Johansen-Høines udtrykker det sådan: "Børn har ret til at

strække sig". Hermed mener hun at de har ret til at blive udfordret. Det er ikke nok at sætte sig ind i barnets perspektiv og få den formuleret.

Det kan være vanskeligt at adskille hvornår spørgsmål får børn til at formulere, hvad de allerede ved, og hvornår spørgsmål bevirker at de lærer noget nyt i samtalsituationen. Ofte er der tale om begge dele- "learning by talking" (Lære ved at tale). Det væsentlige her er, om spørgsmålene tager udgangspunkt i barnets virksomhed og viden og kunnen og udvikler barnets forståelse i en takt, hvor barnet oplever at det udvider sin forståelse på en meningsfuld måde.

I undersøgende samhandling kender ingen svaret eller løsningen på forhånd. De forholder sig undersøgende til sagen sammen gennem samtale. I oversigten over Alan Bishops matematiske aktiviteter i kapitel 2 er aktiviteterne karakteriseret ved forskellige grundlæggende spørgsmål: hvor, hvor mange, hvor meget, hvordan, hvorfor og hvad. Læring handler ikke om at pædagogen blot stiller disse spørgsmål til børnene, men om at hun er opmærksom på hvornår børnene beskæftiger sig med disse spørgsmål i deres aktiviteter, og indtager en undersøgende rolle sammen med børnene.

Det er vigtigt at den voksne først er opmærksom på barneperspektivet, før den voksne stiller spørgsmål, som sætter et bestemt fokus. Følgende eksempel viser problematikken.

Eksempel 45 Tegner Guri søn eller tegner hun en mark?

Tegneaktivitet i en 3-6 års gruppe i en børnehave.

Guri, Geir og en voksen sidder ved et bord og tegner.

Den voksne: Vil du tegne blomster på marken Guri?

Guri: Jeg har ikke tegnet en mark.

Guri tegner videre med en grøn farve.

Guri holder op med at tegne. Hun tænker sig om og siger så: Jeg havde tegnet søn, sådan som den så ud på landet i sommer. Men

Når børn ordner og forklarer

nu er det en mark, sådan som du sagde. (Lindén, Stilladser om børns læring, 1997, s. 28)

Nora Lindén skriver videre: ”I dette eksempel går pædagogen glip af den mulighed, der ligger i Guris tegneprojekt. Pædagogen får aldrig at vide, hvad Guri ville fortælle fra sommerferien ved søen. Hun fik ikke at vide, hvad Guris projekt gik ud på, hvad der var hendes mål, eller hvad hendes virksomhed gik ud på. Pædagogen observerede kun, at Guri ”tegnede”. Guri har måske lært, at hun næste gang skal undersøge, hvad de voksne mener om det, hun gør, før hun selv sætter ord på det, hun laver.” (Lindén, Stilladser om børns læring, 1997)

Børn er meget opmærksomme på voksnes intentioner og er ofte meget samarbejdsvillige ved hurtigt at antage den voksnes perspektiv. Den voksne kan let vise sin hensigt, sin opfattelse og sit perspektiv gennem de spørgsmål, der stilles. Nora Lindén beskriver stilladsering som en proces med to trin: Første trin består i at observere at der eksisterer et behov for støtte. Det næste trin består i at forstå, hvad virksomheden retter sig imod, så støtten ikke bygges op omkring et andet projekt end det, barnet er i færd med (Lindén, Stilladser om børns læring, 1997, s. 68).

Pædagogen kunne først have spurgt Guri: ”Hvad tegner du?” Dette ville være afgørende for om pædagogen støtter op om barnets virksomhed, eller om hun gør noget andet. Pædagogen kunne så fortsætte med spørgsmål som: ”Hvad lavede I ved søen?” og ”Hvad var der ved søen?” og ”Vil du tegne det?” På denne måde kunne hun gå over i at støtte og uddybe læring i forhold til barnets projekt.

Det er derfor hensigtsmæssigt først at iagttage og prøve at forstå barnets virksomhed, før pædagogen sætter støtten ind, hvis stilladset skal sættes om barnet læring. Spørgsmål fra pædagogen får dermed to funktioner:

- ”Forstå-spørgsmål”: spørgsmål som retter sig mod at forstå barnets virksomhed og perspektiv – ”Hvad tegner du Guri?”
- ”Støttespørgsmål”: spørgsmål som retter sig mod barnets læring af indhold, som bygger videre på barnets projekt.

Forstå-spørgsmål springes ofte over i litteratur om læring, fordi de ikke direkte handler om læring af et ”fagligt” indhold. Men de sikrer at læringen bliver relevant, set fra barnets perspektiv, ved at støtte op om barnets virksomhed.

Frederik Zeuten (Zeuten, 2015) beskriver hvordan produktive spørgsmål kan stimulere børns læring i forbindelse med leg. Eksempler på produktive spørgsmål:

- Opmærksomhedsfokuserende spørgsmål: ”Kan du se?” eller ”Har du lagt mærke til?”
- Sammenlignings spørgsmål: ”Hvordan er de her biler ens/forskellige?”
- Handlings spørgsmål: ”Hvad sker der, hvis vi lægger regnormen på et stykke papir?”
- Problemfremstillende spørgsmål: ”Kan I få jeres planter til at gro sidelæns?”

(Zeuten, 2015, s. 8)

Han skriver videre: ”Som man kan se, er det spørgsmål, der tvinger børnene til at reflektere over svaret. Man kan ikke lære svarene udenad, og der vil tit være mange lige gode bud på svar. Det vigtige er ikke svaret, men arbejdet med spørgsmålet.” (Zeuten, 2015)

Frederik Zeuten har ret i at spørgsmålene ikke retter sig mod at gengive rigtige svar, som f.eks. i opgaveparadigmet og i IRF-mønsteret; men mod at børnene skal reflektere. Men spørgsmålene, som de står her, beder barnet om at have fokus på noget som den voksne har valgt som væsentligt. De vil afkræve barnet et svar på den voksnes fokus. De vil ikke i sig selv være velegnede til at få barnets perspektiv frem. Her må iagttagelse og ”forstå-spørgsmål” gå forud for refleksionsspørgsmål. Om de tager udgangspunkt i et barneperspektiv, vil afhænge af sammenhængen og af hvad, der er gået forud for spørgsmålet. Hvis et barn har delt biler op i to bunker, så vil spørgsmålet: ”Hvordan er bilerne i den ene gruppe og i den anden gruppe?” og ”Hvordan er de forskellige?” være spørgsmål som tager udgangspunkt i barnets perspektiv.

Når børn ordner og forklarer

Pædagogen må først give sig tid til at lytte spørgende til barnet gennem iagttagelse og ved at stille åbne spørgsmål, som f.eks.: ”Vil du fortælle mig om din tegning?” Så kan hun senere sætte sit eget fokus ved hjælp af spørgsmål som ”afkræver” barnet svar på den voksnes fokus, når hun har vurderet om det er meningsfuldt for barnet og en relevant udvidelse af barnets forståelse. Pædagogen kan f.eks. i spørgsmålet tage afsæt i, hvad hun iagttager og gerne vil i dialog med barnet om, f.eks. ”Jeg kan se du har lavet to bunker, hvordan er de forskellige?”

Den spørgende tilgang afhænger ikke blot af spørgsmålet, men af spørgsmålets hensigt, funktion og kontekst.

Afsnittet kan opsummeres ved at opstille et tretrins proces:

1. **Iagttagelse.** Hvad er børnene i færd med?
2. **Forstå.** Forstå-spørgsmål: Hvad retter børnenes virksomhed sig mod?
3. **Voksenstøttet læring.** Støttespørgsmål: Hvordan støtter jeg bedst op om børnenes virksomhed i form af spørgsmål og dialog?

Pointen er at pædagogen må se og spørge undersøgende, før hun spørger reflekterende og har fokus på læring, hvis læringen skal støtte op om læring i barnets projekter.

Hverdagssprog eller fagsprog?

I litteraturen diskuteres det om og hvornår, pædagoger bør bruge matematiske begreber i dagtilbuddet, med det formål at de skal lære matematik. Svaret på spørgsmålet afhænger af hvilket syn man har på matematik og matematikundervisning, som beskrives i kapitel 8. Hvis man ser matematik som formel matematik, argumenteres der for at anvende matematiske begreber, også i tidlig matematik.

Hvilket sprog, som er mest hensigtsmæssigt, afhænger i denne bogs forståelse af i hvilket lag i matematikpyramiden barnets læring udspiller sig i. I kropslig læring er det handling og kropssprog, i børnematematik er det hverdagssprog, og i faglig matematik er det fagsprog.

I kropslig matematisering har det verbale sprog ikke en central rolle, men den kan have en understøttende rolle ved at den voksne bruge relevante ord i samspilssituationer. Det bærende i læringen er her kropslig kommunikation, handlinger og kropssprog. Pædagogens opgave bliver at få øje på børns matematisering, og det kan være en stor udfordring.

Det er måske ikke ønskeligt at beskrive matematiske størrelses egenskaber eller give de yngste børn i dagtilbuddet definitioner på begreber, men det betydningsfulde er derimod at pædagoger og andre voksne ser at matematikken er nærværende, i børns handlinger, så den på et senere tidspunkt kan defineres og beskrives med en matematisk terminologi. (Reis, 2011, s. 181)(Egen oversættelse)

Pædagogens opgave er også gennem samspil i triaden at gå ind i læreprocesser med barnet. Det er altså ikke blot en iagttagende rolle, men en kommunikerende og samhandlende rolle, som i eksempel 24 med Esben og Sofie, der putter figurer i en putteklasse.

Det verbalt sproglige, begreber og tilegnelse af begreber får først en central rolle på de næste trin.

I børnematematik vil et præcist hverdagssprog være det mest hensigtsmæssige. Det vil f.eks. sige at bruge større og mindre, ældre og yngre, højere og lavere i deres præcise betydning. Begreber som fungerer som sprog af 1. orden er nødvendige at lære, som afsæt for læring af fagsproget, som i starten fungerer som sprog af 2. orden. Tallene er også en del af hverdagssproget, da der her er et sammenfald mellem hverdagsbegreber og faglige begreber.

I faglig matematik skal der anvendes fagbegreber. De kan anvendes, når det giver mening for børnene. Det begynder ikke på den dag, de begynder i skolen. ”Lægge sammen” og ”At plusse” er udtryk som sandsynligvis fungerer som sprog af 1. orden. ”Addere” er nok ikke meningsfuldt eller nødvendigt at bruge til førskolebørn. Det vil være et fremmedord og fungere som sprog af 2. orden. Begreber som cirkel, trekant og firkant, vil

Når børn ordner og forklarer

give god mening, når der er tale om disse geometriske figurer. Måske også kvadrat og rektangel?

Kapitel 7 Læring til udsatte børn

I dette kapitel rettes opmærksomheden på udsatte børns læring. Kapitlet giver hverken et fyldestgørende overblik over denne omfattende problemstillinger eller en introduktion til, hvordan der kan arbejdes med matematikvanskeligheder. Der sættes fokus på nogle særlige muligheder for en tidlig indsats over for udsatte børn, som ligger i bogens tilgang til læring.

Det kapitlet argumenterer for er:

- et øget fokus på læring i indsatsen til udsatte børn, som integreres med omsorg og personlig og social udvikling.
- At der ikke skal arbejdes på særlige måder med læring, men mere intensivt med læring til udsatte børn.

Der er efterhånden produceret en omfattende forskning om socialt udsatte børn, social ulighed og tidlig indsats. Jeg vil her blot introducere nogle hovedpunkter ud fra et par forfattere, som har et godt overblik over området: Agi Csonka (Csonka, 2017) Kirsten Elisa Petersen (Petersen, Pædagogisk arbejde med udsatte børn i børnehaven, 2011) (Petersen, Udsatte børn i vuggestue og børnehave, 2015) og Bente Jensen (Jensen B. , Social arv, pædagogik og læring, 2007).

En af intentionerne med de pædagogiske læreplaner har fra begyndelsen været særligt at støtte udsatte børns læring og på den måde arbejde hen mod at reducere social ulighed og ulighed i uddannelse.

Dagtilbudsloven § 8, stk. 5: Det skal fremgå af den pædagogiske læreplan, hvordan det pædagogiske læringsmiljø tager højde for børn i udsatte positioner, så børnenes trivsel, læring, udvikling og dannelse fremmes. (Børne- og Socialministeriet, 2019)

Børn i udsatte positioner defineres både som børn i sociale problemer og børn i læringsmæssige problemer:

Med børn i udsatte positioner forstås en sammensat gruppe af børn, der fx kan være børn med en svag socioøkonomisk baggrund, børn med en fysisk eller psykisk funktionsnedsættelse, børn i risiko for at stå uden for fællesskabet mv. I lighed med andre børn lærer og udvikler børn i udsatte positioner sig i et fagligt kompetent pædagogisk læringsmiljø og i mødet med en velfunderet pædagogisk faglighed. (Børne- og Socialministeriet, 2018, s. 26)

Spørgsmålet, om et barn evt. er i en udsat position, dukker op i dagtilbud, når der er tegn som vækker bekymring, tegn på at et barn ikke trives, ikke deltager og leger med andre børn og på samme måde som andre børn. Dette er ofte forbundet med at barnet ikke har samme sproglige udvikling, viden og kunnen, som andre børn. Hvis et barn ikke leger som andre og ikke deltager i fælles aktiviteter, vil det få læringsmæssige konsekvenser. Det kan skyldes mistrivsel og være tegn på social udsathed, og det kan skyldes læringsmæssige problemer, som har en biologisk årsag. mistrivsel giver sig ofte udslag i relationelle og følelsesmæssige problemer.

Dagtilbuddets indsats kan ikke ses isoleret, men skal ses på baggrund af et tværprofessionelt samarbejde mellem socialforvaltning, pædagogisk psykologisk rådgivning, vejledere, sundhedsplejersker, sundhedsprofessioner m.fl. og ikke mindst på baggrund af samarbejdet med forældrene. Resultatet er afhængig af hvordan samarbejdet mellem professionelle og forældrene fungerer: om der bliver etableret en støttende og tillidsfuld alliance om at samarbejde til barnets bedste.

Der er stadig mangel på forskning om hvilken indsats som virker bedst i forhold til at hindre problemer senere i barndoms- og ungdomslivet (Petersen, Pædagogisk arbejde med udsatte børn i børnehaven, 2011). Men der findes en del forskning som peger på at noget er bedre end andet med hensyn til problemer og muligheder.

Jeg vil i det følgende argumentere for at læring og omsorg hænger sammen. Der er en problematisk tendens til at børn praksis enten får omsorg eller

Når børn ordner og forklarer

også får de læring. Der fokuseres på omsorg, når der er tale om børn i udsatte positioner. Der fokuseres på læring, når der er tale om børn i ikke udsatte positioner. Konsekvenserne bliver at børn i udsatte positioner ikke hjælpes i så høj grad som der er politisk intention om, og som det vil være praktisk muligt.

Dette kan have flere årsager:

- Hjælpesystemets måde at fungere på.
- Dagtilbuddets måde at fungere på.
-
- Set på en anden måde handler det om et skisma mellem hvad barnet har brug for på kort og på lang sigt:
- Barnet på lang sigt har mest gavn af at få så god en uddannelse, som muligt. Det vil sige fokus på og støtte til læring.
- Barnet har på kort sigt brug for at få støtte til relationer, til at håndtere følelsesmæssige problemer og til at få en tryk base. Det vil sige fokus på omsorg, følelser og relationer.

Problemet opstår, når der sættet fokus på enten det ene eller det andet. Udfordringen ligger i at have et blik for begge dele: et dobbeltblik på omsorg og læring, ikke som to forskellige opgaver, men som to dimensioner i det pædagogiske arbejde. To dimensioner der kan være mere eller mindre fremtrædende i de forskellige situationer i løbet af dagen for de enkelte børn.

Social ulighed og læringsulighed

Sociale problemer og læringsmæssige problemer hænger også sammen på den måde at det ene medfører det andet. Social ulighed medfører det, som Agi Csonka kalder læringsulighed:

Man kan sige det sådan, at den sociale ulighed slår over i en social betinget læringsulighed, som betyder, at børn møder op i dagtilbud og skole med forskellige læringsforudsætninger, der er betinget af deres sociale baggrund – eller klassetilbørsforhold, om man vil.

Der er de særligt udsatte børn, der kommer fra stærkt belastede hjem, og hvor forældrene ikke magter at give den grundlæggende tryghed og omsorg. De børn er særligt udsatte, også når det gælder læringsforudsætninger, og der er behov for en massiv og meget målrettet indsats for at rette op på den form for læringsulighed. (Csonka, 2017, s. 35)

Børn møder op i dagtilbud med forskellige læringsforudsætninger. Dagtilbuddet måde at fungere på kan både øge og mindske denne ulighed alt afhængig af hvordan dagtilbuddet handler i forhold til disse læringsforudsætninger. Hvis ikke dagtilbuddet forholder sig aktivt til dette, kan social ulighed lede til øget ulighed i uddannelse (Csonka, 2017).

Udsathed i barndommen får ofte store konsekvenser i et livstidsperspektiv i form af manglende uddannelse, arbejdsløshed og sociale problemer. Dagtilbud og skole kan gøre en stor forskel, både positivt og negativt, for udsatte børns fremtid. Indsatsen må både rette sig mod social ulighed og ulighed i uddannelse. Derfor er måden dagtilbuddet fungerer på afgørende for at indsatsen bliver til gavn eller ulempe. Derfor er det spørgsmålet: Hvilken indsats bidrager positivt og hvilken indsats bidrager negativt?

Den internationale forskning i langtidseffekter viser at der er en klar effekt af en målrettet indsats i form af fokus på børnenes brede kompetenceudvikling med en social tilgang til læring (Jensen B., Social arv, pædagogik og læring, 2007). Forskningen viser at uddannelse er en væsentlig faktor i at flytte sig fra en udsat position i barndommen til at være i en ikke-udsat position i voksendommen.

De internationale studier peger især på, at daginstitutionen kan medvirke til at støtte socialt udsatte børns udviklingsmuligheder, særligt i forhold til den kognitive udvikling. (...) De internationale studier medvirker endvidere til at belyse, at tidlige pædagogiske indsatser, inden skolegang påbegyndes, kan antages at have betydning for barnets senere skoleforløb samt for ungdoms- og voksenlivet i form af mindre ungdomskriminalitet og bedre skoleresultater såvel som i forhold til arbejdsmuligheder

Når børn ordner og forklarer

i voksentilværelse. (Petersen, Udsatte børn i vuggestue og børnehave, 2015, s. 253)

Det ser derfor ud til at det vil være forskningsmæssigt begrundet at indsatsen opprioriterer læring som sigter mod uddannelse, fra vuggestue til og med afsluttet kompetencegivende uddannelse.

Omsorg og læring

Omsorg og læring hænger sammen på det praktiske plan. Hvis pædagogen lægger mærke til at barnet har et lille ordforråd og ikke er i stand til at bruge sproget som andre børn, kan årsagen ligge i en funktionsnedsættelse, eller i at det ikke har fået den samme sprogstimulering som andre børn, måske på grund af familiens socioøkonomiske baggrund. Det kan være vanskeligt at afgøre om problemet har sociale årsager eller læringsmæssige årsager, da der ofte er tale om begge dele.

Dagtilbuddets pædagogiske muligheder for at bidrage til en løsning af begge problemstillinger ligger som regel i at arbejde med inklusion, udvikling og læring gennem deltagelse og i kvaliteten af relationerne til barnet. Relationelle og følelsesmæssige problemer kan være massive og hindre barnets deltagelse og læring. Pædagogerne må arbejde med dette som en nødvendig forudsætning for læring og deltagelse med andre børn gennem omsorg og relationsarbejde. Men barnet lærer også i omsorgssituationer. Omsorg og læring udelukker ikke hinanden, selv om opbygning af den trygge base kan være det væsentligste indsats i en periode.

Følgende eksempel viser hvordan omsorg, personlige og sociale kompetencer og læring kan ses som forskellige aspekter af samme forløb.

Nogle børn har vanskeligt ved at deltage i leg med andre. De skal have hjælp til det, og pædagogen må hjælpe dem ind i samværet med andre børn. Det kan være hjælp til at kontakte andre børn, hjælp til strategier for hvordan man kan blive deltager, det vil sige hjælp til forhandling med andre børn og hjælp til at afkode spilleregler og hjælp til problemløsning.

Eksempel 46 Voksne lærer børn at lege

6 børn med støttebehov i en norsk børnehave tager på tur sammen med en pædagog og en pædagogmedhjælper en gang om ugen. Pædagogen lægger mærke til at børnene ikke af sig selv igangsætter lege. De keder sig og henvender sig mest til de voksne. Da børnene har svært ved at komme med ideer til legemotiver og ikke leger, beslutter hun at lære dem at lege. Hun organiserer at de skal lege Kaptajn Sabeltand. Det er en fiktiv norsk pirat, som alle børn kender fra film, bøger og sange. Legetemaet, karaktererne og rollerne er kendte, men forløbet i den leg, de skal lege nu, ligger åben. Børnene har derfor nogle billeder, en viden og nogle forestillinger som de kan byde ind med i legen. Pædagogen og medhjælperen går ind og leder og forhandler om legen og leger i legen med børnene efter samme model som børn normalt følger i leg. En klippekold rager op i skovbunden. Den bliver til sørovereskibet. Det er et lille træ på den, som bliver til skibets mast. En såret sørover bliver forbundet og trøstet.

De voksne spiller rollen som "gode legere", som børnene kan tage model fra. På denne måde får børnene støtte til at erobre legekompetencer og bliver fortrolige med legens grammatik. De får hjælp til at tænke og handle hypotetisk, fordi de kender rollen og ikke først skal finde på den.

Eksemplet viser at sociale og personlige kompetencer er dybt integreret med læring af sagsindhold, som har faglig relevans. Pædagogen integrerer også omsorg og tryghed ved at deltage i legen, f. eks. da den sårede sørover skulle forbindes. Dette var en del af legen, men det var også en omsorgssituation.

At adskille arbejdet med omsorg og personlige og sociale kompetencer fra arbejdet med (før-faglig) læring, vil ikke være særligt hensigtsmæssigt. I praktiske pædagogiske situationer hænger de nøje sammen.

Det vil dog være hensigtsmæssigt analytisk at adskille sociale problemstillinger fra læringsmæssige problemstillinger, fordi det kan afdække væsentlige årsagssammenhænge som tegner bestemte

Når børn ordner og forklarer

begrænsninger og muligheder. Dette er hensigtsmæssigt, når blot de betragtes som to perspektiver der hver for sig bidrager til et helhedssyn på barnet. I mange tilfælde er omsorg det væsentligste her og nu; men det skal ses i sammenhæng med læring og deltagelse, og hvordan omsorg udvider mulighederne for læring hen ad vejen.

Hjælpesystemets systemproblemer

Hjælpesystemet er opdelt efter om man betragter problemets årsager som sociale eller som læringsmæssige. Skal der foretages en underretning til den kommunale socialforvaltning eller skal PPR kontaktes? Eller begge dele? Alt efter hvad der vælges, bliver problemet efterhånden defineret og italesat som enten et socialt problem eller et specialpædagogisk problem. Jeg betragter dette som et problem i sig selv, da man derved let kan komme til at forstå og behandle problemet for ensidigt.

En afdækning af årsager til problemer og en forståelse af problemstillingens elementer er væsentlig for at yde den bedste indsats, som ofte vil bestå af flere indsatser. Men de to forståelser definerer problemet forskelligt og kan give dagtilbuddet anbefalinger eller påbud om vidt forskellige bestemte pædagogisk indsats. Der bliver risiko for at der ikke anlægges en helhedsforståelse som omfatter begge aspekter.

Det specialiserede hjælpesystem kan på den ene side levere hjælp til afgrænsede og definere delproblemer. På den anden side har de forskellige institutioner og professioner deres diskurser og problemafgrænsninger og definitioner, som kan hindre en helhedsorienteret indsats. Dertil kommer problemer med at samarbejde og forhandle af problemdefinering ud fra de forskellige perspektiver og diskurser.

Set fra dagtilbuddet kan dette dukke op som forskellige krav og ønsker til deres indsats, som måske endda også er uforenelige. De skal først og fremmest integreres i hverdagen på en måde som kommer det udsatte barn til gavn og ikke giver færre lærings- og deltagelsesmuligheder ved at iværksætte de særlige tiltag på en ekskluderende måde. Måden, hjælpen gives på, er afgørende for om den kommer barnet til skade eller gavn. Dagtilbuddet må derfor ikke blot "levere", hvad andre instanser ønsker og kræver, men forholde sig til det udsatte barns brede læring og prøve at levere

særlige indsatser på en måde, som øger inklusion, deltagelse og læringsmuligheder og ikke det modsatte.

Dette hænger sammen med den problemstilling at udsatte børn med sociale og læringsmæssige problemer ikke klarer sig så godt i uddannelsessystemet som ikke-udsatte børn. Her tænker jeg på at en helhedsindsats skal sikre barnet en uddannelse, så vidt det overhovedet er muligt, og at denne helhedsindsats derfor både rumme må en social og en læringsmæssig indsats. Hensigten med indsatsen er at udsatte børn skal hjælpes til at klare sig, helst så godt som andre børn.

Statistikkerne viser at "de særlige børn" ikke får en indsats, som virker efter hensigten. F.eks. bliver anbragte børn meget dårligt rustet med hensyn til uddannelse i form af afbrudt og sporadisk skolegang, dårlige skoleresultater, ingen afslutningsprøver, ingen kompetencegivende uddannelse.

18-årige tidligere anbragte unge har markant anderledes uddannelsesforløb end deres ikke-anbragte jævnaldrende. De har bl.a. længerevarende fravær fra undervisningen, på trods af at der er undervisningspligt i Danmark. Mange 18-årige er helt uden for uddannelsessystemet eller bagefter deres jævnaldrende, idet de endnu ikke har færdiggjort deres grunduddannelse (Olsen & Jamel de Montgomery, 2017).

Udsatte 9. klasses-elevs afgangsprøve ligger i gennemsnit to karakterer lavere end deres jævnaldrende. En ud af fire blandt udsatte unge har gennemført en ungdomsuddannelse seks år efter afsluttet 9. klasse, hvor det blandt ikke-udsatte unge er tre ud af fire. Kun godt halvdelen af de udsatte børn og unge tager folkeskolens afgangsprøve, og resultaterne af deres eksamen er samtidigt væsentligt dårligere end blandt de ikke-udsatte. En del af forskellen skyldes, at flere udsatte elever fritages fra afgangsprøven (KL, 2018).

Bliver der lagt mindre vægt på læring for disse børn end for de ikke-udsatte? Der er brug for det modsatte. Jeg tolker det som en generel tendens at enten får børn en social og specialpædagogisk indsats eller også får de læring (= en uddannelse). Tidligere anbragte børns skolepræstationer skyldes dels at nogle af dem, ikke alle, har massive personlige og følelsesmæssige

Når børn ordner og forklarer

problemer, men også at de professionelle omkring barnet undervurderer barnets uddannelsespotentiale og ikke formår at løfte opgaven med at hjælpe de anbragte med deres skoleudfordringer (Olsen & Jamel de Montgomery, 2017). Børnenes sociale og følelsesmæssige problemer kan være årsag til dårligt udbytte af skolegang, men dette kan ikke begrunde lavere forventninger til og ambitioner om udbytte af skolegang.

Hvorfor fritages så mange udsatte børn for folkeskolens afgangsprøve? Nogle udsatte børn får ikke tilbudt undervisning i alle skolens fag. Det virker som om at folkeskolelovens fag ikke opfattes som noget, alle elever har krav på at lære. Ambitionerne på disse børns vegne rækker ikke til at opfylde folkeskolelovens minimumskrav. De opnår måske ikke høje karakterer, men det kan ikke begrunde at de skal komme ud med store huller og mangler i deres grundlæggende viden og kunnen. En minimumsambition burde være at bestå de af folkeskolens afgangsprøver, som giver dem muligheden for at begynde på en erhvervsuddannelse. Denne ”fritagelse” frarøver barnet muligheder, som vil have afgørende betydning for dets fremtid.

Nogle børn har funktionsnedsættelser som ikke gør det muligt at de kan bestå folkeskolens afgangsprøve. Dette vil ikke være realistisk eller gavnligt for barnet at have dette som mål. Kritikken går på at der synes at være en automatik i fritagelsen, som ikke er begrundet i at give barnet de bedste muligheder, men i andre forhold og hensyn. Deres dårlige skoleresultater har mange årsager, f.eks. for lidt og for dårlig undervisning, for lave forventninger, og at barnets biologiske mangler tillægges for stor vægt. Udvikling af kompetencer er en dynamisk proces, som ikke blot kan forudsiges ud fra barnets biologiske mangler.

Jeg betragter denne fritagelse som en tendens, der både skyldes systemfejl i velfærdssamfundets konstruktion og manglende erkendelse på flere niveauer af og fokus på at uddannelse er noget af det vigtigste, man kan hjælpe udsatte børn til.

Agi Csonka argumenterer for at samfundets indsats til udsatte børn og deres familier burde prioritere hvad hun kalder en ”Education First”-strategi (Uddannelse først strategi), hvor det overordnede mål, som de forskellige

indsatser og professionelle skal bidrage til, er at skabe de bedste forudsætninger for, at børnene får en god skolegang og kan forsørge sig selv som voksne (Csonka, 2017, s. 42).

Dagtilbuddenes måde at fungere på

Man kan ikke generalisere den måde dagtilbud arbejder med udsatte børn, da der er store forskelle på dette; men der er alligevel nogle mønstre og arbejdsformer, som viser sig at være gennemgående og problematiske.

I forhold til hvordan man arbejder med udsatte børn i danske dagtilbud, viser der sig to paradigmer (Jensen B. , Social arv, pædagogik og læring, 2007):

- Kompensationsorientering med fokus på omsorg og relationsarbejde ud fra barnets individuelle mangler
- Innovationsorientering med fokus relationsarbejde og læring ud fra barnets resurser i den sociale kontekst

Kompensationsorienteringens omsorgs- og relationsarbejde har tendens til at se på barnets funktion og trivsel som et resultat af skader og mangler, som er mere eller mindre uoprettelige. Her er det pædagogiske fokus på indlæring og kompensation for mangler.

Den brede kompetenceudvikling og det, som Bente Jensen kalder innovationsorientering, falder i tråd med denne bogs læringssyn. Her er relationsarbejdet rettet mod at støtte barnets sociale deltagelse med vægt på udviklings og læringsmuligheder. Hun argumenterer ud fra forskning for at denne orientering sandsynligvis vil have størst effekt i hjælpen til udsatte børn. Der er tale om en bred læringsforståelse og ikke en traditionel skolelignende læringsforståelse, da denne har et snævert individualistisk syn på læring med vægt på tilpasning og fastlagt curriculum.

En anden måde at nærme sig hvordan dagtilbud arbejder med udsatte børn, er at se på hvordan de taler om dette arbejde. I dagtilbud, hvor man har arbejdet målrettet med udsatte børn i de senere år, lægger pædagoger vægt på:

Når børn ordner og forklarer

De professionelle fortæller, at de i denne sammenhæng er særligt optaget af, hvordan barnet ser ud til at trives i vuggestuen, både sammen med de andre børn og med de voksne, men at de også er optaget af faktorer som mad, søvn, renlighed, motorik og sprog. Hertil kommer også et blik på, hvad barnet for nuværende mestrer, om barnet udviser nysgerrighed og interesse, om legetøjet kan bringes i spil sammen med barnet, og hvordan barnet generelt har det i hverdagen. (Petersen, Udsatte børn i vuggestue og børnehave, 2015, s. 254)

Når pædagoger fortæller om dette, ser det ud til at der arbejdes ud fra en udviklings- og omsorgsdiskurs, hvilket uden tvivl er velbegrundet og sandsynligvis har en positiv effekt. Jeg spørger blot om de, sideløbende med dette, også er fokus på læring? Den læringsdiskurs, som Bente Jensen argumenterer for, synes ikke særlig tydelig i disse formuleringer. Der er en klar sammenhæng mellem og et overlap mellem omsorg, udvikling og læring på både teoretisk og praktisk plan.

Når man ser nærmere på hvordan pædagoger oplever deres arbejde med udsatte børn, ser det ud til at de har vanskeligt ved at arbejde både med omsorg og med læring på samme tid.

Man skulle umiddelbart tro at de institutioner, som har flest udsatte børn, også er de institutioner, som oplever, at de er mest belastede. Sådan forholder det sig ikke nødvendigvis. Kirsten Elisa Petersen har undersøgt hvordan institutioner med få, med en del og med mange udsatte børn fungerer (Petersen, Pædagogisk arbejde med socialt udsatte børn i børnehaven, 2011). Institutioner med få udsatte børn og institutioner med mange udsatte børn fungerer ret forskelligt, men pædagogerne oplever det ikke nødvendigvis som belastende. Institutioner med få udsatte børn ser ud til at fungere mere traditionelt med aktiviteter, hvor institutioner med mange udsatte børn er mere struktureret om omsorg og forældresamarbejde.

Institutioner i mellemgruppen, med en del af udsatte børn, oplever deres arbejde særligt vanskeligt (Petersen, Pædagogisk arbejde med socialt udsatte børn i børnehaven, 2011). Dette *”kan ikke forklares med, at de professionelle*

ikke oplever, at de skal varetage denne opgave, men må i højere grad ... forklares ud fra, at institutionen skal rumme flere og samtidige pædagogiske opgaver, som i tid og omfang stiller krav til dagligdagens organisering.” (Petersen, Pædagogisk arbejde med socialt udsatte børn i børnehaven, 2011, s. 222)

Det virker som om institutionerne ser og organiserer deres arbejde omkring enten aktiviteter i grupper eller om omsorg. Hvis de kun fokuserer på det ene eller det andet, fungerer det udmærket, men de oplever at det er vanskeligt for dem at arbejde med begge dele samtidigt. Der kan være mange årsager til at pædagoger oplever dette. Det skal ses i sammenhæng med hvordan de organiserer institutionens hverdag, hvordan de forstår kernen i deres arbejde, og hvad de lægger vægt på.

En del af forklaringen kan være at institutioner med få udsatte børn opfatter og arbejder med børn som en gruppe. Den traditionelle måde institutioner fungerer på med aktiviteter med børn i grupper og fri leg fungerer. I institutioner med mange udsatte børn kan det ikke fungere på denne måde, da børnenes individuelle behov og forudsætninger for at deltage i leg og aktiviteter er så forskellige. Udsatte børns vanskeligheder viser sig netop i aktiviteter og fri leg. Derfor opbygger de institutionens arbejde omkring omsorg. Det ser ud til at arbejdet kan fungere godt, hvis de enten arbejder med læring i aktiviteter eller med omsorg. De velfungerende børn får læring i aktiviteter, og de udsatte børn får omsorg.

Årsagen til at pædagoger oplever det vanskeligt at arbejde med både læring og omsorg, kan meget vel skyldes at pædagoger har tendens til at tænke og placere arbejdet med læring i voksenstyrede aktiviteter, og at tænke omsorg, som noget der ikke finder sted i aktiviteter.

Jeg vil problematisere om det ”almindelige pædagogiske arbejde” og arbejdet med udsatte børn er to forskellige pædagogiske opgaver. Min tolkning er at når de ser det som to forskellige pædagogiske opgaver, som er vanskeligt at kombinere, så skyldes det at de tænker læring som snævert knyttet til aktiviteter og ser omsorg løsrevet fra læring. Så man, som konsekvens, tager de børn, som ikke kan fungere i læringen til samlings og aktiviteter med mange børn, ud af gruppen og give dem omsorg.

Når børn ordner og forklarer

At arbejdet opleves vanskeligt, når der er store forskelle i børnegruppen, er forståeligt, da det er en krævende opgave at løse. Men der ligger nogle hindringer for at finde løsninger i de tænke måder og arbejdsformer, som har præget børnehavekulturen. Det er nødvendigt at tænke læring bredere end læring i form af aktiviteter og samlinger. Her har mange udsatte børn svært ved at deltage og lære, når det foregår i en større gruppe, hvor der i mindre grad kan tages hensyn til de enkelte børns forskellige behov for støtte og omsorg.

Det undrer mig at der i pædagogisk praksis er opstået denne modsætning mellem omsorg og læring. Det er ikke principielt set ikke et dobbeltarbejde at arbejde med omsorg og med læring. I denne bogs læringssyn udspiller læring sig i relationer gennem deltagelse. I interaktionen i læringstriaden, som beskrevet i eksempel 24 med Esben og Sofie, som putter klodser i en puttekassen, kan læringen om formerne, klodserne og puttekassen ikke adskilles fra Sofies omsorg gennem hendes interaktion med Esben. De har en ”handlings-og-blik-dialog”, hvor læring og omsorg er to sider af samme sag.

Læringssituationer af denne type kan opstå hele dagen og i mange situationer, hvor der både kan være børneperspektiv, sagsorientering og dialog. Problemet ligger, for mig at se, i at denne type læringssituationer ikke prioriteres. De forskellige organiseringer og arbejdsformer giver forskellige muligheder for denne type læringssituationer.

Forskning viser at nogle pædagogiske arbejdsformer er problematiske i en pædagogisk indsats i forhold til udsatte børns læring:

- Fri leg
- Individorienteret støtte
- Støtte i form af særlige grupper
- Særlig indsats som fokuserer på undervisning uden interaktion

¹² Undersøgelsen refererer til Bente Jensen (Jensen B. , Kan daginstitutioner gøre en forskel?, 2005)

Fri leg

Udsatte børns læring er særlig udfordret i ”fri leg”, da mange af dem ofte har vanskeligt ved at deltage (Ploug, 2005) (Jensen B. , Kan daginstitutioner gøre en forskel?, 2005).

”Princippet om at styrke børns motivation for at lære beskrives i undersøgelsen¹² i meget høj grad som et opgør med den ”frie leg”. Pædagogerne giver udtryk for, at de arbejder på at inddrage børnene, hente de udsatte børn ind og undgå det, man lidt provokatorisk kan kalde en slags ”pas-dig-selv”-pædagogik. I den frie leg forstyrres barnet ikke af de voksne på legepladsen. For de stærke og i forvejen kompetente er det en vældig befrielse, mens det for andre børn kan være en belastning. De har i større grad brug for nogen, der ser dem og støtter dem i deres bestræbelser på at lære og turde noget.” (Ploug, 2005)

Fri leg kan virke meget ekskluderende og marginaliserende på udsatte børn.

Individorienteret støtte

Måden støtten organiseres på viser sig at være afgørende for, om den kommer til at fungere efter hensigten (Tetler, 2000). Tildelingen af støtte i form af en støttepædagog har tendentielt en negativ effekt, når den udføres på en meget individorienteret måde. Hvis pædagogen ”går fra” med barnet og dyrker relationen mellem pædagogen og barnet evt. i særlige læringsaktiviteter, så berøves barnet mulighed for læring gennem deltagelse med andre børn. Hvis støtten gives til barnets relationer, til deltagelse med andre børn og til deltagelse voksenstyrede aktiviteter, kan den derimod få en positiv effekt.

Støtte i form af særlige grupper

På tilsvarende måde vil særlige aktiviteter for en gruppe bestående af udsatte børn have en negativ og ekskluderende funktion (Tetler, 2000), men mindre

Når børn ordner og forklarer

disse gruppeaktiviteter tænkes sammen med at øge børnenes kompetencer til og muligheder for at deltage med andre børn. Arbejdet i små grupper er ikke i sig selv problematisk, men institutionen må være opmærksom på, hvordan dette indgår i en mere inkluderende strategi på vej mod mere deltagelse og læring (Larsen, 2015).

Undervisning og undervisningstonen

Bente Jensen beskriver undervisning med et snævert læringsbegreb under kompensationsorientering, fordi indlæringspædagogikken tager udgangspunkt i hvad børnene ikke kan, og ikke i, hvad de kan. Læring gennem instruktion fra voksne, svarer til denne tilgang, og er uhensigtsmæssig bl.a. med hensyn til manglende effekt, som beskrevet i kapitel 6.

Undervisning gennem instruktion finder ikke kun sted i undervisningslignende settings. Charlotte Palludan har beskrevet, hvordan undervisningstonen medvirker til eksklusion. Hendes forskning vedrører eksklusionsmekanismer i dagtilbud i forhold til etnicitet, men mekanismerne har også en generel karakter.

Charlotte Palludan beskriver hvordan samspillet i dagtilbud mellem pædagoger og børn præges af to forskellige ”toner”: undervisningstonen og udvekslingstonen (Palludan, 2005).

Undervisningstonen karakteriserer situationer, hvor den voksne lægger vægt på indføring, forklaring, instruering o. lign. I disse situationer er børnehavebarnets attitude typisk lyttende og opremsende. Pædagogen fortæller og børnehavebarnet lytter og følger anvisninger. Eller pædagogen spørger og børnehavebarnet svarer, hvis det er muligt for hende. Børnehavebarnet er objektet for pædagogens undervisning. (Palludan, 2005, s. 132)

Udvekslingstonen karakteriserer situationer, hvor børnehavebørn og pædagoger taler sammen. Begge parter spørger og svarer. De udveksler oplevelser, fortolkninger, meninger, erfaringer og viden. Både børnehavebørn og pædagoger indgår som samtalende subjekter i interaktionen. (Palludan, 2005, s. 133)

Hun afdækker hvordan pædagoger er tilbøjelige til at producere udvekslingstonen, når de indgår i interaktion med etniske majoritetsbørn, og undervisningstonen i interaktion med etniske minoritetsbørn. Dette tolker hun som en differentieringsmekanisme, som skaber forskelle mellem børnene og reproducerer ulighed gennem institutionens måde at fungere på. Hun beskriver hvordan børnehaven skaber forskelle, særlig i forhold til etnicitet.

Jeg vil her tage udgangspunkt i at de to toner eksisterer i pædagogisk praksis, og se på hvilken betydning tonerne har i forhold til inklusion og læring generelt. Charlotte Palludan afdækker en social reproduktionsproces, som pædagogerne ikke er bevidste om. Jeg ser derimod på hvilken betydning de to toner har, når pædagoger arbejder bevidst med hvilke toner de vælger at bruge. Det vil sige at jeg ser tonerne i et didaktisk perspektiv.

I forhold til læring, som beskrevet i denne bog, er det tydeligt at undervisningstonen ikke er hensigtsmæssig i forhold til at fremme læring, hvorimod udvekslingstonen er mere hensigtsmæssig, da der er dialog, børneperspektiv og sagsorientering.

Agi Csonka beskriver at socialt udsatte børn netop mangler at lære det, de får gennem udvekslingstonen, det de velstimulerede børn får med fra hjemmet:

... hvordan nogle af de socialt udsatte børn, når de starter som treårige i institutionen, ikke har et alderssvarende sprog, ikke har lært at samtale og lege og få læst en historie op af en voksen. (...)... forældre kulturen i mange af disse hjem er kendetegnet ved, at forældrene ikke taler med deres børn eller inddrager dem i hverdagen, og at de ofte også er socialt isolerede og ikke er vant til at være sammen med andre børn. (Csonka, 2017, s. 36)

Det betyder at en særlig indsats over for børn i udsatte positioner netop ikke fremmes af at iværksætte aktiviteter af undervisningsmæssig karakter. Derfor vil jeg argumentere for at en særlig indsats i forhold til børn i udsatte positioner ikke primært skal ske i form af særlige undervisningsaktiviteter, men i hverdagen, ved at skabe flere gode situationer med interaktioner som

Når børn ordner og forklarer

kan karakteriseres ved udvekslingstonen. Det de mangler mest, er at blive inddraget, talt med og taget med, billedlig talt at blive ”taget ved hånden”.

Den særlig indsats i forhold til udsatte børns læring skal ikke være i form af en anden pædagogik end den, som er skitseret i kapitel 6 for børn generelt. Der er brugt lidt forskellige begreber i de forskellige afsnit og kapitler; men konklusionen bliver at også udsatte børn, som alle andre børn, har mest gavn af voksenstøttet læring med udgangspunkt i barnets perspektiv.

Den særlige indsats kan derimod ske i form af at der arbejdes mere intensivt med disse børn. Det vil sige at pædagogen er særligt opmærksom på disse børns deltagelse og læring, følger dem tættere og sætter hyppigere ind med støtte. Dette er Ikke en kvalitativ forskel, men en kvantitativ forskel. Samme pædagogik, men med forskellig intensitet og grad af opmærksomhed på og støtte til barnets læring. Når de fleste børn let kan finde ud af at lege og deltage i aktiviteter, så behøver pædagogen ikke at have så stor fokus på dette, men kan rette sit fokus og sin indsats på at støtte udsatte børns deltagelse og læring. Det vil sige en fleksibel og behovsbestemt støtte, ikke på barnet som individ, men på barnets deltagelse og interaktion med andre.

Denne indsats kan finde sted i alle mulige situationer i løbet af barnets hverdag i institutionen, også i hverdagsrutiner og i omsorgssituationer. De forskellige settings og arbejdsformer: fri leg, individorienteret støtte, små grupper og samlinger og aktiviteter kan hver for sig være udmærkede bidrag til de udsatte børns læring og udvikling. De har hver deres begrænsninger og muligheder. De må ses på tværs i en helhed i forhold til hvordan de konkret fungerer i forhold til de enkelte børns behov, læring og udvikling.

I et godt læringsmiljø i dagtilbud er der en god balance mellem fri leg, vokseninitierede aktiviteter og aktiviteter, hvor den voksne sammen med barnet udforsker, leger og fører udforskende samtaler – om det, de er i gang med, hvordan man løser et konkret problem, eller hvordan andre mon ville gøre, tænke og føle.

Og et godt læringsmiljø er præcis, hvad børn fra især de udsatte familier har brug for. (Csonka, 2017, s. 36)

Børn i udsatte positioner har brug for de samme erfaringer som de ”velstimulerede børn” får. Forskellen ligger i høj grad i forskelle på børnenes forudsætninger. De lærer på samme måde, men de har bare ikke lært som meget endnu, eller det, de kan, er måske ikke værdsat og anerkendt i dagtilbuddet, eller de har ikke tilegnet sig samværets koder og regler endnu. Der er forskel på at se på dette som mangler ved barnet eller som et læringsbehov. De kan lære det, men de har blot ikke lært det endnu.

De har haft godt legetøj, gode legemuligheder, voksne som taler med barnet, og voksne som udfordrer barnet og tager det med ud og undersøger mange ting sammen med barnet. Børn i udsatte positioner har en mindre erfaringsbank med hensyn til dette end andre børn. Når tidlig indsats ses på denne måde, vil det dels være teoretisk og forskningsmæssigt begrundet, dels vil denne tilgang ikke være fremmed for pædagogkulturen. Pædagoger vil kunne bruge deres faglighed på en hjemmevant måde. Og det er væsentligt for børnenes læring, og særligt for udsatte børns læring.

Som beskrevet i kapitel 6 ser børnenes køn, etnicitet og socioøkonomiske baggrund ikke ud til at have noget betydning for børnenes deltagelse i konstruktionsleg. Her er børnene lige med hensyn til læringsforudsætning for deltagelse og læring. Pædagoger må være opmærksomme på hvor og hvordan forskelle i socioøkonomisk baggrund giver forskelle i deltagelsesmuligheder, der hvor ”det de har med hjemmefra”, gør en stor eller lille forskel. Den abstrakte matematik vil nok i udgangspunktet virke mere ekskluderende end den praktiske matematik, fordi den kræver nogle forudsætninger, som velstimulerede børn i højere grad besidder.

Læringsmæssige problemstillinger

I de matematiske aktiviteter i bogens læringsforståelse vil pædagogen skulle støtte barnet der, hvor det er og ud fra det, det kan og ved, og tage fat der.

Hvis barnet umiddelbart gør fremskridt kan, det være tegn på at barnet blot har brug for mere stimulering og støtte for at lære. Dette kan ses som et tegn på at der er tale om læringsulighed, som skyldes social ulighed. Hvis fremskridtene er mindre og langsomme kan det være et tegn på at der er tale om en eller anden form for fysisk eller psykisk funktionsnedsættelse.

Når børn ordner og forklarer

På tværs af de forskellige former for nedsat psykisk funktionsevne er der, på trods af deres forskelligheder, ofte det fælles kendetegn af barnet har svært ved at tænke og arbejde abstrakt. De fleste, måske alle, har lettere ved at tænke og arbejde konkret og praktisk og at lære det abstrakte ud fra det konkrete.

Hvis skolebørn har vanskeligt ved at lære den abstrakte matematik, har man traditionelt tyet til at anskueliggøre opgaven ved at oversætte opgaver til praktiske problemstillinger. Hvis der er problemer med at brøker, så må man dele lagkager osv. Men man kan også gå den modsatte vej ved at man tager udgangspunkt i praktiske problemstillinger og arbejde sammen med barnet om at finde en løsning på problemerne, og at arbejde på at barnet generaliserer sin viden, som beskrevet i kapitel 4. Det kan være i problemer

i konstruktion, håndværk, madlavning, spil, planlægning af ture og meget andet.

Alle kan være med på et eller andet niveau, når det tages udgangspunkt i virkelige og praktiske problemer i hverdagslivet. Og læreprocessen fungerer efter samme model, uanset om barnet har nedsat psykisk funktionsevne eller ikke. Bogens læringsforståelse kan også anvendes i indskolingen og i specialundervisning, fordi der tages udgangspunkt i praktiske problemstillinger. Forståelsesrammen beskriver, hvori det matematiske ligger i praktisk matematik, og hvordan processen med oversættelse og generalisering foregår hen mod tilegnelsen af abstrakt og konventionel matematik.

Kapitel 8 Forskellige syn på matematik og matematik i dagtilbud

Der er en tydelig sammenhæng mellem, hvordan man forstår matematik, hvordan man forstår læring, og hvordan man mener, det er bedst at arbejde pædagogisk med tidlig matematik i dagtilbud. I dette kapitel introduceres og diskuteres forskellige forståelser af disse sammenhænge de tilhørende arbejdsmåder og pædagogiske strategier.

Howdan, man forstår matematik, er som udgangspunkt underforstået. Det er indlejret i de selvfølgheder, som styrer vores automatiske handlinger. Derfor kan man aflæse de underliggende matematikforståelser ud fra den måde, pædagoger og lærere arbejder med matematik.

Matematikforståelser kan også identificeres teoretisk. Når jeg gør dette i kapitlet, er det ikke for at præsentere dem som didaktiske programmer, men for at bidrage til at belyse sammenhængen mellem synet på, hvad matematik er, og pædagogisk praksis. Intentionen er at bidrage til en vis klarhed over de forskellige forståelser og handlingslogikker, for at pædagoger kan blive klar over deres egen matematiksocialisering og få øje på alternativer, som sætter dem i stand til selv at vælge, hvordan de vil og kan arbejde med matematik i dagtilbud.

De forsøg, der har været gjort med indføre eller arbejde mere fokuseret med tidlig matematik i dagtilbud, har ikke haft et klart begreb om, hvad tidlig matematik er, og hvordan børn tilegner sig tidlig matematik og hvad børnene skal med det. Det er nødvendigt at behandle og diskutere disse spørgsmål for at tidlig matematik kan få en meningsfuld og nyttig funktion i deres børneliv og i deres læring og dannelse her og nu og på sigt.

Hvad er matematik?

Svaret på spørgsmålet om, hvad matematik er, kan indledningsvis indledes med en opdeling i matematik som:

- videnskabsfag på universiteter

- skolefag i folkeskoler
- skolefag i gymnasiale uddannelser
- hjælpefag i erhvervsuddannelser
- hverdagsmatematik

Matematik har her forskellige funktioner, og matematik bliver i de forskellige sammenhænge mere eller mindre abstrakt eller anvendelsesorienteret. Der skelnes mellem (abstrakt) matematik og praktisk matematik, alt efter om vægten lægges på det ene eller det andet.

Inden for matematikfagets historie ligger der to modstridende forståelser af hvad matematik er. Den ene forstår matematik som et fag, der beskæftiger sig med almenyldige regler og orden, som kan udledes abstrakt gennem matematiske beviser. Matematik er her principielt set ikke påvirket af kultur og af sanseerfaringer. Den bygger kun på logik og beviser. Den anden forståelse ser matematik som et fag i forhold at løse praktiske problemer. Mennesker skaber den orden og de kulturteknikker, som de har brug for, til at løse de opgaver, som de har behov for i det samfund og i den kultur, de lever i. Der er afgørende forskel på om man betragter matematik som almenyldigt eller som skabt i bestemte kulturer og samfund.

Eksempel. Cirkler defineres abstrakt:

En cirkel er den mængde punkter, der har samme afstand til et punkt.¹³

Det vil sige at man kan definere og regne på cirkler uden at skulle relatere til ”runde ting” eller til hvad man kan bruge cirkler til. Dette illustrerer den første forståelse.

I den anden forståelse vil man se på hvilken funktion cirkler har, og hvordan mennesker i forskellige kulturer har frembragt forskellige regnemetoder, for at kunne måle eller konstruere cirkler i bestemte kontekster og med

¹³ <https://www.matematikkfessor.dk/lessons/cirklen-med-centrum-og-radius-418>
127

Når børn ordner og forklarer

bestemte funktioner. F.eks. hvordan bygger de en rund hytte? Med en snor og to pinde? Og hvordan vurderer de hvor lang snoren skal være, for at hytten får en passende størrelse og kan bygges med de gængse byggematerialer?

I praksis rummer matematikfaget begge forståelser. Men der er forskel på om man ser matematik som et abstrakt fag eller som et praktisk redskabsfag. Matematik kan fokusere på beviser og lignende, typisk på universiteter og på videregående uddannelser. Men der kan også fokuseres på de kulturelle og praktiske aspekter af matematik. Idealet i universitetspædagogik har været den abstrakte matematik, og dette har smittet af på idealerne for matematik ned igennem skolesystemet. Men problemet i forhold til pædagogik og matematikdidaktik har været at den abstrakte forståelse af matematik og universitetsmatematikken har haft en dominerende position på den måde at den i høj grad har defineret skolefaget matematik. Dette er et problem fordi læringens struktur og progression er forskellig fra matematikeres opbygning af fagets struktur og abstrakte og logiske progression. Den abstrakte matematik er den ”fine” og den ”rigtige” matematik.

Når børn lærer matematik, er deres udgangspunkt ikke matematikkens abstrakte indhold, men deres erfaringer og tankeverden. Der er i de seneste årtier udviklet meget udmærket matematikdidaktik, som netop beskæftiger sig med læringens vej hen mod tilegnelsen af matematikkens kulturteknikker. Der har gennem en række skolereformer været gjort forsøg på at ændre skolefaget matematik i en mere praktisk og anvendelsesorienteret retning, men det er efter min vurdering ikke slået igennem generelt. Alle synes at vide hvad matematikundervisning er, og det ved de fra dengang, de selv gik i skole. Der er et historisk efterslæb her.

Hvad er matematik for førskolebørn?

Bogen igennem er der blevet præsenteret en pædagogik og didaktik som tager udgangspunkt i barnets vej ind i matematikken. Pointen er at læringens vej ikke følger matematikkens indre faglige struktur. Derfor tages der udgangspunkt i en forståelse af matematik som praktisk matematik, hvor børn selv matematiserer i deres gøremål. Når man undersøger små børns

leg, viser det sig at matematikken er nærværende i børns handlinger, og at den på et senere tidspunkt kan defineres og beskrives med en matematisk terminologi (Reis, 2011, s. 181). Det betyder at tidlig matematik ikke kan defineres ud fra matematikkens egne abstrakte begreber, da børn matematiserer på det konkrete plan.

Denne position er ikke i modsætning til at børn skal nå frem til at beherske abstrakt matematik som abstrakt matematik, tvært imod. Børns matematisering ses som *en forudsætning* og *et grundlag* for et godt udbytte af formel undervisning, når de kommer i skole, eller når de selv går i gang med det. Men vejen hen mod at forstå og kunne anvende matematikkens abstrakte indhold har blot et andet udgangspunkt. Endvidere skal tidlig matematik for førskolebørn have to funktioner: den skal give børn et grundlag for at lære matematik i folkeskolen og videre frem i uddannelsessystemet, og den skal også hjælpe børn her og nu til at kunne, at forstå, at mestre og at deltage i deres hverdagsliv. Matematik for børn skal læres *i brug* og *til brug*, hvor det giver mening for børnene. Samtidigt vil det have den funktion at det samtidigt vil give dem et erfaringsgrundlag, så de bliver godt rustet til at klare sig godt, når de skal tilegne sig indholdet i skolefaget matematik.

Hvad går matematiklæring ud på?

Der er ikke enighed om hvad, der er kernen i det ”matematiske” (Flottorp, 2010). Vigdis Flottorp siger at man må skelne mellem matematik som en videnskabelig disciplin og som et skolefag. I matematik som skolefag kan tre forståelse udskilles (Flottorp, 2010):

1. Lære at regne
2. Anvende abstrakte strukturer på konkrete situationer. Matematik findes på forhånd som fast størrelser, børn skal tilegne sig dem og lære at anvende dem.
3. Problemløsning med symbolske redskaber. Det, som er særlig ved matematisk aktivitet, er at menneskelige erfaringer bliver

Når børn ordner og forklarer

organiseret på en systematisk måde. Dette kaldes ”matematisering”¹⁴.

Jeg vil tilføje en fjerde forståelse, ”deltagelse i fundamentale matematiske aktiviteter”, som er den forståelse, som hovedsageligt anvendes i denne bog.

Lære at regne

Denne forståelse er nok den som umiddelbart dukker op i manges hverdagsforståelse af matematikundervisning: børn skal først lære tallene og lære at regne, før de kan lære den mere ”svære” og abstrakte i matematik. Progressionen følger matematikfagets logiske struktur.

Når der er meget usikkerhed blandt pædagoger og andre voksne om hvad tidlig matematik er, vil denne forståelse sandsynligvis finde anvendelse, hvis der ikke arbejdes med forståelsen af tidlig matematik i personalegruppen. I de flestes habitus ligger der en forståelse af hvad matematikundervisning er,

og der er stor risiko for at pædagoger og lærere ukritisk reproducerer den matematikundervisning de selv har været udsat for.

Det gamle fag ”regning” lever videre i hverdagsforståelser af hvad matematik ”egentlig” er.

Anvende abstrakte strukturer på konkrete situationer

I denne forståelse ses matematik som en fast struktur, som tænkes at være kultur og værdifri: matematik er abstrakt og almengyldig. Indholdet hentes fra videnskabsfaget kategorier og rummer fagets traditionelle selvforståelse af matematikkens ”væsen”.

Læring vil her bestå i at børnene skal tilegne sig eller indlære begreber og kategorier og lære at anvende dem på konkrete situationer. Et eksempel på denne forståelse af tidlig matematik ligger implicit i det danske forsøgs- og udviklingsarbejde ”Fremtidens dagtilbud” (EVA, Rambøll, DPU, SDU, 2014).

¹⁴ Begrebet ”matematisering” er ifølge Vigdis Flottorp opfundet af Hans Freudenthal (1905-1990), matematiker og grundlægger af Freudenthal instituttet i Utrecht i Holland.

Når børn ordner og forklarer

Tabel 3 Læringsmål i ”Fremtidens dagtilbud”

I læringsområdet ”tal og mængder” angives disse læringsmål:

LÆRINGSMÅL 0-2 år	LÆRINGSMÅL 3 år-skolestart
<ul style="list-style-type: none">• Barnet over sig i at genkende og aflæse tallene• Barnet over sig i at tælle• Barnet over sig i at genkende mængder.	<ul style="list-style-type: none">• Barnet tæller objekter og forstår det totale antal. Det kan fx tælle ”en, to, tre, fire, fem snegle” og forstå, at der samlet set er fem snegle• Barnet kan kende det næste tal i talrækken uden at skulle starte forfra• Barnet over sig i at sammenligne tal og fortælle, hvilket tal der er størst• Barnet kan genkende og sammenligne mængder.

I læringsområdet ”mønstre og former” angives disse læringsmål:

LÆRINGSMÅL 0-2 år	LÆRINGSMÅL 3 år-skolestart
<ul style="list-style-type: none">• Barnet over sig i at se efter og identificere mønstre og former• Barnet over sig i at skabe mønstre og former• Barnet over sig i at benævne mønstre og former, fx firkanter og cirkler• Barnet sorterer i én til to kategorier. Fx ”de røde og de blå”.	<ul style="list-style-type: none">• Barnet ser efter og identificerer mønstre og former i omgivelserne, genkender fx mønstre og former i bøger eller på vejskilte• Barnet kan selv skabe mønstre og former i tegninger, i sandkassen mv.• Barnet over sig i begreber for kategorier, og karakteriserer genstande på basis af fælles karakteristika, funktion og adfærd. Det kan fx adskille ”de runde fra de firkantede”• Barnet over sig i at genkende og forstå begreber for mål, fx vægt og længde.

Når børn ordner og forklarer

Læringsforståelsen i fremtidens dagtilbud med hensyn til tidlig matematik forstår tidlig matematik som tidlig undervisning i betydningen indlæring. Børn skal først lære begreber for former som f.eks. ”cirkel”, ”firkant”, ”rektangel” og ”trekant”. Abstrakte begreber for abstrakte former. Dernæst skal de lære at genkende og navngive formerne med de rigtige begreber. De skal først lære tallene, og så skal de lære at tælle ting.

Der tages ikke udgangspunkt i børnenes erfaringer med ting og deres brug i børnenes hverdagsliv. På den måde behandles børn som uvidende, da deres viden ikke anerkendes som viden. Læringen starter først, når de lærer de matematiske begreber. Og disse skal børnene have ind udefra i form af tankpasserpædagogik. Læringen forstås deduktiv, det vil sige fra det abstrakte til det konkrete. Matematiske kompetencer forstås som kognitiv viden og kognitive færdigheder. De er ikke kropslige og sociale.

Problemløsning med symbolske redskaber

I denne tredje forståelse lægges vægten på en proces, nemlig problemløsning, som kernen i læring af matematik.

Tankegangen stammer fra Freudenthaltraditionen. Hans Freudenthal (1905-1990) var en tysk matematiker, som i 1971 etablerede et institut i Utrecht i Holland¹⁵. Det kom senere til at hedde Freudenthalinstituttet og har dannet skole inden for matematikdidaktik, bl.a. kendt for RME (Realistic Mathematics Education) (Skott, Hansen, & Jess, 2008).

I Freudenthals matematikdidaktik tages der udgangspunkt i virkeligheden, i praktiske problemer. Læreren og eleverne undersøger problemet og prøver sammen at finde løsninger på det.

Eksempel 47 Hvor mange borde skal vi bruge?

Et eksempel fra 3. klasse.

I aften skal 81 forældre besøge skolen. Der kan sidde seks forældre ved hvert bord. Hvor mange borde skal vi bruge?

Læreren beder børnene om at finde løsninger på dette problem. Børnene snakker sammen ved bordene, og deres forskellige løsninger diskuteres på klassen. Løsningerne undersøges, sammenlignes og diskuteres, om der er fællestræk, og om hvordan man kan regne det ud på forskellige måder.

Der fortsættes med denne opgave: I en kaffekande er der 7 kopper, og hver forælder får en kop kaffe. Hvor mange kander kaffe skal der laves til 81 forældre? Denne problemstilling ligner den første, og arbejdet med denne arbejder i retning af at finde frem til generelle regler for division (Skott, Hansen, & Jess, 2008).

Børnene har endnu ikke de formelle forudsætninger for at kunne løse problemet, da de ikke har lært den store tabel. Men det er et konkret og praktisk problem, som udfordrer børnene til at tænke selv og finde deres egne løsninger gennem matematisering.

Begrebet ”matematisering” bruger han for at understrege at matematik er en aktivitet. Herved betones procesaspektet. På engelsk defineres Mathematize: reason in a mathematical manner¹⁶, som kan oversættes til at drage slutninger på en matematisk måde.

Matematisering omfatter blandt andet (Skott, Hansen, & Jess, 2008):

- At finde ligheder og forskelle på situationer og måder de kan behandles på,
- At generalisere spørgsmål, metoder og løsninger,
- At benytte symboler til beskrivelse og manipulation af fænomener,
- At udvikle definitioner,

¹⁵ Freudenthal Institute for Science and Mathematics Education

¹⁶ <https://www.collinsdictionary.com/dictionary/english/mathematise>

Når børn ordner og forklarer

- At videreudvikle metoder, så de får algoritmekarakter,
- At finde, forstå og forklare mønstre,
- At udvikle og bruge formler,
- At bevise,
- At aksiomatisere.

Denne beskrivelse af matematisering er udviklet i forhold til matematikundervisning og kan anvendes på forskellige trin i skolesystemet. I forhold til førskolebørn kan nogle af elementerne umiddelbart give mening: at finde ligheder og forskelle og at finde, forstå og forklare mønstre. Mange af de andre elementer handler om at generalisere fra det konkrete til det abstrakte og at bruge symboler i problemløsning. Denne proces er førskolebørn også gang med, men på et grundlæggende niveau. At udvikle algoritmer på et grundlæggende niveau som kunne give mening for førskolebørn, kunne være når et barn ud fra erfaringer kan give en opskrift på, hvordan man løser et bestemt problem. At aksiomere kunne være at kunne beskrive forudsætninger for hvornår et problem kan løses. Det handler om at gå fra det konkrete til det abstrakte, bruge symboler og finde forudsætninger for og opskrifter på problemløsninger, som er mere eller mindre generelle. Pointen er ikke at børnene først og fremmest når frem til ”rigtige” og logisk sammenhængende forklaringer og løsninger, men at de lærer at arbejde abstrakt og anvende symboler i forhold til praktisk problemløsning. På denne måde giver matematisering god mening som begreb for matematik som proces.

Problemløsning med symbolske redskaber har en induktiv tilgang til læring. Men Freudenthal ser det ikke først og fremmest som en metode til at lære skolematematik, men som en metode til at lære at tænke og arbejde abstrakt med konkrete problemer. Han siger at børnene ved at matematisere skal *genopfinde* matematikken ved at rette fokus på processen frem for på de matematiske produkter (læreplanens matematik). Pointen er at børnene skal lære at tænke og arbejde matematisk frem for at lære matematik. Ikke fordi matematikkens indhold ikke er vigtigt at lære, men for opnå en metaforståelse af matematik og matematisk tankegang (Skott, Hansen, & Jess, 2008).

Deltagelse i fundamentale matematiske aktiviteter

Deltagelse i matematiske aktiviteter referer til en antropologisk forståelse af matematikkens funktion i forskellige kulturer, som formuleret af Alan Bishop. Denne forståelse adskiller sig måske ikke grundlæggende fra forståelsen ”problemløsning med symbolske redskaber”. Det afhænger af hvad man definerer som ”problemløsning” og ”symbolske redskaber”. Hvordan kan man iagttage og tolke om børn bruger symbolske redskaber i deres aktiviteter? Og er det kun i problemløsning, de matematiserer? At dække bord, bygge med klodser eller lege behøver ikke nødvendigvis at indeholde problemløsning for at indeholde læring af matematik. Der kan blot være tale om undersøgelse eller iagttagelse af et mønster, nogle egenskaber eller en sammenhæng, eller at skabe en orden og sammenhæng, som giver mening for børnene. En anden forskel ligger i hvad der ligger i begrebet ”symbolske redskaber”, og hvad der anerkendes som børns symbolske redskaber.

I forståelsen ”deltagelse i fundamentale matematiske aktiviteter” kan aktiviteter fra spædbarnsalderen ses som erfaringsprocesser som udvikler matematisk forståelse, når de vedrører de seks fundamentale matematiske aktiviteter: Tælle, Måle, Lokalisere, Designe, Lege, Forklare. Det vil sige at børn er i gang med at lære matematik, når de beskæftiger sig med de grundlæggende spørgsmål: hvor, hvad, hvordan, hvor mange, hvor meget og hvorfor? Kernen i disse processer ligger i at børn fra fødslen er i gang med at skabe orden og mening i deres verden gennem interaktion med deres omgivelser. Denne orden og mening begynder at blive skabt, langt før de bliver i stand til sprogligt at kunne give udtryk for den.

I denne position ses matematik ikke som abstrakt og alment, men som kulturteknikker, der er kulturelt producerede. Det vil betyde at det indhold som børn har gavn af at lære inden for den kultur og det samfund, de lever i, fremstår som et relativt ”fast” indhold, selvom matematikken er forskellig fra kultur til kultur. I denne position ses matematikkens indhold ikke som en ”essens”, men som en social konstruktion. Barnets læring af matematik kunnen og viden består af en dialektik mellem dets egen matematisering og tilegnelse af kulturens matematiske indhold, en relation mellem individuelle og sociale konstruktioner. Det er ikke blot en uvæsentlig akademisk detalje.

Når børn ordner og forklarer

Forskellen på, om man ser matematik som essens eller som konstruktion, har stor betydning for hvordan man går til børns tidlige matematik. I essenstænkningen er der på forhånd defineret ”rigtigt” og ”forkert”, hvor konstruktionstænkningen mere retter blikket mod spørgsmålet: hvordan tænker du? - i dialog med hvordan andre tænker om det samme. Dette giver en mere åben undersøgende og dialogisk tilgang til tidlig matematik.

Bishops tilgang ligner Freudenthals, ved at matematisk aktivitet organiserer menneskelige erfaringer på en systematisk måde. Jeg mener blot at dette finder sted i alle situationer, hvor der skabes orden og forklaring og ikke blot ved problemløsning.

Flottorp referer til en anden definition af matematiske processer med henvisning til Mason og Johnston-Wilder: ”At betone og ignorere,

specialisere og generalisere, udskille og forbinde, forestille sig og udtrykke, formode og overbevise, organisere og karakterisere.” (Flottorp, 2010)

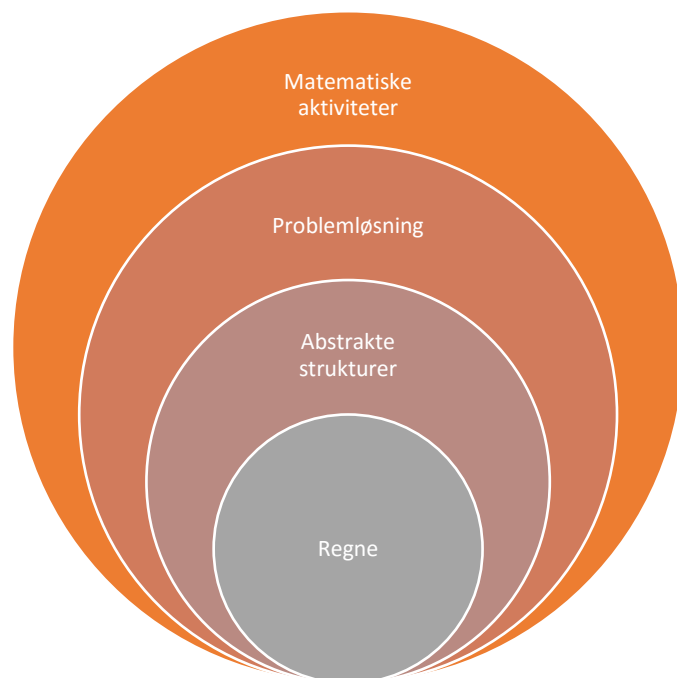
Denne definition er meget abstrakt og jeg vil ikke anvende den i denne sammenhæng, men blot nævne at begrebsparrerne alle handler om at skabe orden, mening og forklaring. Og det er børn meget optaget af. Jeg vælger at anvende Bishops kategorier, fordi de knytter an til praktisk aktiviteter, som umiddelbart kan ses i børns hverdag.

Diskussion af læringssyn på tidlig matematik

De fire forståelser kan ordnes på to måder. Den ene efter hvor smalle og brede forståelserne er. Den anden efter om der lægges vægt på processen eller på indholdet

Den første illustreres ved følgende figur.

Figur 15 Forståelser af tidlig matematik



De fire skitserede forståelser af hvad tidlig matematik er fra 1 til 4 udtryk for bredere og bredere forståelser af hvad tidlig matematik omfatter.

Den anden forskel består i, om der lægges vægt på om kernen i matematisk læring ligger i et fast og på forhånd eksisterende *indhold* eller i de *processer*, som producerer orden og forståelse. Denne forskel vises i figur 2, i om man tager afsæt i højre eller i venstre side af figuren. At regne og at tilegne sig matematikkens abstrakte strukturer tager udgangspunkt i matematikkens indhold, som den er bestemt af skolefaget og videnskabsfaget. Læringen vil gå fra det abstrakte mod det konkrete, i at børnene skal lære at anvende matematikken. Denne forståelse vil jeg betegne ”indlæring”.

I problemløsning og i fundamentale matematiske aktiviteter tænkes læringen at gå den modsatte vej. Det tagets udgangspunkt i praktiske og nødvendige aktiviteter og processer, hvor igennem børnene producerer matematisk forståelse og kunnen. At matematisere definerer Maria Reis som processer, hvor noget gøres. Til forskel fra begrebet matematik som betegner et fagligt indhold, står begrebet matematisere for at læring af matematik sker i praktisk handling. Matematisere kan med andre ord beskrives som at gøre matematik ud fra sine uformelle erfaringer (Reis, 2011). Jeg anvender begrebet ”matematisering” som et bredt begreb for den proces, som inkluderer både Freudenthals, Bishops og Reis’s forståelse af processen.

Når børn ordner og forklarer

Denne viden og forståelse ”gøres” og har et praktisk udgangspunkt, men den skal gøres fælles ved at blive sat på symbolsk form (sprog, tal, tegninger, mønstre m.v.), for at den producerede viden, orden og forklaring kan udveksles andre.

Om indholdet forstås som abstrakt og almengyldigt eller som kulturelt produceret udgør en væsentlig forskel. En væsentlig læringsmæssig konsekvens af de to udgangspunkter bliver, om der tages udgangspunkt i dét børnene kan og ved, i deres matematiseringen, og at det anses som værdifuld viden, eller om børns viden og kunnen overses og ikke anerkendes som viden, fordi de ikke kan formulere den på måder som falder inden for matematikfagets forståelser.

Matematisk opmærksomhed er, som tidligere nævnt, ikke et veldefineret fagdidaktisk begreb. De forskellige forståelser af matematiklæring vil give forskellige udgaver af hvordan matematisk opmærksomhed forstås:

1. Voksnes opmærksomhed på børns kendskab til og brug af tal og de fire regningsarter. Her skal de lære at tælle og regne. Og der er rigtige og forkerte resultater.
2. Voksnes opmærksomhed på børns kendskab til og brug af matematikfaglige begreber og metoder. Her handler det om at lære et fast matematikfagligt indhold. Og der er også her rigtige og forkerte resultater.
3. Voksnes opmærksomhed på hvordan børn matematiserer, løser problemer og bruger symbolske redskaber til dette. Her handler det om at undersøge og understøtte børns matematisering sammen med børnene. Her er der ikke på forhånd definerede rigtige og forkerte resultatet, men matematisering vurderes i forhold til, om den fungerer i forhold til problemløsning.
4. Voksnes opmærksomhed på børns deltagelse i fundamentale matematiske aktiviteter. Her handler det om at skabe deltagelsesmuligheder i meningsfulde matematiske aktiviteter og at undersøge og understøtte børnenes deltagelse. Her er der heller ikke på forhånd definerede rigtige og forkerte resultatet, men resultaterne vurderes i forhold til i hvor høj grad, det giver børnene orden og forklaring på deres erfaringsverden.
5. Børns opmærksomhed på matematiske spørgsmål i matematiske aktiviteter.
6. Børns og voksnes fælles opmærksomhed på matematiske spørgsmål i matematiske aktiviteter.

Det bliver hermed tydeligt at forskellige forståelser af matematikkens kerne og af matematisk opmærksomhed får store praktiske konsekvenser for hvordan tidlig matematik fremmes i dagtilbud.

Kapitel 9 Før-faglig læring med matematik som eksempel

I dette kapitel uddybes og forklares den teoretiske rammeforståelse, som ligger til grund for indholdet i de øvrige kapitler. Det anderledes ved denne bogs tilgang til tidlig læring ligger i den teoretiske ramme, som er illustreret ved ”matematikpyramiden”. De nye ligger i et bredere syn på læring, som inkluderer kropslig læring. Der er ikke tale om ny teori som sådan, men om en ny kombination af teorier, som bedre kan begribe børns læring.

Når jeg finder det nødvendigt at udfolde og diskutere dette, skyldes det at de kilder, som beskæftiger sig med små børns læring, rummer mange og modstridende forståelser af hvordan tidlig læring og matematik i dagtilbud skal forstås.

De problemer, jeg identificerer og argumenterer i forhold til, er:

- Mange kilder siger at børn lærer med kroppen, men anerkender først indholdet i denne læring som tidlig matematik, når børnene kan formulere deres viden sprogligt eller den er i overensstemmelse med faglig matematik.
- Der er forskelle på hvad kilderne beskriver som tidlig matematik eller matematisk opmærksomhed, særlig vedrørende hvor tidligt børn begynder at vise matematisk kompetencer.
- Alan Bishops fundamentale matematiske aktiviteter anvendes sjældent i den antropologiske forståelse, som Bishop beskriver. Oftest bliver de til matematikaktiviteter, som underordnes traditionelle psykologiske eller fag-faglige forståelser af læring. Dette er for mig at se en misforståelse.
- Der er store forskelle på hvad kilderne forstår ved ”tidlig læring”, særlig om det skal forstås som tidlig læring af fag-fagligt indhold, eller om det skal forstås som en form for fundament for senere faglig læring.
- De fleste teoretiske forståelser af læring indskrives i vores kulturs dualistiske forståelser af læring, særligt dualismen mellem individuel og social læring, mellem kropslig og kognitiv læring og mellem en biologisk og en psykologisk og kulturel forståelse af læring. Disse

dualismer gør det bl.a. vanskeligt at få øje på og begribe små børns læring i deres helhed.

Som udkast til løsninger på disse problemer argumenteres der for:

- Sammenhængen og konsistensen i ”læringspyramiden”, særlig hvorfor og hvordan den kropslige læring danner et fundament for mere bevidste og sprogligt funderede læringsformer.
- At anvende Alan Bishops antropologisk læringsforståelse af læring og af tilegnelse af matematik.
- At anvende begrebet ”før-faglig læring” for at beskrive indholdet i den læring som endnu ikke kan kategoriseres i faglige kategorier, men som klart indeholder potentielt fagligt indhold.
- At etablere en forståelsesramme for en bred forståelse af læring, som overskrider de dualistiske forståelse af læring og bedre kan beskrive og forklare små børns læring.

Kapitlet har tre afsnit. I det første afsnit beskrives hvordan dynamoen i små børns læring ligger i nogle medfødte evner til interaktion og mønstergenkendelse.

I andet afsnit gives en oversigt over læringspyramiden og en teoretisk uddybning og diskussion af sammenhænge og forskelle i forståelser af læring i forhold til læringspyramiden. I kapitel 3, 4 og 5 blev forskellige niveauer af læring af matematik beskrevet og udfoldet ud fra matematikpyramiden som tænkeramme. Læringen på de tre niveauer har hver deres dynamik og hver deres form for kommunikation, symbolfunktion, sprog, erfaring og pædagogik.

I det sidste afsnit diskuteres nogle problemer i brug af læringsteorier til at forstå små børns læring. De mest brugte læringsteorier har vanskeligt ved hver for sig at gribe og begrebssette særligt små børns læring. Der er brug for at anvende og kombinere flere teorier.

Når børn ordner og forklarer

Hensigten med dette kapitel er at diskutere og udvikle teori om før-faglig læring med matematik som eksempel. Bogen og dens modeller handler om en forståelse af tidlig matematik, hvor der udvikles en forståelse før-faglig matematik. Denne forståelse er ikke begrænset til matematik, men kan fungere som en teori om før-faglig læring, som kan være lige så relevant i forhold til andre fag og læreprocesser generelt. Men det vil blive for omfattende at udfolde og diskutere dette tilbundsgående inden for denne bogs rammer. Jeg vil i stedet blot anslå forståelsens generelle karakter ved at gå i dybden med før-faglig matematik.

Små børns læring

Det antropologiske grundlag for læreprocesser hos små børn, som er særligt væsentlige for udvikling af matematiske kompetencer, ser ud til at ligge i deres evne til mønstergenkendelse. Det ser ud til at børn, og andre mennesker, er forprogrammeret til at søge efter de mønstre, som de erfarer i deres interaktion med andre mennesker og deres fysiske omverden. Disse mønstre danner spor og lagres som en før-sproglig erfaring og før-bevidst tænkning, som danner grundlag for orientering og handling.

Det forhold, at børn tidligt er i stand til at foretage mønstergenkendelse, viser sig også i at børn ordner ting og sager i mønstre, med harmoni og symmetri, som beskrevet i kapitel 3. Jeg tolker det sådan at barnets evne til mønstergenkendelse er et læringsmæssigt fundament for læring i

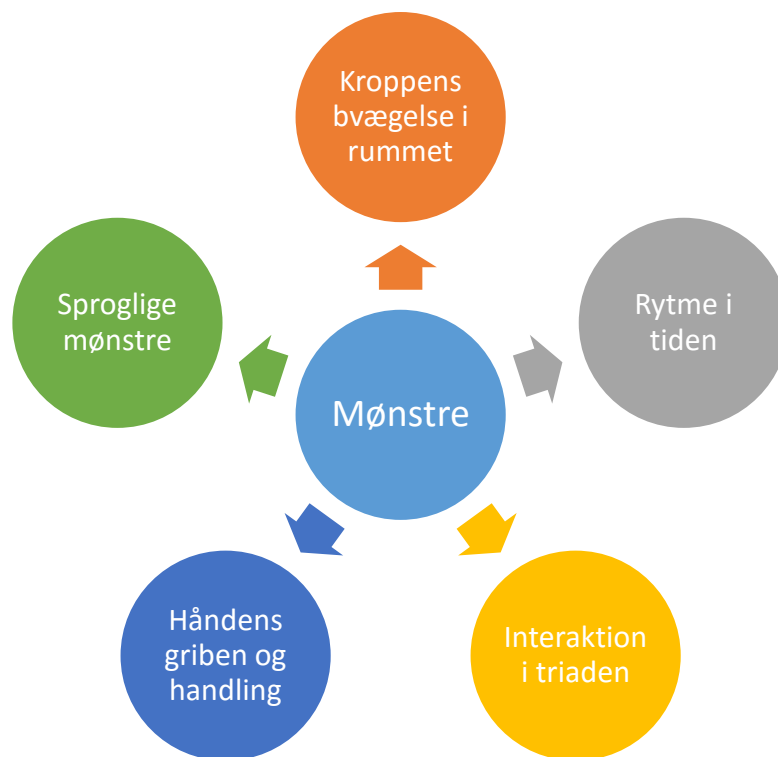
almindelighed og ikke kun for sprog og matematik. Denne hypotese bliver fremlagt og begrundet i dette afsnit.

Jeg vil trække nogle grundlæggende processer frem som centrale for tidlig læring af matematik. Det lille barns læring om dets omverden sker gennem kropslig handling og sansning i fire sammenvævede processer:

- **Interaktionelle mønstre.** Ansigt til ansigt kommunikation, hvor der interageres om ting i den fysiske omverden i ”**triaden**” mellem barnet, tingen og det andet menneske.
- **Funktionelle mønstre.** Håndens gripen om fysiske genstande og afprøvning af ”hvad man kan med det.” Dette giver læring om redskaber, værktøj, legetøj, om **tingene** og hvad man kan bruge dem til.
- **Kinæstetisk-rumlige mønstre.** Kroppens **bevægelse** ud i den fysiske omverden. Giver rumlige erfaringer: læring om **Rummet**.
- **Tidslige mønstre.** Oplevelsen af **rytme**. Giver erfaringer med mønstre i tiden, læring om **Tiden**.

Disse processer foregår på det kropslige og før-sproglige plan. Samtidigt viser det sig at de også danner grundlag for brugsbaseret sprogtegnelse, hvor mønstergenkendelse viser sig at have en central rolle. Derfor udvides rækken af mønstergenkendelsesprocesser med **sproglige mønstre**.

Figur 16 Læring gennem mønstergenkendelse



De forskellige former for handlinger og mønstergenkendelse bidrager hver for sig og til sammen til barnet indkulturering, det vil sige dets gradvise tilegnelse af sin kulturs karakteristika og normer.

Læringstriaden

Barndomspsykologien beskriver hvordan barnets udvikling af selvet finder sted gennem det nære relationelle samspil og af det følelsesmæssige i samspillet. Det læringsmæssige indhold er sjældent i forgrunden i barndomspsykologien, fordi fokus er på selvet og den indre psykologiske udvikling. Men læring om objekter i omverdenen kan let beskrives som et aspekt ved det relationelle samspil der udvider barndomspsykologiens

forskningsmæssige landvindinger. Barnets dannelse af selvet og af sociale kompetencer kan ikke adskilles fra dets erfaringer med den fysiske omverden. Eksempel 24 er et typeeksempel på hvordan læring finder sted i triaden. Esben og Sofie har en interaktion med hinanden og med klodserne og puttekassen. De har en god relation om aktiviteten og har en ”handlings-og-blik-dialog” om det.

Per Lorenzen beskriver denne fælles opmærksomhed i samspil mellem omsorgsperson og spædbarn som en *triade* (Lorenzen, Dialog med usædvanlige børn, 2010).

Når børn ordner og forklarer

I begyndelsen er kommunikationen uløseligt forbundet med deling af oplevelser og gensidig følelsesmæssig kontakt. Helt tidligt i livet trives barnet bedst med, at det samme sker igen og igen, barnet efterspørger således "sameness" (Stern, 1985). Men efterhånden kommer samspillet til mere og mere at handle om noget helt tredje, det der ligger uden for dyaden. Fra ansigt-til-ansigt-interaktionen, som Trevarthen kalder den primære intersubjektivitet, udspringer samspillet mellem personer og noget uden for, som omtales som sekundær intersubjektivitet. Dyaden bliver en triade bestående af barnet, omsorgspersonen og et fælles situationsindhold. (...) Et kendetegn for sekundær intersubjektivitet er, at barnet og omsorgspersonen fokuserer på ting og hændelser, som begge er involveret i, som noget man kan snakke om. (Lorentzen, Dialog med usædvanlige børn, 2010, s. 223-224)

Han opdeler således ikke denne proces i "læring" og i "udvikling" i en barndomspsykologisk forståelse, men ser det som en helhed. Den fælles opmærksomhed om det fælles tredje etableres i den gensidige følelsesmæssige kontakt ved hjælp af blik, dialog, bekræftelse og spejling.

Han beskriver hvordan den fælles opmærksomhed etableres og opretholdes af voksne:

Så snart et barn begynder at vise interesse for ting og hændelser, der befinder sig uden for dyaden, begynder forældrene at følge barnets blik og dets tematiske fokus. De orienterer sig udadtil sammen med barnet. De tager legesager frem og opmuntrer barnets bestræbelser for at undersøge dem. På forskellige måder lærer de barnet, hvordan det kan etablere og opretholde fælles opmærksomhed, række ud efter noget, gribe noget, bede om noget osv. For at fremme interessen for legesager og andre interessante ting, bruger forældrene pegegestus, der gør det lettere at lokalisere noget, og de præsenterer som regel legesagerne lige foran barnet for at opmuntre den til at gribe og undersøge tingene (Papousek

1995). (Lorentzen, Dialog med usædvanlige børn, 2010, s. 224)

Per Lorentzen beskriver hvordan dette ser ud fra det lille barns perspektiv som udfordringer, det må lære at beherske, for at udvikle en moden kommunikation:

Denne interesse for det, som findes og sker i omverdenen, stiller det lille barn overfor nye sociale og færdighedsmæssige udfordringer. For det første, hvordan det skal få sine samspilspartnere med til at dele interessen for det, der ligger uden for ansigt-til-ansigt kontakten. For det andet, hvordan det skal koordinere og samkøre sin og omsorgspersonens opmærksomhed om det, der ligger uden for den dyadiske sfære. For det tredje hvordan det skal tage initiativ til denne samkøring og sagt fra, hvis den anden ikke følger med, altså hvis partnerens opmærksomhedsfokus er et andet sted – eller på et andet aspekt. For det fjerde, hvordan barnet skal forstå den andens perspektiv og være sensitiv for den andens forhold til tingene og det, der sker.

Eller sagt på en anden måde: hvordan skal barnet fastholde samspillet og den delte følelsesmæssige oplevelse med den anden, når det nu rækker ud over den fortrolige relation og retter sig mod ting i omgivelserne? Det må løses, for at blive i stand til at tale om en fælles verden, noget som er kendetegnende for en moden kommunikation. Det handler ikke kun om at vide, hvad tingene derude hedder og er, men om at kunne samtale med andre om oplevelsen af verden. (Lorentzen, Dialog med usædvanlige børn, 2010, s. 224-225)

Per Lorentzens beskriver det som barnets udfordring. Barnet er aktør, men hvordan udfordringen løses, afhænger af den voksne og af kvaliteten i kommunikationen i triaden.

Læring hos børn, som ikke behersker verbalsproget, foregår primært i triaden. Når børn tilegner sig et fungerende verbalt sprog, udvides deres læringsmuligheder, ved at læring også kan finde sted uden for triaden.

Når børn ordner og forklarer

Sammen med deres udvikling af læringsmotiver bliver rummet for læringsmuligheder også udvidet, så de efterhånden bliver i stand til at få udbytte af formidling og erfaring, som processer som er frigjort fra indlejringen i relationen og i triaden.

Den form for læring, som finder sted i triaden, forstærker livet igennem i nye former når ”dig og mig” er fælles om noget, som giver mening og glæde. Relationens betydning er også velkendt i pædagogik og didaktik for alle aldersgrupper.

Måden, den voksne tolker og reagerer på barnets handlinger og ytringer, vil være formet af hvad der er kulturelt almindeeligt og acceptabelt. Her erfarer barnet mønstre i interaktionen. F.eks. far interesserer sig for mig og for vores leg Lego. Barnet lærer at det er en værdsat interaktion. Mor viser i interaktionen at hun ikke værdsætter leg med mudder. Barnet lærer at dette ikke er godt. Kommunikationen i triaden er dermed også den mest grundlæggende måde, barnet bliver kulturelt formet eller socialiseret. Det lærer hvad der er værd at have opmærksomhed på og vurderinger af handlinger ud fra den voksnes intentioner og reaktioner.

Håndens griben om tingene

To antropologiske kendetegn, nemlig ”Det arbejdende menneske” og ”Det redskabsbrugende menneske”, placerer hånden og håndens arbejde i centrum af læring. Begge peger på at mennesket ved hjælp af redskaber producerer fornødenheder for at kunne skabe sig et livsgrundlag. Denne virksomhed er et antropologisk karaktertræk, som igen har formet mennesket i dets videre udvikling. Antropologen Axel Steensberg kalder dette for ”Det manipulerende menneske” (Steensberg, 1985).

Børn er født med en griberefleks og griber fat i de ting, de kan få fat i, og undersøger dem og undersøger hvad man kan med tingene. Det kan være legetøj, redskaber og hverdagsting, men også naturobjekter som pinde, kogler og sten.

Et barn kan f.eks. gribe fat i en pind, svinge med den, slå den mod jorden eller et træ. Det sanser og erfarer pinden, men også hvordan den føles og opfører sig, når den slås mod forskellige objekter. Er det en svirpepind eller

en stiv pind, knækker den eller knækker den ikke? Og hvad kan forskellige pinde ”gøre” og bruges til? Kan den bruges til at prikke med, skubbe ting ned med, røre rundt med, fægte med, slå rytmer med eller bruges til at sætte flag på?

Torben Hangaard Rasmussen beskriver denne form for erkendelse med et citat af Heidegger:

Menneskets primære omgang med verden er ikke den blot fornemmende erkenden, men den håndterende, brugende sætten i værk, som har sin egen erkendelse. (Heidegger 1976, s. 67)

Denne form for omgang med verden har sin egen logik eller forståelse, hvor det værende træder frem som tøj, der er ”vedhånden” (Zuhandenheit). Værktøj eller legetøj har ikke først bestemte objektive, neutrale genskaber, der så i anden omgang tillægges subjektive betydninger ved at blive manipuleret med. Hånden er rettet mod tøj og bliver faktisk kun til en arbejds- eller legehånd i kraft af denne særlige struktur eller relation. Omvendt må vi også sige, at tøj kun bliver til tøj takket være den manipulerende hånd. (Rasmussen, Legetøjets virtuelle verden - essays om legetøj og leg, 2001, s. 18)

Det er altså den gribende og handlende hånd, der i relation til ”tøj” bliver til værktøj og legetøj. Det er tingenes brug og ”vedhåndenheden”, som udvider kroppens handlemuligheder og dermed også erkendelsesmuligheder. Ordet ”tøj” anvendes her i sin gamle og oprindelige betydning, som genfindes i ”værktøj” og ”legetøj”, hvor tøj har med håndens værk at gøre (Rasmussen, Legetøjets virtuelle verden - essays om legetøj og leg, 2001).

”Vedhåndenheden” er nært knyttet til tingenes sanselighed:

Jeg har bevidst fremhævet barnehænderne, fordi legetøj i modsætning til f.eks. computerpil, der særligt appellerer til synet, er taktile fænomener. Børnene rører ved legetøjet, griber fat i det, fortæller om det, fører det frem foran sig, praler af det, vender og

Når børn ordner og forklarer

drejer det, samler det op, smider det væk, sætter det sammen, skiller det fra hinanden. (Rasmussen, Legetøjets virtuelle verden - essays om legetøj og leg, 2001, s. 10)

Samtidigt med at børn selv erfarer tingenes ”vedhåndenhed”, ser og erfarer de hvordan andre børn og voksne bruger legetøj, redskaber og værktøj, og prøver at gøre det efter. Denne tilegnelse af den kulturelle brug af værktøj og legetøj finder også sted i relationer i triader i bestemte settings og kontekster, som giver tøj mening og betydning. F.eks. køkkenting, voksenting og børneting i børnehaven, legetøj og værktøj. ”Værktøj eksisterer i kraft af, at det realiserer muligheder. Legetøj i kraft af, at det iscenesætter muligheder.” (Rasmussen, Legetøjets virtuelle verden - essays om legetøj og leg, 2001, s. 26)

Læring om tingenes verden finder sted *gennem* brugen af tingene i en meningsfuld og social kontekst. Man lærer ikke først om tingene, og så lærer man at bruge dem. Men man tager dem i hånden og bruger dem, og lærer deraf hvad de er, ud fra hvad man kan med dem.

Kulturelt set er denne ”håndens værk” grundlaget for udvikling af håndværk og teknologi i vid betydning, og håndelag kræver tid og øvelse og adgang til mange slags ”tøj”. Børn bruger f.eks. typisk meget tid på at lære at tegne og male, holde på en blyant og andet skrivetøj, lære at håndtere dem, så de kan tegne og male det, de vil. Skrivetøjet bliver et redskab som forlænger kroppens kompetencer til at udføre et arbejde. Det kan også være at sy og strikke, fremstille noget i træ o.l.

De vedhåndenværende ting, som undersøges af den gribende hånd, bliver efterhånden til legetøj, værktøj, husgeråd og andre former for redskaber og teknologier. Udvikling af matematisk kundskab er nært knyttet til udforskning og ordning af tingenes verden: hvordan de er, og hvad man kan gøre med dem. Alan Bishop siger at kulturens teknologiske komponent er den basale ved at de andre dele af kulturen er afhængig af denne (Bishop, Mathematical Education in its Cultural Context, 1988).

Kroppens udforskning af rummet

Gennem børns udforskning af rummet ved at bruge deres krop og deres sanser, særligt den kinæstetiske sans, erhverver de rumforståelse som har et indhold af tidlig geometri og tidlig matematik.

Disse eksempler viser dette: eksempel 9, hvor Emanuel udforsker siddepladser med kroppen, eksempel 10, hvor Remi finder vej hjem, og eksempel 20, hvor Andreas ikke kan nå bordet med armen og må gå en anden vej.

Børns bevægelse af kroppen har to sider: dels en udforskning af deres ydre fysiske omverden, dels en indre sansende og erkendende side. Her grundlægges nogle fundamentale erfaringer som matematisk tænkning hviler på.

I dette dokument er det den matematiske forståelse af rum der fokuseres på. Det vil sige at børns forståelse af rummet som omgiver dem, samt opfattelsen af sin egen placering i rum. Det at kunne tænke rumligt er vigtig, fordi det er en helt essentiel del af det at tænke matematisk. Alle mennesker har rumforståelse. Dette er et område af matematikken som udvikles fra første dag, og som alle har mulighed for at tilegne sig. Allerede når børn fødes, oplever de rummet rundt om sig. Fra at have det trangt inde i mors liv, har de nu mulighed for at strække sig i alle retninger. Efterhånden som børn vokser og udvikler sig, vil de udforske stadig flere sider af dette rum. Børn erfarer eksempelvis rum gennem at møde lukkede rum (klodserne er inde i klodskassen), gennem at måtte forstille sig hvad der sker, uden at de ser hele bevægelsen (hvor blev bolden af som faldt ned og trillede ind under sofaen), gennem at bevæge sig (glide ned ad rutsjebanen), gennem at orientere sig (finde tilbage til dukkekrogen efter et tur ude i køkkenet), gennem at forstå og bruge rumbegreber (din hue ligger øverst på hylden). Børns rumforståelse er kompleks og mangesidig, og omfatter delfærdigheder. Disse færdigheder tilegner børn sig gennem at de udforsker rum med hele kroppen. Børn må erfare rummet

Når børn ordner og forklarer

sanseligt, før de kan udvikle en forståelse for det. (...) Vi kan sige at rumforståelse er en forudsætning for at kunne forstå former og tal. (Nakken, 2017) (Egen oversættelse)

Så snart børn begynder at kravle og dermed bliver i stand til at flytte sig rundt og op og hen, begynder de at udforske rummet gennem deres krop. Vores datter kunne i begyndelsen kun bakke og havnede ofte under sofaen. De bruger de bevægelsesmønstre, de behersker, og prøver sig frem.

Små børn kan bruge meget tid på at kravle op og kravle ned, - sikkert for at få en sikker kropslig erfaring og fornemmelse for rummet: hvad kroppen *kan* i rummet, mens de bruger deres kinæstetiske sans, som beskrevet under den matematiske aktivitet ”lokalisere” i kapitel 2.

Oplevelsen af tidens rytme

Det nyfødte barn er født med et ”muisprog”, som kobler sansninger og lyde med bevægelse og rytme, som Dion Sommer beskriver det (Sommer, Udvikling: Fra udviklingspsykologi til udviklingsvidenskab, 2017, s. 22). Rytmen må derfor anses som et fundamentalt element i børns udvikling og læring.

Fra fødslen er børn afhængige af deres omsorgsgivere, da de ikke er i stand til at tage vare på sig selv, få opfyldt sine behov og foretage affektregulering. De er henvist til at deres udtryk og følelser bliver tolket rigtigt, og at der bliver svaret på dem i form af at de får opfyldt deres behov på det rette tidspunkt.

Dette handler om den kropslige og tidsmæssige rytme, om at få mad og drikke, blive skiftet, få søvn og aktivitet og følelsesmæssigt samvær og vitalitet på passende tidspunkter, i passende mængder og på måder som er sensitive over for barnets signaler. Omsorgen organiserer og regulerer barnets sanseoplevelser ved at skabe helhed og mønstre. Oplevelsen af dag og nat, mønsteret i dagsrytmen. Oplevelserne af at blive taget op, blive skiftet, få morgenmad, få tøj på og så videre bliver efterhånden koblet til oplevelserne af lys og mørke, af solens gang, af morgen og aften, altså af naturens rytme.

Ugerytmen opleves f.eks. med 5 dage i vuggestue og to dage med far og mor hele dagen. Oplevelsen at dagene har en genkendelig struktur. Men også oplevelsen af variation, at der bliver forskel på dagene. Senere oplevelsen af årstiderne, af årsrytmen. Oplevelsen af særlige dage: fødselsdag og jul og ferie og lignende.

Når børn udvikler verbalt sprog, bliver betegnelser, som refererer til den tidlige rytme begreber som umiddelbart giver mening: ”Når du har sovet tre gange, så kommer jeg igen”, ”Når du har haft fødselsdag næste gang, så...”

I det nære samspil mellem barn og omsorgsgiver spiller den tidlige rytme også en væsentlig rolle: barnet smiler til mor, mor ser og smiler tilbage. Dialogen tager form. Dialoger har også deres rytmer med timing, tidsmæssig takt og taktfuldhed i samspillet. Turtagningen er rytmisk og afpasset, når dialogen fungerer godt. Rytmen skaber orden og forudsigelighed, men også visse variationer.

Oplevelsen af sociale samspil er også tidsmæssigt strukturerede: sociale og kulturelt formede samspilssituationer har sine rytmer: F.eks. måltidet med samlingen om bordet, den fælles begyndelse, serveringen af maden, først spises relativt hurtigt, så går samværet ned i kadence, og ”roen falder over selskabet”, og man sidder og småsnakker eller blot nyder mætheden og samværet. Ikke alle måltider foregår på denne måde, men der er et kulturelt mønster, som barnet socialiseres ind i.

Musikken har også sin tidlige rytme, som opleves tidligt. I det store og i det små oplever børn tidens rytmer, både gennem en fysisk strukturering af tiden (dag, nat, varme, kulde o.l.), en psykologisk strukturering af tiden (psykologisk udvikling gennem transaktion med andre og udvikling af fornemmelser af gryende selv, kerneselv osv.) og en kulturel strukturering af tiden, i og med at rytmer i videste betydning er kulturelt formede eller tillagt kulturel betydning. De tidlige mønstre skaber orden, mening og betydning i menneskers liv. Denne tidlige orden er også et fundament for matematik.

Når børn ordner og forklarer

Sproglige mønstre

De ovenstående fire processer er som udgangspunkt overvejende kropslige processer. Men sprogtilegnelse viser sig også at bero på barnets evne til interaktion og mønstergenkendelse. Det tyder således på at disse evner ikke blot er grundlæggende for små børns læring, men også for større børn, og nok også for mennesker i alle aldre.

Den amerikanske psykolog og sprogteoretiker Michael Tomasello (1950 -) har udviklet en teori om brugsbaseret sprogtilegnelse, det vil sige at sprog læres i brug og til brug i hverdagens kommunikation.

Teorien bygger på at den forståelse at:

- Ordene får deres mening gennem deres brug.
- Sprogets struktur tilegnes gennem brugen af sproget.

Han bygger sin argumentation på at børn fra omkring 1 års alderen besidder to kognitive færdigheder:

1. De kan læse andres intentioner. Dette udvikler sprogets funktionelle dimension.
2. De kan finde mønstre i sproget. Dette udvikler sprogets grammatiske dimension. (Tomasello, 2009)

Når børn er ca. 9 måneder, kan de have fælles opmærksomhed om noget fælles, f.eks. med deres mor og far. Den voksne peger på noget, barnet blik rettes mod dét, der peges på, - senere også omvendt (Tomasello, 2009).

Sammen skaber de en kommunikativ treenighed. Det svarer til det, som tidligere er beskrevet som læringstriaden med "handlings-og-blik-dialog".

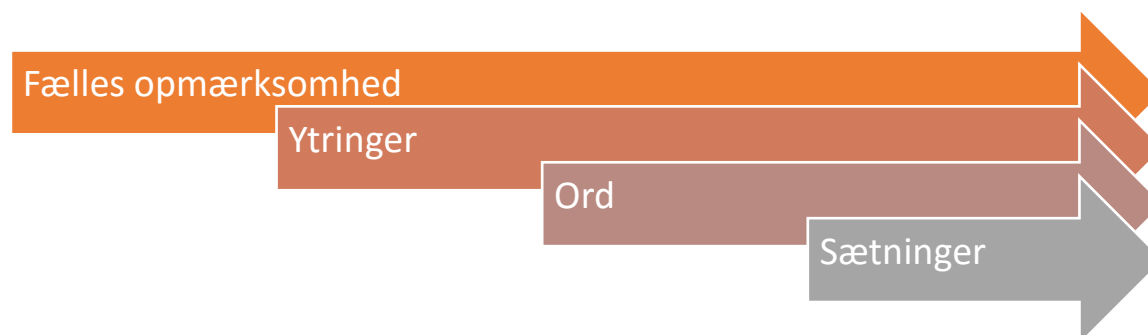
Sammen med den kropslige kommunikation i denne interaktion hører barnet den voksne sætter ord på dét, de har fælles opmærksomhed på, f.eks. en kat: "Se katten!" Barnet hører lydene i ordet "kat" i situationer, hvor der er fælles opmærksomhed på katten. Derved kobles ordets lyd ("kat") med ordets indhold (den konkrete kat). Herved får ordenes deres mening.

Sprogets struktur udvikles ved at barnet genkender mønstre i hvilke ord, som bruges i hvilke situationer i forhold til at udtrykke bestemte intentioner. Ud fra de mønstre, som barnet erfarer, danner det hypoteser og afprøver dem. Gennem feedback, når de afprøver hypoteserne, finder det ud af om hypoteserne holder, de opdager variationer og danner nye hypoteser.

På denne måde udvikler barnet efterhånden et mere nuanceret sprog med flere variationer af de sproglige skabeloner (Tomasello, 2009). Det grammatiske hænger sammen med efterhånden at lære, hvornår man f.eks. bruger et ord i nutidsform eller i datidsform, og hvornår man bruger ordenstal (Den første, den anden...) og kardinaltal (1,2,3...). Dette afhænger også af meningen i situationen og af at man vil udtrykke noget bestemt.

Processen med at lære sprog i kontekst ud fra dets funktion kan illustreres ved nedenstående figur.

Figur 17 Brugsbaseret sprogtilegnelse



Den fælles opmærksomhed i triaden er fundamentet. Deltagerne kommunikerer i situationen med ytringer, som udtrykker en komplet kommunikativ intention med følelsesmæssige udtryk ved hjælp af kropssprog f.eks. at pege, med smil og grimasser o.l. Når en voksen taler til et barn, forsøger barnet umiddelbart at forstå den samlede kommunikative *intention* bag ytringen: hvad er det den voksne vil mig? - hvordan den voksne bruger en ytring til at henlede barnets opmærksomhed på noget bestemt.

Den voksne bruger ord som en del af den samlede ytring. F.eks. "Der er bolden", "Giv mig bolden", "Bolden triller", "Bolden hopper", "Jeg vil have bolden", "Kast bolden", "Den bold er Jefferys", "Hvor er din bold?" (Tomasello, 2009). Det er tydeligt at ordet "bold" går igen i disse situationer, hvor en konkret bold også indgår i interaktionen. Det er også tydeligt at ordene indgår i ytringer, som udtrykker intentioner, beskrivelser m.v. Pointen er at betydningen af begrebet bold udspringer af barnets oplevelser i de situationer, hvor ordet "bold" er blevet brugt som en del af en ytring, som giver mening i en bestemt kontekst.

Begrebet får mening gennem *den funktion* ordet har i en ytring i konkrete interaktionsforløb med fælles opmærksomhed. Mønsteret i de forskellige ytringer i situationer, hvor der indgår en konkret bold, er at barnet hører ordet bold. Barnet søger efter mønstre mellem situationerne, hvor bold indgår og hvor ordet "bold" bliver sagt. Barnet udskiller ordets funktion ud fra forskelle og ligheder mellem forskellige situationer, hvor ordet er brugt. Her tolker barnet ordets (under)funktion ud fra dets funktion i den samlede ytring i situationens helhed. Børn lærer ikke begrebet "bold" ved at høre ordet "bold" og samtidigt få vist en bold.

Tomasellos brugsbaserede sprogtilegnelse ligner Marit Johnsen Høines' beskrivelser af børns tilegnelse af begreber og tilegnelse af sprog af 1. orden, som beskrevet i kapitel 4. Men Tomasello forankrer sprogtilegnelse i det før-sproglige, hvor barnet aflæser intentioner gennem ytringer i interaktioner med fælles opmærksomhed. Herved kobler han læring i triaden med begrebsindlæring, eller i denne bogs termer: kropslig læring med læring gennem sprog og udtryk.

Når børn ordner og forklarer

Læringspyramiden

Modellen ”Matematikpyramiden”, som er præsenteret i kapitel 1, har været en gennemgående model igennem bogen. Modellen afspejler også en mere

generel forståelse af tidlig læring. Den kan derfor omformuleres til den generelle ”Læringspyramide”.

Figur 18 Læringspyramiden



Pyramiden illustrerer at tidlig læring foregår på tre forskellige måder, men også at læring på et niveau bygger oven på læring på det underliggende niveau, som grundlag eller erfaringsbaggrund.

Faglig læring betegner den læring, hvor barnet tilegner sig formel og konventionel viden i form af viden og færdigheder, der i vores kultur afgrænses som ”fag”. Hvert fag har sit vidensområde, indhold, metode,

kulturteknikker, fagsprog og sin måde at se, forstå og forklare verden på. Denne viden er abstrakt og generaliseret, det vil sig uafhængig af kontekst.

Tankegangen i læringspyramiden kan genfindes i flere forsøgs- og udviklingsarbejder og i tendenser i forskellige fags begynderundervisning. I danskundervisning har man i de senere år arbejdet med ”børneskrivning”, hvor børnene skriver fra første dag, de begynder i skolen, inden de har lært at ”at gøre det rigtigt”. Dette svarer til børnematematik, som beskrevet i

Når børn ordner og forklarer

denne bog. Der har være gjort forsøg med filosofi med børn, efter samme tankegang. Tidlig science i dagtilbud og faget ”natur og teknik” har også samme tankegang, hvor børn gennem undersøgelser og øvelse i at resonere videnskabeligt, teste hypoteser, skal få en forståelse af naturfænomener og på denne måde arbejde med at erfare sammenhænge mellem årsag og virkning.

Kropslig og sansemæssig læring er ofte en underforstået baggrund for børns læring på dette mere bevidste plan. Børns læring af abstrakt matematik

baserer sig på til den viden, de allerede har, deres egen forståelse, kunnen og tænkning. Dette finder sted uanset om pædagogen eller læreren ser, anerkender og inddrager dette i deres didaktiske overvejelser, hvilke ville give bedre og mere meningsfuld læring.

De forskellige niveauer i læringspyramiden karakteriseres ved forskellige måder at lære på med hensyn til hvordan den pædagogiske trekant, kommunikation, erfaring og symboler fungerer i læringen.

Tabel 4 Oversigt over læringsaspekter i læringspyramiden

	Den pædagogiske trekant	Kommunikation	Erfaring	Symbolfunktion	Matematik
Krop	Læringstriaden	Kropslig kommunikation	Kropslig erfaring	Sansning af udtryk	Kropslig matematisering ”Konkret – konkret”
Udtryk og sprog	Voksenstøtte til barnets perspektiv på sagen	Hverdagssprog. Sprog af 1. orden	Bevidst og sprogliggjort erfaring	Fremstillings-funktion: præsentation og repræsentation	Børnematematik ”Konkret – abstrakt”
Faglig	Oversættelse og indvielse	Fagsprog. Sprog af 2. orden, som efterhånden bliver til sprog af 1. orden	Relationen mellem generaliseret kulturel erfaring og personlig konkret erfaring	Ren betydning	Faglig matematik ”Abstrakt – abstrakt”

Oversigten viser at læring og matematisering foregår på tre forskellige måder i hver deres niveau i matematikpyramiden. Pointen er at modellen ikke blot er en praktisk og didaktisk model, men at konstruktionen af de tre niveauer kan beskrives teoretisk sammenhængende.

De forskellige aspekter i oversigten er beskrevet igennem bogen, særligt i kapitel 3,4 og 5. Her vil teoretiske forhold blive uddybet, særligt omkring kommunikation og symbolske former, fordi kommunikation og ”det symbolske” anvendes i en bredere betydning, end dem der anvendes i

gængse definitioner. Forskellene på læring på de tre niveauer sammenfattes i hvordan barnet arbejder med ”det konkrete” og ”det abstrakte” i pyramidens niveauer.

Kommunikation

Den norske psykolog Per Lorentzen har i forhold til kommunikationen i samværs- og samhandlingssituationer, som de f.eks. foregår i triaden, kritiseret den traditionelle kommunikationsmodel. Modellen tager

Når børn ordner og forklarer

udgangspunkt i, at informationer – eller budskaber – overføres mellem personer, afsender og modtager, som individuelle, adskilte informationsbearbejdende enheder.

Han kalder dette for ”monologisk kommunikation”. Sprog tænkes at bære information mellem to adskilte bevidstheder. Budskabet tænkes at findes i afsenderens bevidsthed. Kommunikationen går ud på at afsenderen koder og sender budskabet til modtageren, som så skal afkode budskabet. Bag denne forståelse af kommunikation ligger det syn, at tænkning foregår inde i de enkelte personers bevidstheder og ikke i den sociale praksis, mennesker er involveret i sammen (Lorentzen, Fra tilskuer til deltager. Samspil og kommunikation med voksne udviklingshæmmede, 2013). Mennesket ses som objektiv beskuer af verden, og ikke som en deltager i verden. Ordene repræsenterer ting i virkeligheden. Sprog betragtes som benævnelser for ting og fænomener i virkeligheden. Ord betragtes som ”beholdere” for budskab. Det monologiske ligger i at teorien fokuserer på at den anden forstår mit budskab, og at jeg evt. forstår den andens budskab, at overføre et budskab fra den ene til den anden.

Denne forståelse af kommunikation stiller store krav til deltagerens kommunikationskompetencer. Små børn vil ikke være kompetente nok til dette, men han siger at forståelsen af hvad kommunikation er, er for snæver, abstrakt og kontekstløs:

Ingen kommunikerer for at sende et budskab til en modtager, men fordi man befinder sig i hændelser og kontekster, som man forholder sig til, har mening om og en holdning til, og som man gerne vil have den andens aktive reaktion på. Uden reaktioner fra andre, bliver man ikke klog på sig selv, på det man mener og tænker. (Lorentzen, Dialog med usædvanlige børn, 2010, s. 57)

Over for dette stiller han dialogisk kommunikation. ”Den dialogiske tilgang til kommunikation retter opmærksomheden mod den usynlige baggrund for vore sociale aktiviteter med hinanden (Lorentzen, Fra tilskuer til deltager. Samspil og kommunikation med voksne udviklingshæmmede, 2013, s. 261). Dialogisk kommunikation kræver at deltagerne involverer sig i hinandens

måder at opleve verden på. Han placerer kommunikation som en del af samhandling og interaktion.

Kommunikation handler om at opnå en fælles forståelse og en intention om at forstå den andens livsverden og perspektiv. Udgangspunktet for kommunikation er at dele erfaringer og oplevelser med andre, ikke at dele et budskab. Mening og forståelse skabes gennem intersubjektivitet, og man kan kun få indblik i den andens perspektiv gennem intersubjektivitet:

Uden en fælles livsform er hverken kommunikation eller forståelse mulig. For at man i det hele taget skal kunne udforske indholdet i og forstå den konkrete mening i det, enkeltpersoner siger i kommunikationen, er det nødvendigt med intersubjektivitet, et delt og meningsfuldt samvær, der fremstår for os som umiddelbart indlysende. (Lorentzen, Dialog med usædvanlige børn, 2010, s. 171)

Han kalder dette for ”et usynligt bagtæppe”, som ofte er underforstået i traditionelle kommunikationsmodeller.

En fælles forståelse opstår ikke blot ved at et sendt budskab bliver afkodet mere eller mindre korrekt. Den opstår gennem en samtale, hvor mening og forståelse forhandles frem:

Den udstrakte og kontinuerligt igangvarende sociale forhandlingsproces, hvor mening og forståelse opstår, udgør en mellemmenneskelig aktivitet eller virksomhed. (Lorentzen, Fra tilskuer til deltager. Samspil og kommunikation med voksne udviklingshæmmede, 2013, s. 245)

Han anerkender at det traditionelle syn på kommunikation også har sin plads og funktion, men ser det ikke som den primære form for kommunikation. Han nuancerer derfor sin kritik og formulerer kommunikation som et kontinuum mellem to poler:

Kommunikation spænder over et bredt spektrum fra – i den ene ende – en grundlæggende udviklingsbetingelse for dannelse af mening og forståelse, - og den anden ende af spektret –

Når børn ordner og forklarer

kompetencen til at kunne udtrykke det, man har på hjerte i en konkret samtale. (Lorentzen, Dialog med usædvanlige børn, 2010, s. 65)

Kommunikation med små børn er forankret i samvær og i samhandling, f.eks. i handlings-og-blik dialogen. De har ikke udviklet kompetencer til at udtrykke sig monologisk endnu. Derfor må kommunikationen med små børn udspille sig i den ene ende af spektret. Kvaliteten i kommunikationen – og af læringen - afhænger af i hvor høj grad og hvordan der svares på barnets initiativer og reaktioner.

I forhold til tidlig læring betyder dette syn på kommunikation at de skal være en passende balance mellem at få barnet til at udtrykke sig og at skabe en fælles oplevelsesverden sammen med barnet. En balance som skal svare til barnets kommunikative formåen. Pointen er at udvidelsen af den fælles oplevelsesverden gennem dialogisk kommunikation kommer før behovet for at kunne beherske kommunikationsteknikker. Det skal først være noget fælles at tale om, for at budskaber giver mening og bliver nødvendige at dele.

Det symbolskes funktion i matematisering

Matematik handler om at kunne anvende symboler, tal, tegn, figurer, ligninger m.v. Matematisering beskrives af Freudenthal som problemløsning ved hjælp af symboler (Skott, Hansen, & Jess, 2008). Derfor skal vi se nærmere på hvad symboler er, og hvilken funktion de har, og hvordan det symbolske kan forstås i børns hverdag og læring.

Almindeligvis betyder ”det symbolske” at et symbol betegner noget. Symbolet repræsenterer det betegnede. Et tretal betegner tre objekter. Et meter er et symbols udtryk for en bestemt afstand. En cirkel kan symbolisere en bold i en tegning. Det betegnede behøver ikke umiddelbart at være til stede i situationen. Brugen af symboler gør det muligt at kommunikere om noget, som ikke umiddelbart er til stede i situationen. Det vil sige at brugen af symboler gør det muligt at arbejde abstrakt og generelt med den konkrete virkelighed.

I den traditionelle opfattelse af matematik tilhører matematiske symboler ”faglig matematik” i matematikpyramiden, og den konkrete virkelighed tilhører den nederste del af matematiktrekanten. Så enkelt forholder det sig ikke. I børnenes matematisering anvendes der symboler i alle trin i matematikpyramiden. For at udfolde dette forhold må der en mere nuanceret forståelse af ”det symbolske” på banen.

Hvis børn bygger en hule og er i gang med at finde pinde til taget, må pindene have en bestemt længde for at vore lange nok. Børnene går rundt og finder pinde og lægger dem på hulens sider og finder ud af at nogle er for korte og nogle er lange nok. De forsøger sig frem. Når de bygger hulen, kan det være, at legen og samarbejdet om hulebyggeriet primært foregår gennem den kropslige kommunikation. Måske med støtte at udtryk som: ”en mere”, ”sådan en” og ”den der”. Det symbolske er indlejret i legen. Hulen kan i legen være et slot. Meningen med pindene og deres længde ligger implicit som en del af legen, som børnene har forhandlet. De er i gang med de matematiske aktiviteter leg og design.

Hvis børnene sammenligner pindenes længde, når de søger og samler pinde, eller prøver om de er lange nok, ved at lægge dem op som tag, så er de i færd med endnu en matematisk aktivitet: måling. Hvis de bruger en bestemt pind, som er ”lang nok”, til at tage med ud i deres søgen efter flere pinde, som er lange nok, så anvender de en ”målestok” i ordets egentlig betydning. Det viser sig lettere at finde de pinde, som er lange nok, ved at tage målestokken med. Her er den bestemte stoks længde blevet et symbol for ”lang nok til taget på hulen”. Denne målestok, dette symbol, er konkret i forhold til situationen. Men man kan spørge børnene hvad de bruger pinden til og hvordan. Og de kan forklare og vise hvordan. Det vil sige at de kan formulere det symbolske i form af børnematematik.

Man kunne også introducere en tommestok og måle pindenes længde og udtrykke længden ”lang nok” i form af et antal centimeter. Hvis man gør det, er der tale om faglig matematik.

Børnene kan godt bygge hulen uden at vide noget om tommestokke og centimeter. Pointen er at børnene i deres matematisering finder og bruger symboler som er nødvendige i situationen. De gør det, og de kan gøre rede

Når børn ordner og forklarer

for det (afhængig af alder og sproglige færdigheder), og det gør de længe inden de kender til de faglige måder at foretage målinger på. De udvikler egne symboler og bruger de begreber, de kender, og den viden, de har, og udvikler deres egen måder at måle og forklare på i børnematematik.

Der er brug for at se det symbolske som noget der også kan være situationsbundet og kropsligt, en bredere og mere nuanceret forståelse af "det symbolske", og af hvordan det fungerer i børns ageren – og i menneskelivet i øvrigt. Det symbolske handler ikke kun om at kunne, forstå og anvende abstrakte symboler.

Merleau-Ponty anvender en forståelse af de symbolske former, som er udviklet af den tyske filosof Ernst Cassirers (1874-1945) (Rasmussen, Kroppens filosof Maurice Merleau-Ponty, 1996). Cassirers teori om "symbolske former" har en anderledes og bredere betydning, end den traditionelle definition af symboler:

Det symbolske kædes normalt ikke sammen med sansningen, der tilsyneladende er kendetegnet ved nærvær, som ikke viser hen til andet end sig selv. Almindeligvis tillægges det symbolske udelukkende en repræsentativ funktion, dvs. at det viser hen til, repræsenterer noget, der ikke umiddelbart er til stede i perceptionen. Blyanten, der bliver til en flyver i drengens leg, symboliserer en virkelig, ikke-tilstedeværende flyvemaskine. Hjertet, der er ridset ind i træet, symboliserer kærlighed. De matematiske symboler, der skrives på tavlen, viser hen til andre symboler. Symboler viser tilsyneladende væk fra sig selv ved at noget bestemt træder i stedet for noget andet.

Cassirers begreb "symbolsk form" har en ganske anden betydning. Det henviser først og fremmest til, at mennesket ikke er et passivt væsen, men i alle sine kulturelle ytringer forvandler og omformer verden. (Rasmussen, Kroppens filosof Maurice Merleau-Ponty, 1996, s. 68)

Det betyder at det symbolske er en måde at erkende på, som ikke primært er intellektuel, men fundamentalt sanselig. "Med sine hænder, fødder, øjne

og ører kommunikerer mennesket fra første færd meningsfuldt med verden. Der er mening, som Merleau-Ponty ynder at udtrykke det." (Rasmussen, Kroppens filosof Maurice Merleau-Ponty, 1996, s. 68) Og: "Mennesket erfarer kun verden igennem forskellige symbolske former (sansning, sprog, kunst, leg, videnskab." (Rasmussen, Kroppens filosof Maurice Merleau-Ponty, 1996, s. 69)

Det betydningskabende element er til stede på alle niveauer.

De symbolske former ytrer sig ganske forskelligt i historien og kulturen og opretholdes af tre forskellige symbolfunktioner:

1. **Sansning af udtryk** (Ausdrucks wahrnehmung) er den mest primitive eller oprindelige symbolfunktion og først og fremmest virksom i barndommen, myten, eventyret og den legende omgang med verden. På dette tidlige niveau, hvor legetøj i virkeligheden er hjemmehørende og bliver som fænomen for barnet, er der ikke altid en klar skelnen mellem indre og ydre, drøm og virkelighed, fysisk og psykisk, subjekt og objekt. På det fænomenale plan drager legetøjet barnet til sig i kraft af sit umiddelbare udtryk. Barbie dukken, playmobilfiguren, dinosauren. My little Pony med den lille manke udstråler umiddelbart noget.
2. **Fremstillingsfunktionen** (Darstellung) manifesterer sig gennem sproget. Det tyske begreb "Darstellung" betyder at stille frem, at skabe og forme, at sætte noget i verden. Det kan derfor ikke oversættes alene med repræsentation. I sproglige fremstillinger er der både et præsentativt og repræsentativt element. Fremstillingsfunktionen har sin oprindelse i sansningen af udtryk, men den viser samtidigt ud over denne ved at distancere sig sprogligt fra verden. Den sproglige distancering er medvirkende til at gøre verden større og bringe den på begreb for barnet.
3. **Den rene betydningsfunktion** (reine Bedeutung) ytrer sig i logikken og i videnskaben." (Rasmussen, Legetøjets virtuelle verden - essays om legetøj og leg, 2001, s. 113)

Når børn ordner og forklarer

Torben Hangaard Rasmussen anvender endvidere Ernst Cassirers (1874-1945) værk ”De symbolske formers filosofi” i en afdækning af relationen mellem leg og symboler (Rasmussen, Legetøjets virtuelle verden - essays om legetøj og leg, 2001).

Det symbolske i udtrykssansningen kræver lidt mere forklaring, fordi symbolerne i denne forståelse her har en anden funktion end den som de fleste definitioner på symboler angiver:

I udtrykssansningen er der ingen klar adskillelse mellem ”tegn” og ”betegnet”. På et fænomenologisk plan indebærer det f.eks., at et mindreårigt barn nemt perciperer sine legetøjsfigurer som halvvejs levende. Som de står på hylden udtrykker de helt indlysende noget, når det tager dem i nærmere øjesyn, taler til og gennem dem og lader sin hånd glide over dem. Barnet hæger derfor over sine plastikfigurer. Det vil sove med dem om natten og bliver uhykkelig, hvis det bliver væk. Spørger man barnet ved det selvfølgelig godt, at der kun er tale om plastik, og at figurerne set med voksenøjne blot fremstiller eller repræsenterer noget. (Rasmussen, Kroppens filosof Maurice Merleau-Ponty, 1996, s. 70)

Udtrykssansningen sker *mellem* barnet og tingen i en oplevelsesverden. Denne ligger som en urform før fremstillingsfunktionen, hvor der er en klar adskillelse mellem tegn og det betegnede, når sprog og symboler repræsenterer nogle ikke-nærværende ting og forhold.

I udtrykssansningen fungerer det symbolske som udtryk *i situationen*, hvor det symbolske i sproget udtrykker noget *om* en situation eller en ting, og er løsrevet fra denne.

Udtrykssansningen griber verdens umiddelbare fremtræden. Verden kommunikerer med barnets sanser, når det en sommerdag ligger på det nyslåede græs og indsnuser dets dufte. Lyde, lugte, billeder og fantasier smelter sammen og glider ind over hinanden. Udtrykssansningen er synestetisk, dvs. at sanserne kommunikerer umiddelbart med hinanden. I

”Perceptionens fænomenologi” taler Merleau-Ponty om, at der er synergi mellem sanserne. I barndommens sansemæssige erfaringer kommer den kropsligt formidlede tilegnelse af udtryk før den sproglige og begrebsmæssige forståelse af tingene.” (Rasmussen, Kroppens filosof Maurice Merleau-Ponty, 1996, s. 70-71)

Den mest elementære form for sansning har kort sagt en bestemt udtryksværdi: Det kan være faderen, der rører ved og smiler til barnet eller omvendt. Det kan være et barn, der bliver vred og truer et andet barn med sin løftede hånd, stiller et spørgsmål med arme og ben, rødmer af skam, griner og græder under legen m.m. Udtryksformen er er særlig eksistensforståelse, der tydeligvis har sin oprindelse i intimsfæren. (Rasmussen, Kroppens filosof Maurice Merleau-Ponty, 1996, s. 71)

I udtryksfunktionen, der også kendetegner myten, er der en uløselig sammenhæng mellem sansning og følelse. Der er ingen klar adskillelse mellem subjekt og objekt, ting og deres egenskaber flyder sammen og overlapper hinanden. (Rasmussen, Kroppens filosof Maurice Merleau-Ponty, 1996, s. 70)

Denne forståelse indebærer at barnet er et aktivt kulturelt og skabende væsen, som fra første færd anvender symboler i sine aktiviteter. Det er et opgør med den forståelse at børn først erfarer verden og dernæst lærer symboler, som kan udtrykke denne erfaring på en abstrakt måde. Først lærer ”tingene at kende” og dernæst lærer de symboler, som kan betegne disse ”ting”. Erfaring er ikke blot en logisk og fornuftspræget proces, men en kulturel og kropslig proces.

Forståelsen vender hele den traditionelle forståelse af, hvad symboler er, og hvad de bruges til, på hovedet.

I den traditionelle forståelse af symboler og af læring af matematik skal børn lære de abstrakte symboler at kende, de skal lære hvad symbolerne betegner, for at de kan lære at tænke og kommunikere ved hjælp af symboler.

I Cassirers og Merleau-Pontys forståelse anvender og kommunikerer børn ved hjælp af symboler fra første færd, når de sanser og erfarer verden. Den

Når børn ordner og forklarer

pædagogiske opgave bliver derfor at støtte børnene i at udtrykke sig i fremstillingsfunktionen og i at oversætte deres børnematematik til faglig matematik, når det giver mening. At lære børn at anvende symboler handler om at støtte deres udtrykssansning og at støtte dem i at omsætte udtrykssansning til fremstilling og udtryk og senere til ren betydning.

Denne forståelse er indbygget i de tre niveauer i læringspyramiden. Pointen i denne forståelse er at børn kommunikerer symbolsk på alle niveauer, de får indtryk og giver udtryk gennem det symbolske og de tilegner sig kulturens symboler gennem deres interaktion med deres omverden.

Det er åbenlyst at det symbolske i faglig matematik har den rene betydningsfunktion. Men før børn tilegner sig denne, har de mange erfaringer med den symbolske fremstillingsfunktion i sprog, leg, tegning og andre hverdagsaktiviteter (børnematematik). Og denne funktion bygger på sansning af udtryk, altså det kropslige og før-sproglige, den kropslige matematisering. Det betyder derfor også at de tre symbolske funktioner bygger oven på hinanden.

Det lille barn lever først og fremmest i et sansemæssigt, men alligevel meningsfuldt struktureret univers, når det ivrigt griber fat i sit legetøj, vender og drejer det, bygger, konstruerer, kombinerer med andet legetøj eller forvandler det til noget andet.

(Rasmussen, Legetøjets virtuelle verden - essays om legetøj og leg, 2001, s. 112)

Senere kommer sproget til, det gør det muligt at tale om ikke-nærværende forhold, og i skolen møder barnet efterhånden logikken, matematikken og fysikkens selvreferende symbolformer. (Rasmussen, Kroppens filosof Maurice Merleau-Ponty, 1996, s. 70)

Matematik og matematiseringen handler ikke blot om omsætte noget symbolsk til noget konkret eller noget konkret til noget symbolsk, hvor matematikken står for det symbolske, og det konkrete står for den fysiske virkelighed. Det handler om at barnet anvender det symbolske på alle niveauer, og de lærer at omsætte mellem niveauerne. Det vil sige at det indhold som udfolder sig hos barnet i ”sansning af udtryk”, transformeres til meningsfuldt indhold i fremstillingsfunktionen, og at dette oversættes og udvides til meningsfuldt og brugbart indhold i den rene betydningsfunktion.

Den symbolske funktion i ”sansning af udtryk” kan netop ikke beskrives med ord. Forskellene i symbolers funktion i børnematematik og faglig matematik kan beskrives ved disse forskelle:

Tabel 5 Forskelle på symbolers funktion i børnematematik og faglig matematik

Børnematematik	Faglig matematik
Symbolisk fremstillingsfunktion	Den rene betydning i konventionel matematik
Praktisk og pragmatisk symbolsk virksomhed	Generaliseret symbolsk virksomhed
Konkret	Abstrakt
Situationsrefererende	Principiel
Lokallogisk	Modsigelsesfri
Induktiv	deduktiv
Kontekstbundet	Kontekstfri

I forhold til læringspyramiden kan man sige at efterhånden som børn tilegner sig faglig viden og kunnen, tilegner de sig også fagenes spørgsmål og kriterier for, hvad der er anerkendt viden og kunnen efter faglige kriterier, herunder at beherske ”den rene betydning” af begreber og symboler. Læring af dette indhold begynder ikke først, når de tilegner sig fagenes indhold og metoder. Som beskrevet tidligere, beskæftiger børnene sig med matematiske spørgsmål på alle trin i matematikpyramiden, da Bishops matematiske aktiviteter er gennemgående i de tre trin. Det vil sige at børn har relevant

viden og erfaring med sig, som ikke endnu er blevet transformeret til konventionelle videns- og erfaringsmåder. Små børns kropslige viden kan endnu ikke deles med andre gennem kommunikation ved hjælp af sprog og symboler. Man kan betragte denne viden som en tavs og personlig viden. Andre kan iagttage den, men der kan ikke kommunikeres om den på anden måde end gennem kropslig dialog. Der kan kommunikeres igennem handling, men ikke om en handling. Derfor kan indholdet i viden og erfaring ikke direkte kommunikeres.

Figur 19 Bevægelsen fra privat til lokal til generel og konventionel viden og erfaring



Brug af symboler og udvikling af begreber skifter form op igennem læringspyramiden. Bevægelsen går fra det konkrete mod det abstrakte.

Når Sofie krammer sin bamse, udspiller det symbolske sig i situationen. Sofie matematiserer, når hun ordner sine bamser efter størrelse eller i familier eller efter farve. Hun udtrykker sig symbolsk, når hun tegner af sine bamser. Tegningen er en symbolsk repræsentation af bamserne. Hun foretager en symbolsk fremstilling, når hun forklarer hvordan bamserne hører sammen, i kategorier og i mængder. Hun tæller dem og ordner dem. Her er symbolerne antal, kategorier og forklaringer en måde at kommunikere om bamserne, som er løsrevet fra situationer, hvor hun sidder med sine bamser. Her anvender hun symboler i sin matematisering. Men hendes symboler er måske hendes egne, da det ikke er sikkert at andre umiddelbart kan forstå dem.

Hendes symboler og begreber refererer til konkrete situationer med konkrete bamser. Hendes begreber er måske ikke generaliserede endnu. Men hendes begreber og symboler anvendes i kommunikation med andre, og på den måde bliver de testet om de fungerer i kommunikationen, så den anden forstår hvad hun vil sige eller fremstille. Når kommunikationen bliver forstået, opstår der måske en lokal delt betydning af de symboler, som bliver brugt. Det kan være at hun siger ”bam” i stedet for bamse, men mor og far forstår godt, hvad hun mener.

Når børn begynder at tilegne sig kulturens matematik og prøver at ordne og finde mening med det, så relateres begreberne til de situationer, hvor de kender til begrebet fra. Lines begreb for halvtreds, i eksempel 30, er et typeeksempel på dette.

Line har et begreb for ”halvtreds”, men det er kontekstafhængigt. Hun knytter det til de situationer, hvor ”halvtreds” er blevet brugt. Indholdet er ikke generaliseret endnu, da det ikke er ens fra situation til situation. Hun kan ikke bruge ”halvtreds” i sin rene betydning, hvor halvtreds altid er halvtreds, uafhængigt af hvor man er, og hvad man tæller, men hun har en værdifuld begyndelse.

Dette eksempel viser forskellen mellem børns begreber og faglige begreber, og hvordan tilegnelse af faglige begreber bygger oven på børns begreber, ved at de efterhånden får et abstrakt og generaliseret indhold gennem generalisering og oversættelse, som vist i figur 8.

I matematisering og tilegnelse af matematik sker der en trinvis udvikling fra at arbejde konkret med det konkrete til at arbejde abstrakt med det abstrakte. Samtidigt lærer man at arbejde med abstrakte symboler som om det var konkrete objekter:

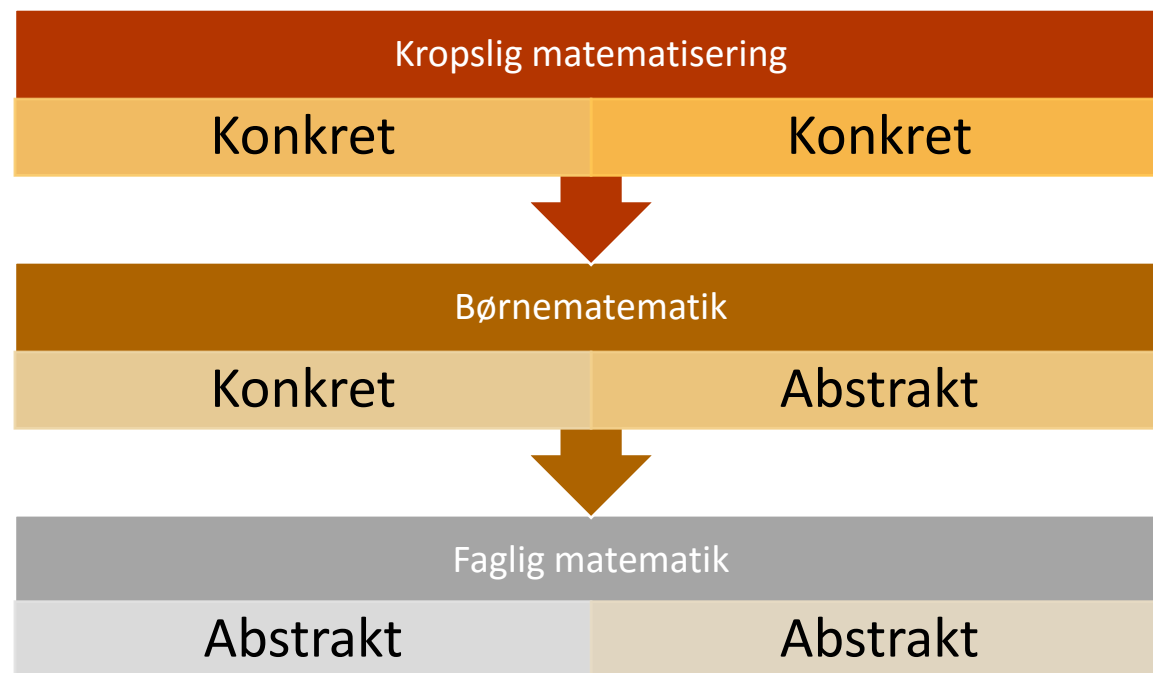
En af de måder, matematik har opnået styrke, er gennem den aktivitet at gøre abstraktioner fra virkeligheden til objekter.

Når børn ordner og forklarer

Gennem dets symboler (bogstaver, tal, figurer) har matematik lært folk, hvordan man håndterer størrelser, som om de var objekter. (Bishop, Mathematical Enculturation - A Cultural Perspective on Mathematics Education, 1988)

I kropslig matematisering sker matematisering gennem konkrete handlinger mellem kroppen og tingene. Man kan sige at barnet handler konkret med det konkrete. I børnematematik begynder børnene at anvende symboler i forhold til konkrete ting. I faglig matematik lærer børnene at behandle abstrakte forhold ved hjælp af abstrakte symboler. I denne proces lærer børn at behandle abstrakte forhold som om de var konkrete ting.

Figur 20 Fra det konkrete til det abstrakte



Når børn ordner og forklarer

Hvad er relationen mellem det faglige i det før-faglige?

Før-faglig læring blev defineret i kapitel 2:

Før-faglig læring betegner børns tilegnelse af indhold, viden og kunnen i form af hverdagskompetencer, som er potentielt relevant i forhold til et eller flere fag. Indholdet er potentielt relevant ved at beskæftige sig med de samme spørgsmål, de samme sagsforhold og de samme måder at skabe viden på, som kendetegner fagenes indhold og metoder.

Begrebet ”før-faglig læring” rejser spørgsmålet om hvordan dette begreb både kan defineres i modsætning til og i sammenhæng med faglig læring?

Før-faglig matematik adskilles fra matematik og kan ikke defineres ud fra matematikfagets gængse kriterier for gyldig viden og erfaring. Den defineres i relation til faglig matematik ud fra hverdagsmatematik og en læringsteoretisk forståelse af læringens vej fra barnets hverdagsmatematik hen mod tilegnelse af faglige kompetencer.

Det centrale spørgsmål er her: Hvilken sammenhæng er der mellem før-faglig matematik og faglig matematik?

Sammenhænge kan opsummeres således:

- De beskæftiger sig med de samme sagsforhold og de samme spørgsmål, de fundamentale matematiske aktiviteter.
- Koblinger mellem niveauerne og oversættelse af indholdet beskrives i matematikpyramiden.
- Effektforskning om børns udvikling af rumlig forståelse gennem bygning med LEGO indikerer at et aktivt pædagogisk arbejde med før-faglig matematik vil medføre at børnene på et senere tidspunkt bliver dygtigere til faglig matematik (Rønning, 2015).
- Sammenhængen mellem sagsorienteringen og barneperspektivet eksisterer allerede, den skal ikke konstrueres af pædagogen. Når børn ordner og forklarer, har de fokus på et før-fagligt indhold, som peger hen imod fagligt indhold. Det betyder at der er en indholdsmæssig sammenhæng med, hvad børn lærer gennem leg og hverdagsaktiviteter,

og hvad de senere lærer som fagligt indhold. I stedet for at skabe koblinger mellem leg og læreplanens indhold, kan pædagogen tage udgangspunkt i dét, som børnene er i færd med at lære. Dette har allerede og i sig selv et fagligt relevant indhold. Dette gøres ved at pædagogen har fokus på det, som børnene har fokus på.

Sammenhængen bygger endvidere på disse hypoteser:

- Særligt små børns læring kan bedre forstås som en enhed af kropelige og intellektuelle læreprocesser og individuelle og sociale læreprocesser.
- Bevægelsen fra før-faglig læring til faglig læring kan forstås som en differentieringsproces, hvor det lille barns ”enhedslæring” differentieres ud i faglige erfaringsmåder, som er kulturelt definerede, gennem en socialiseringsproces.

I kapitel 2 blev det forklaret og illustreret hvordan Alan Bishops fundamentale matematiske aktiviteter både omfatter børns matematisering og faglig matematik, bl.a. fordi de beskæftiger sig med de samme sagsforhold og de samme spørgsmål. Heri ligger der et argument for at tilegnelse af matematiske kompetencer begynder længe før, børn begynder at lære faglig matematik.

Koblingen og oversættelsen af kompetencer fra det ene niveau til det andet blev beskrevet i forhold til matematikpyramiden. Her ligger der et argument for hvordan indhold på det ene niveau fungerer som fundament for læring på det næste niveau.

- Om man ”køber” dette syn afhænger af:
- Synet på hvad matematik er, om man opererer med et smalt eller et bredt syn på matematik, om matematisk kompetence indbefatter hverdagsmatematik eller blot faglig matematik.
- Synet på læring, om man opererer med et smalt eller et bredt læringssyn, om man betragter kropelig læring som læring og ser det i sammenhæng med kognitiv læring.

Man kan spørge om før-faglig viden blot er sund fornuft, noget diffus og uhåndterligt. Men før-faglig læring betegner ikke alt muligt. Al læring er

Når børn ordner og forklarer

sagsorienteret, dvs. at fokus er på *hvad* man lærer. Før-faglig læring betegner læring af et indhold, som potentielt set er relevant for læring af et fag. Før-faglig læring må rette sig mod de samme fænomener og forhold som den faglig læring, for at være potentielt relevant.

Fra før-faglig læring til faglig læring

Den norske pædagog Svein Sando (Sando, 2004) skriver at Alan Bishops matematiske aktiviteter er tværfaglige, fordi de involverer indhold fra flere fag. Dette er jeg enig med ham i, men jeg vil hellere formulere det på en lidt anden måde: I før-faglig læring giver det ikke mening af adskille før-faglige fag skarpt fra hinanden, da de overlapper og flyder sammen med hinanden. Bevægelsen fra denne læring, hen mod læring af fagenes med deres afgrænsninger og kriterier for viden og erfaring, kan bedre forstås som en differentieringsproces.

Indholdet i før-faglig læring tilhører ikke ét fag. Læringen kan i mange tilfælde være potentielt relevant i forhold til flere fag. Det er ikke muligt at afgrænse før-faglig matematik fra før-faglig science eller andre fag. Før-faglig læring kan netop ikke opdeles i fag. De før-faglig ”fag” kan ses som aspekter ved aktiviteter, som udspiller sig samtidigt eller afløser hinanden. De træder mere eller mindre tydeligt frem i passager af handling og samspil. Det indhold, som specifikt retter sig mod ét fag, overlapper indhold, som retter sig mod andre fag. Spørgsmålet er, om det overhovedet er nyttigt eller nødvendigt at tænke i at adskille dem, at afgrænse hvornår de er i gang med før-faglig matematik eller noget andet.

For mig at se er det ikke nødvendigt. For at kunne støtte og fremme læring af matematik er det tilstrækkeligt at få øje på hvornår aspektet matematik træder frem, at se det og forholde sig til om man vil agere pædagogisk i denne situation med det formål at støtte læring af tidlig matematik.

Nogle eksempler, som illustrerer at aktiviteter rummer før-fagligt indhold i forhold til flere fag:

Bytte Pokemon figurer To børn bytter 5 figurer for 2 figurer. Dette kan ses som en måling af figurernes værdi (et matematisk spørgsmål). Man kunne også stille spørgsmålet om det er rimeligt? Snyder det ene barn det andet barn? Så har vi fat i et etisk spørgsmål.

Sandslot Nogle børn bygger et sandslot. Det dekoreres med mønstre af muslingskaller og sneglehuse. Formen og mønstrene kan ses som matematiske aktiviteter. Slottets udtryk kan samtidigt ses som et æstetisk udtryk.

Leg Forhandling kræver interpersonel viden og erfaring. Det kræver sociale og personlige kompetencer. Ideerne og legen indeholder narrativer og udtryk som kan tolkes som æstetiske. Legens regler afspejler et matematisk aspekt.

Solur På institutionens naturbase vælger pædagogen at lave et solur ved at slå søm i en kævle. Hun slår et stort søm i midten. Hver time slår hun et søm i, der hvor skyggen fra det store søm falder. Børnene går til og fra og følger interesseret med. De får gode samtaler om sol og skygge, om solens gang, om hvor lang tid en time er og opleves, og hvor solen står, når de skal hjem. Her er der måde et naturvidenskabeligt aspekt i solens gang og sol og skygge, og et matematisk aspekt med måling af tid.

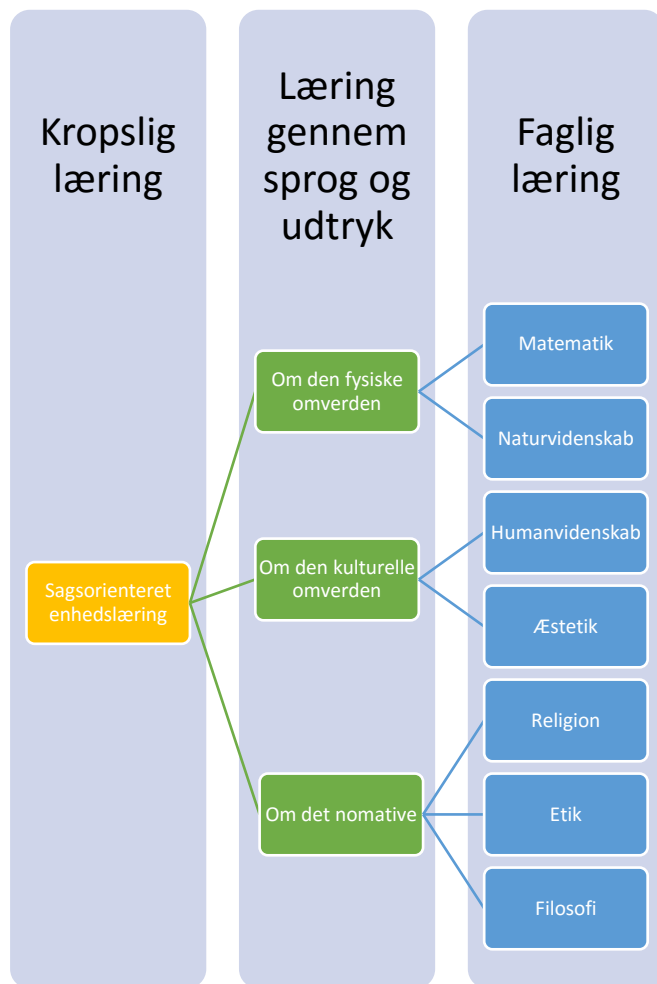
Forholdsord At lære forholdsordene at kende vil være fælles indhold for både danskfaget og matematik.

Bevægelse I børns bevægelser udforsker de rummet med deres krop, samtidigt med at det træner deres krop og får bevægelseskompetencer. Bevægelse og rumlig forståelse hænger sammen i før-faglig læring, selvom det senere bliver splittet op i forskellige fag.

Når børn ordner og forklarer

Differentieringsprocessen fra før-faglig læring til faglig læring kan illustreres med følgende figur.

Figur 21 Tidlig læring som en differentieringsproces



Når børn ordner og forklarer

De to kolonner til venstre viser differentieringen i før-faglig læring fra en sagsorienteret enhedslæring, som ikke er differentieret, til en opdeling efter, hvilke spørgsmålstyper der kommunikeres om. Der er forskel på om der arbejdes med og kommunikeres om den fysiske omverden, om den kulturelle omverden eller om normative spørgsmål.

De forskellige måder kan karakteriseres ved at de beskæftiger sig med bestemte spørgsmål og på bestemte måder. På den måde kan man tale om at de hver især beskæftiger sig med en grundkategori af viden og erfaring, som er forskellig fra de øvrige.

Børn lærer før-faglig matematik ved at deltage i matematiske aktiviteter, men de lærer også meget andet, som kan betragtes som før-fagligt indhold i forhold til andre fag.

Før-faglig matematik i pædagogisk sammenhæng bliver til og træder frem, når pædagogen ser på hændelsesforløb *som* før-faglig matematik, - og dermed kan handle støttende i forhold til denne læring. Det vil sige at pædagogens blik for og tolkning af hvilke faglige aspekter, som er i spil i en situation, er det helt afgørende for hvilken læring der bliver fremmet.

Eksempel. Et lille barn banker tre gange i bordet og ser på en voksen. Den voksne tolker dette som en invitation til interaktion. Men hvad tolker den voksne denne banken som? Er det tilfældigt, eller ligger der en intention bag? Tolker den voksne det som tidlig musik eller som tidlig matematik? Hvordan reagerer den voksne? Den voksne svarer med også at banke tre gange i bordet, rytmisk. Dette kan udvikle sig til en bankedialog, som kan tolkes som musik. Den voksne kan også sige en, to, tre, mens hun banker. Udvikler det sig i retning af før-faglig musik eller i retning af før-faglig matematik?

Eksemplet illustrerer, at hvordan interaktionen udvikler sig, afhænger af pædagogens tolkning og reaktion, og derved lægger hun et læringsspor ud, som peger i retning af et bestemt før-fagligt og fagligt område.

Det væsentlige og principielle her er ikke om der er lige disse syv former for faglig viden, men at viden og erfaring findes i forskellige distinkte typer. Der er dog mangler ved listen, fordi de kun er koblet op på intellektuel erkendelse og ikke på andre former for viden og erfaringer¹⁷, f.eks. falder idræt og bevægelse og design og håndværksfag derfor uden for listen. Opdelingen skal derfor kun ses som en principskitse.

Kategorierne af faglig læring i figurens højre spalte kan diskuteres. Andre kunne vælges. Dem, der er nævnt her, er taget fra de britiske uddannelsesfilosoffer R.S. Peters (1919-2011) og P.H. Hirst (1927-). De søger i deres forskning om overfaglige læreplaner at se på om viden findes i forskellige adskilte former. De finder frem til syv forskellige "Public modes of knowledge and experience". Det kan oversætte med fælles eller konventionelle videns- og erfaringsmåder. En videns- og erfaringsmåde er en særlig måde at producere gyldig viden på. Den består af en familie af relaterede begreber, egne kriterier for hvad gyldig viden og erfaring er. De forskellige videns- og erfaringsmåder kan ikke reduceres til eller rummes i andre videns og erfaringsmåder. De er uafhængige og kan ikke underordnede andre (Hirst & Peters, 1970).

De er kulturelle kategorier på den måde at de skal være forankret i kulturelt anerkendte måder at producere viden på, med deres egne kriterier for hvad der er anerkendt som viden og erfaring. Gyldigheden af viden og erfaring må testes på fælles anerkendte kriterier. Det skal understreges at formerne ikke primært er "faggrupper", da mange fag vil indeholde flere videns- og erfaringsmåder.

Måderne er overgribende i den forstand at offentlige måder at erfare og producere viden på i uddannelsesprocessen kan bygge bro mellem fagenes erkendelsesmåder og børns måder at vide og erfare på. Ved at se uddannelse

¹⁷ Med Aristotels' begreber kan man sige at de kun kategoriserer episteme. Viden i form af techné og fronesis falder delvist uden for denne opdeling.

Når børn ordner og forklarer

som tilegnelse af ”public modes of experience” gør meget for at forlige den barncentrerede og den fagcentrerede tilgang til uddannelse (Hirst & Peters, 1970, s. 52). Videns- og erfaringsmåder rummer de kriterier for viden og erfaring som ligger (gemt) i skolefagene. Derfor hører de hjemme sammen under ”faglig læring”, da de er udtryk for vores kulturs viden og kulturteknikker.

Bevægelsen fra venstre mod højre i figuren skal både ses som en differentieringsprocessen og en indkultureringsproces. I aktiviteter og handlinger finder der læring sted, en læring med et potentielt fagligt indhold. Kroplig læring og læring gennem sprog og udtryk er ikke fagopdelt. ”Det før-faglige” kan ses som et aspekt ved handlingen, som den voksne fortolker sig frem til. I børns hverdagsliv støder de på forskellige begreber, spørgsmål og forklaringer. Det afgørende for læring af dette er om de giver mening for dem i situationen, men de er heller ikke opdelt efter fag. Børnene tilegner sig efterhånden erfaringer om at der er forskelle på, hvad man ser på, hvilke spørgsmål der stilles og hvilke forklaringer, der har gyldighed i bestemte situationer. De genkender mønstre og sammenhænge som karakteriserer de enkelte videns- og erfaringsmåder, gennem en socialisering ind i, hvordan disse måder anvendes: Hvornår og hvordan taler man om hvad? – og i hvilke situationer? Man kan betragte dette som en socialisering ind i den opdeling i forskellige faglige forståelser, der eksisterer i vores kultur.

Differentieringen bliver særlig tydelig i forhold til den matematiske aktivitet forklaring. I en praktisk sammenhæng i en samtale kan der dukke alle mulige forklaringer op. Det kan være matematiske, videnskabelige, humanistiske, æstetiske, religiøse, etiske, filosofiske, praktiske og sikkert også flere typer. De forklaringstyper som nævnes i kapitel 2, nemlig: klassifikationer, fortællinger og logiske slutninger, er forklaringstyper, som også anvendes i andre vidensformer. De er ikke eksklusive for nogen af dem.

Samtalen kan så udvikle sig til en uddybning af en eller flere forklaringer, som mere tydeligt retter sig mod én vidensformer. Argumentationsfølgerne kommer derved til at rette sig mod en uddybning af denne vidensform, hvor ved fokus og kriterier for denne vidensform bliver mere og mere tydelige.

Her har den voksne måde at stille spørgsmål på en socialiserende virkning, ved at bestemte typer af spørgsmål viser hen til bestemte vidensformers særlige fokus og måder at skabe viden på med hver deres særlige kriterier for viden og forklaringer. Spørgsmålene sætter et bestemt fokus og leder hen til de tilhørende vidensformer. Hypotesen går ud på at børn efterhånden lærer hvordan bestemte typer spørgsmål hænger sammen med bestemte typer af svar. Og at der er forskellige måder at skabe viden på, som har hver deres logik.

Min tolkning er at det ikke er særligt vigtigt om en forklaring tilhører den ene eller den anden kategori. Det vigtige er at børn lærer at finde og give forklaringer. Pædagogen kan måske undersøge forklaringen sammen med barnet, men en kategorisering i forhold til fag er ikke i første omgang vigtig for børnene og deres læringsudbytte.

Børn er selv i gang med at lære, uanset om de voksne har til hensigt at bibringe dem viden og kunnen. Opmærksomme og kompetente voksne har stor betydning for hvad, hvor meget og hvornår børn lærer noget. Men den primære aktør er barnet selv. Dette betyder at pædagogen ”blot” skal iagttage og tolke hvad barnet er i gang med at lære, og støtte dem i denne læring. F.eks. ved at se på hvad barnet ser på og tolke hvad barnet siger og gør, dvs. hvor dets fokus er.

Koblinger og progression

Vi vender nu tilbage til den indledende problemstilling om gabet mellem skolematematik og hverdagsmatematik.

Matematikpyramidens tre lag beskriver at det ene bygger oven på det andet. Og at kropslig matematisering kommer før børnematematik, som igen kommer før faglig matematik. Dette gælder både tidsmæssigt og som læringsfundament. De processer, som udvikler før-faglig læring hos førskolebørn, er almene læreprocesser, som fortsætter livet igennem som hverdagsmatematik og matematisering i praktisk dygtighed.

Figur 22 Niveauer i matematiske kompetencer i livsløbsperspektiv



De tre niveauer udvikles i løbet af livet med læring, erfaring og uddannelse. Kvinden som havde arbejdet 32 år på LEGO med design, som ikke mente at hun kunne noget matematik, hun er sandsynligvis meget dygtig til hverdagsmatematik og kropslig matematisering. Hun ser det bare ikke som matematik, og hun kobler det denne kompetence med skolematematik. Den typiske manglende kobling mellem hverdagsmatematik og faglig matematik, som er beskrevet i forskningen, kaldes parallellæringsproblemet. Årsagen til det er at de er udviklet og brugt i hver sin kontekst uden nogen kobling, som har gjort kompetencer i den ene kontekst anvendelige i den anden kontekst.

Det samme vil gælde mange håndværkere og folk med ”kloge hænder”. Det kan være forskelligt om deres matematiske kompetencer blot er indlejret i deres praktiske dygtighed, eller om de også er gode til at tegne, forklare og formidle deres matematiske kompetencer til andre. Der kan være en kobling mellem de to, men det kan også være at den ikke er det, selvom de er udviklet i samme kontekst i forbindelse med løsning af konkrete arbejdsopgaver.

Kropslig matematisering og børnematematik er også udviklet og bruges i samme kontekst, men tidsforskudt. Samme kontekst sikrer ikke i sig selv en kobling, med mindre der tages udgangspunkt i børnenes kropslige viden og kunnen, hvor denne ”oversættes” ved at blive sprogliggjort. Hvis

pædagogen tænker at viden først er viden, når barnet har sprog for den, så vil der også her finde en afkobling sted.

Kobling og transfer mellem hverdagsmatematik og faglig matematik kan finde sted på tre måder:

- **Oversættelse.** Tage udgangspunkt i børnenes før-faglige matematik, når de skal tilegne sig faglig matematik.
- **Praktisk matematik.** Undersøge virkelige problemer og matematisere ud fra dem, f.eks. at løse problemer ved hjælp af symboler, som Freudenthal foreslår. Her arbejdes der induktivt.
- **Anvendt matematik.** Anvende faglig matematik i praktiske øvelser og eksempler. Her arbejdes der deduktivt.

I de to første går bevægelsen fra det praktiske mod det abstrakte, i den sidste går bevægelsen den modsatte vej. I et livsperspektiv er alle former for koblinger væsentlige for læring af matematik og matematisk kompetence, både i skole og uddannelse og i arbejdslivet og i hverdagslivet.

Progressionen i læringen skal derfor ikke blot ses som en trinvis udvikling hen mod faglig matematik, men som en sideløbende udvikling af tre former for matematisering i matematikpyramiden. Derfor er udvikling af matematisk kompetencer i bred betydning og i et livstidsperspektiv snarere et spørgsmål om koblinger mellem hverdagsmatematik og faglig matematik,

Når børn ordner og forklarer

end et spørgsmål om at hverdagsmatematik skal være nyttig til læring af faglig matematik.

I forhold til matematik i indskolingen anses tælling nok for den vigtigste og mest basale aktivitet. Dette synspunkt kan være et udtryk for traditionel forståelse af progression i matematikundervisning, hvor kompetencer bygges logisk og trinvis op efter en faglig logik. Er det så selvfølgelig at børn skal lære at tælle, før de kan lære andet og ”sværere” matematik?

Det giver god mening at begynde med det, som er lettest for børnene at forstå og bruge. Men i de matematiske aktiviteter i børnematematik kan noget godt være let for børn, selv om det svarer til vanskelig matematik i en faglig matematik. F.eks. udvikler leg hypotetisk tænkning. Børn har let ved dette i leg. Sprogligt set er det avanceret at beherske hypotetiske dobbeltsætninger. Matematiske modeller er avanceret matematik, som nok hører til langt henne i matematikundervisningen. Men at tænke og arbejde hypotetisk er en tænkemåde og en arbejdsform, som gennemsyrrer matematik på mange måder, også lang tidligere end eleverne ville kunne

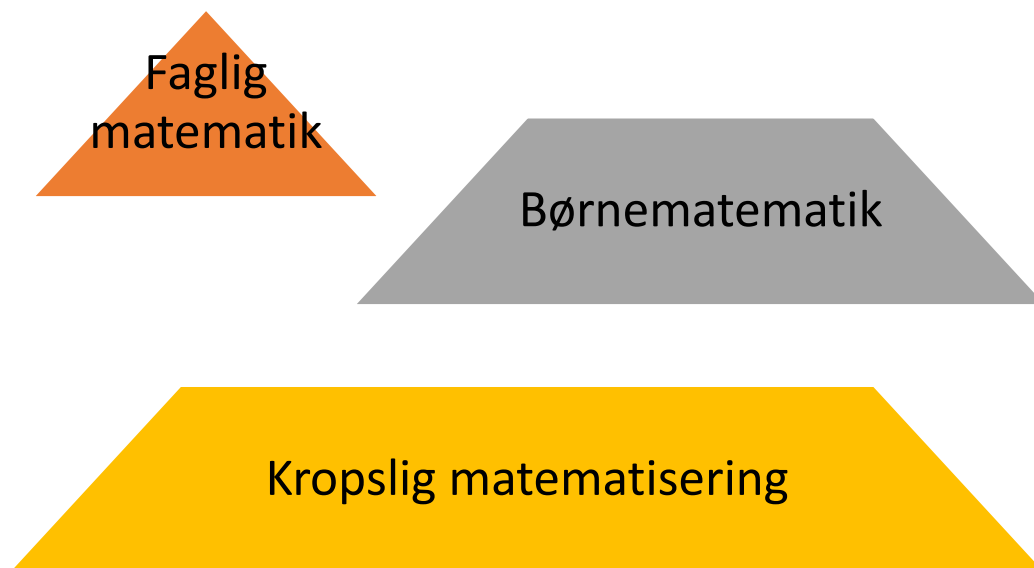
arbejde med matematisk modeller. Programmering indgår i undervisningen i nogle folkeskoler, og her kan eleverne få gavn af de kvalifikationer, de har erhvervet sig gennem den matematiske aktivitet leg.

Læringen af før-faglig matematik retter sig principielt set mod matematik i hele sin bredde og dybde, både det lette og det svære, matematik i indskolingen, senere i folkeskolen, i ungdomsuddannelser og på universitetet. Og ikke mindst mod både hverdagsmatematik, praktisk og teoretisk matematik.

Igennem hele skolesystemet kan børnematematik ligge som en kompetenceresurse for læring, både for den ”lette” og den ”vanskelige” faglige matematik. De forskellige kompetencer kan blive mere eller mindre relevante i forskellige dele af skoleforløbet og i hverdagslivet. Men grundlaget kan meget vel være udviklet i førskolealderen. Det betyder også at ”tælling” ikke skal anses for den vigtigste eller den mest basale aktivitet.

Problemet med afkoblinger mellem de tre måder at matematisere på vil blive diskuteret ud fra denne figur.

Figur 23 Afkobling af niveauerne i matematikpyramiden



Spørgsmålet om kobling hænger først og fremmest sammen med hvordan og hvor bredt man definerer matematik og matematisk kompetence. Forskellene bunder også i forskellige svar på spørgsmålet: Hvornår begynder børn at lære (tidlig) matematik? Her er der tre typer af svar, som svarer til hver sit niveau i læringspyramiden:

- Når de begynder at lære faglig matematik
- Når de begynder at få et funktionelt verbalt sprog
- Når de begynder at deltage i matematiske aktiviteter med deres krop og sanser

Derfor er det nødvendigt at forsøge at få klarhed over matematikbegreber og læringsbegreber for ikke at havne i inkonsistens, modsigelser og misforståelser.

Der er klart tre bud på dette, afhængig af om man inkluderer 1, 2 eller 3 af niveauerne øverst fra i pyramiden. Disse illustreres ved eksempler fra litteratur om matematik for førskolebørn.

Anna Sfard (Sfard, 2002) beskriver læring af matematik som indføring i matematiske diskurser. Det vil sige i bestemte spørgsmål og måder at stille spørgsmål på og finde svar på. Denne afgrænsning placerer matematik i faglige læring i læringspyramiden og kun der. Her bliver spørgsmålet om kobling slet ikke relevant.

Den norske forsker Trude Fosse beskriver hvad hun finder karakteriserer matematisk konversation i norske børnehaver (Fosse, What characterises mathematical conversations in a Norwegian kindergarten?, 2016). Hun foreslår at fem karaktertræk ved matematisk konversation i børnehaver. Den skal være 1) matematisk, 2) struktureret, 3) kræve refleksion, 4) involvere interaktion mellem deltagerne og 5) rette sig mod videre læring.

Når børn ordner og forklarer

Hun siger at matematik i dagtilbud bedre kan ses i relation til børnenes erfaringer end i relation til skolematematik: ”Derfor, i stedet for at beskrive matematik i børnehaver udtrykt gennem begreber om hvad der finder sted i skolen, er det mere produktivt at betragte det i sammenhæng med de erfaringer, som børn sandsynligvis har, enten hjemme eller i børnehaven.” (Fosse, What characterises mathematical conversations in a Norwegian kindergarten?, 2016). Her beskriver hun en kobling mellem faglig matematik og børnematematik.

Dette ligger i tråd med læringssynet i denne bog. Men hun betragter først disse erfaringer ”som matematiske”, når de bliver genstand for sproglig konversation, og hun tolker de sproglige ytringer i deres kontekst.

”Matematisk” definerer hun sådan, at konversationen skal handle om en eller flere af Bishops seks matematiske aktiviteter. For at en konversation kan betegnes som matematisk, må den involvere deltagerne i matematisk viden og være struktureret sådan at deltagerne reflekterer over hvad de har gjort og over fremtidige handlinger. Denne afgrænsning placerer tidlig matematik i strukturerede aktiviteter, hvor det sproglige og refleksive i læringen bliver central. Hun tolker Bishops matematiske aktiviteter ind i en Vygotskyforståelse af tidlig matematik og tillægger derved de sproglige læreprocesser en hovedrolle.

Jeg finder Trude Fosses definition for smal, fordi hun ikke inkluderer børns matematiseringen i matematiske aktiviteter i hverdagsrutiner, i leg og i spontant opståede og ”ustrukturerede” situationer fra at være matematisk konversation. Hun sætter lighedstegn mellem matematiske aktiviteter (Bishops) med pædagogstrukturerede matematikaktiviteter. Børns erfaringer er nyttige, men de betragtes ikke som matematiske, før de bliver temaer i strukturerede aktiviteter. Hun anvender Bishops matematiske aktiviteter som didaktiske kategorier og ikke som antropologisk funderede kategorier.

Marit Johnsen Høines inddrager både faglig matematik og børnematematik i sin tolkning af tidlig matematik. Hun problematiserer afkoblingen mellem de to som et parallellæringsproblem, udvikler en teori om kobling mellem de to niveauer og ser det som centralt i tidlig matematik og

begynderundervisning i skolen. Hun inddrager børnematematik fra børns hele hverdagsliv og ikke blot i strukturerede aktiviteter. Men hun anser først en læring for at være matematisk, når den kan formuleres sprogligt eller udtrykkes symbolsk, f.eks. ved hjælp af tegninger. Dette gør sig også gældende i de kilder, som afgrænser matematik og matematisk opmærksomhed, ved at det begynder med læring af begreber, faglige såvel som før-faglige begreber, som f.eks. i bogen ”Matematisk opmærksomhed - i børnehøjde” (Melhedegaard & Amby, 2018). ”Før-faglige begreber” anvendes her omtrent i betydningen hverdagsbegreber eller som begreber, der ikke er fagbegreber, men som knytter sig til matematik, ved at de anvendes i en specifik betydning i det matematiske sprog.

I de kilder, jeg har undersøgt, findes der gode ansatser til teori som inkluderer kropslige læreprocesser deres forståelse af tidlig matematik, f.eks. Meaney (Meaney, 2016). Den forskning og de eksempler, der er anvendt i kapitel 3 om kropslig matematisering, viser denne læring, men jeg er ikke stødt på en udfoldet og eksplicit teoretisk forståelse af dette. Heller ikke om kobling mellem kropslig matematisering og sprogliggjort matematisering. Den sproglig læring kobles i de fleste kilder ikke til kropslige læreprocesser, når der anvendes en Vygotsky-inspireret forståelse af læring.

I denne bogs definition af tidlig matematik begynder tidlig matematik, lige så snart børn er i gang med matematiske aktiviteter. Dette inkluderer alle tre niveauer. Mit bud på en teoretisk forståelse af kropslig matematisering består af at kombinere Alan Bishops matematiske aktiviteter med Merleau-Pontys kropsfænomenologi. Dette lægger en dimension og et niveau til Marit Johnsen Høines’ udmærkede teori om begynderundervisning med udgangspunkt i børnematematik.

Nogle kilder anvender Alan Bishops matematiske aktiviteter i deres forståelse af tidlig matematik, men de gør det inden for forskellige afgrænsninger af matematik i forhold til hvor mange lag i pyramiden, de inddrager.

I nogle kilder anvendes de inden for en traditionel og snæver forståelse af matematik. Her bliver aktiviteterne til metoder, som skal illustrere faglig matematik, som en måde at gøre det abstrakte konkret, en tænkeramme for

Når børn ordner og forklarer

anvendt matematik. Jeg mener at dette er en misforståelse af den antropologiske forståelse bag Alan Bishops fundamentale matematiske aktiviteter.

I Norge indgår matematik eksplicit i Rammeplanen for førskolen gennem fagområdet ”Antal, rum og form”, og matematik er et fag i den norske førskolelæreruddannelse. I lærebøgerne ”Matematikk for barnehagelærere” af Carlsen, Wathne og Blomberg (Carlsen, Wathne, & Blomberg, 2012) og ”Det matematiske barnet” af Solem og Reirerås (Solem & Reirerås, 2008) inddrages Alan Bishops matematiske aktiviteter som grundlag for udvikling af førskolematematik. Jeg finder at de overvejende tolker fundamentale matematiske aktiviteter som voksenstyrede matematikfaglige aktiviteter. Dette kan sandsynligvis hænge sammen med at de i Norge i højere grad har en førskoletradition, hvor vi i Danmark i højere grad har en børnehavetradition.

De inddrager Alan Bishops matematiske aktiviteter, men de anvender dem ikke i den antropologiske forståelse af matematik. De tolker snarere de matematiske aktiviteter inden for en forståelse af matematik som på forhånd givne abstrakte strukturer og ikke som kulturelle konstruktioner. Derved får de matematiske aktiviteter også her en instrumentel og illustrerende funktion, som et middel til indlæring af faglig matematik.

Min kritik går på at de ikke skelner mellem de voksnes intentioner om ”indlæring” og børnenes egen ”matematisering”. Derved bliver de sammenblandet, og forfatterne forholder sig ikke til de spørgsmål som dette burde rejse.

Den eneste kilde, jeg har fundet, som konsekvent anvender Alan Bishop med den antropologiske forståelse af matematiske aktiviteter, har jeg fundet i den svenske bog ”Matematikdidaktik i förskolan” (Helenius, Johanson, Lange, Meaney, & Wernberg, 2016). Jeg har tilstræbt at indtage samme position som bogens grundforståelse, selvom jeg på enkelte punkter tolker det lidt anderledes.

For mig at se kan børns matematisering ikke forstås ved at definere den ud fra matematikfagets egen forståelse, men derimod ud fra deres bestræbelser

på at skabe orden og forklaringer i deres hverdagsliv, hvor de selv producerer matematisk forståelse.

Diskussion af læringsbegreber i tidlig læring

De gængse læringsteorier viser sig at have svært ved at gribe og begribe små børns læring: at de lærer med hele kroppen og sanserne og i interaktion med andre børn og voksne. Det er derfor mere hensigtsmæssigt at anvende flere læringsteorier og forsøge at overskride de begrænsninger, som de hver især indeholder.

Problemstillingen diskuteres ud fra dette eksempel, som viser kroppens udforskning af rummet.

Eksempel 48 Et barn kravler ned af en bänk

Et barn går hen ad en bänk og har svært at komme ned af bänken. Hun går hen til enden af bänken, vender om og går tilbage. Da hun når hen til enden løfter hun armene op mod pædagogen for at bede om at blive løftet ned. Pædagogen viser med sit kropssprog at hun ikke forstår det. Så bukker pigen sig, måske for at forberede sig på at kravle ned. Men da hun vender bagdelen mod bänkens ryglæn og bänken er så smal, kan hun ikke bøje sig langt nok ned, til at hun kan få benene ud over bänkens kant. Efter en del nonverbal kommunikation med pædagogen får hun sig vendt, så hun har front på langs ad bänken. Dette gør hende i stand til at bøje sig så langt ned at hun kan få benene ud over bänkens kan og ned på jorden. (Meaney, 2016) (Mit referat)

Hun prøver sig frem og vender til sidst sin krop, så den er på langs ad bänken. Det var hende kropslige handlinger som gjorde hende i stand til at bevæge sig sikkert i forhold til bänkens specifikke form, en kropslig erfaring med ting, krop og rum gennem bevægelse. ”Refleksionen” over hvordan hun kan flytte sin krop, så hun kan kravle ned, ser ud til at være kropslig. Hun lærer ikke blot noget om tingen, bänken, men mere om hvordan hun skal interagere med bänken for at kunne flytte sin krop, så hun kan komme ned. Den problemløsning hun stod i, var hvordan hun kan flytte hendes

Når børn ordner og forklarer

krop – arme, ben, torso. Det ser ud som om hendes tidligere handlinger på bænken gjorde hende i stand til at reflektere over, hvad hun ellers kunne gøre, og det støttede hende i at vælge alternative handlemåder (Meaney, 2016).

Pædagogen anerkendte at pigen var fokuseret på at komme ned af bænken og støttede hende i at finde en løsning. Hun stilladserede pigens læring ved hjælp af kropssprog og opmærksomhed. Hvis pædagogen ikke havde været til stede og været støttende, ville hun måske ikke have været så udforskende og vedholdende, fordi hun så ville stå alene med såvel frygten som opstemtheden i at finde løsningen på et risikofyldt problem (Meaney, 2016).

I eksemplet oplever og erfarer pigen hvordan det føles at være oppe over jorden på en særlig måde, erfaringer med op og ned og med højde. Samtidigt erfarer hun med krop og sanser hvordan bänkens form begrænser eller muliggør at hun komme ned, hvordan en placering på langs eller på tværs gør forskellen.

Tamsin Meaney konkluderer at børns læring, særligt med hensyn til placering, ikke kan placeres i enten bevidstheden eller i kroppen, heller ikke i individet eller i det sociale. De dualistiske læringsteorier giver et forkert billede af børns måde at lære på. Børns læring vil, når de bliver tolket med disse teorier, blive afvist eller underkendt som menneskelig læring (Meaney, 2016).

Forståelsen af læring i læringsteorier har været præget af to dualismer. Den ene er dualismen mellem kognitiv læring og kropslig læring, den anden mellem individuel læring og social læring. Når små børn lærer og udforsker deres omverden, bruge de deres krop og sanser, og de gør noget sammen med nogen, derfor finder jeg at læringsteorier som placerer sig inden for de dualistiske opdelinger hver for sig er utilstrækkelige til at indkredse og begribe hvordan børn lærer. Forståelsen af børns læring havner i kløften mellem bevidsthed og krop og mellem individet og det sociale (Meaney, 2016). Tamsin Meaney argumenterer for at det er mere frugtbart at se på hvad små børn kan gøre og hvordan dette kan give indsigt i læreprocessen,

Figur 24 Læreprocesser som dualismer og som aspekter og metaforer

end at kritisere kløfterne og dualismene mellem læringsteorier. Læring skal betragtes som dynamisk problemløsning, hvor handling skaber viden, og ikke den anden vej rundt, som ofte finder sted i skolers matematikundervisning (Meaney, 2016).

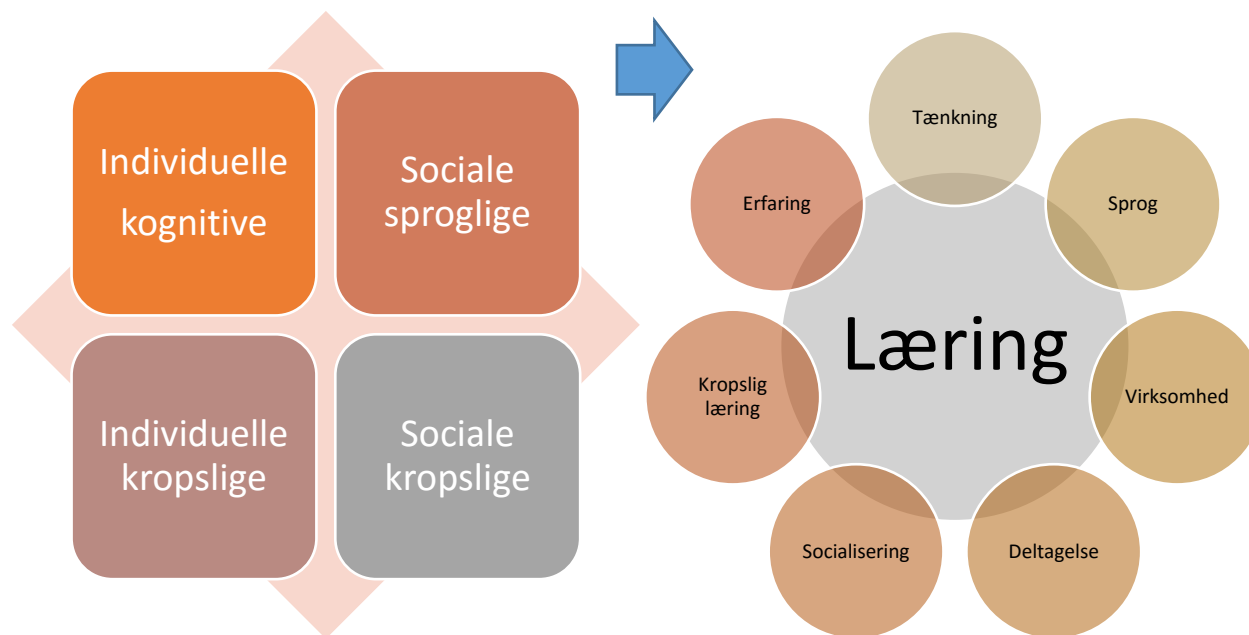
Jeg tilslutter mig denne faglige position og vælger at betragte de dualistiske teorier som teorier, der med hver deres fokus og antagelser kan belyse visse sider af læring. De har hver deres metaforer for læring (Sfard, 2002), men metaforerne beskriver ikke læreprocessen i alle dens facetter. I stedet for at gå ind i de dualistiske diskussioner vælger jeg at prøve at se de forskellige dualismer som dialektikker, det vil sige at de til sammen og i sammenhæng bedre kan belyse læring, end de kan hver for sig.

På det praktiske plan virker det enkelt: at lære noget ved at gøre noget og udforske omverdenen sammen med andre. Men når de gængse læringsteorier anvendes, bliver det vanskeligt, fordi de fokuserer på bestemte sider af læringen, som udgrænser andre sider af læringen.

Tabel 6 Læringstilgange opdelt efter dualismer

	Individuel	Social
Kognitiv sproglig bevidst	Kognitiv læring	Læring gennem sprog og dialog
Kropslig	Individfokuseret kropslig læring	Læring gennem deltagelse i sociale praktikker. Kropslig samhandling og kropslig dialog. Socialisering.

Små børns læring er både individuel og social og kognitiv og kropslig. Denne position skal ikke ses som en ny læringsteori, men en grundforståelse der er inddragende og undersøgende i forhold til hvordan man kan forstå børns læring ved hjælp af flere forskellige teorier.



Figuren til højre skal læses som en illustration af at læring har forskellige aspekter, som kan beskrives ved forskellige begreber. Begreber forstås som metaforer for delaspekter af læreprocessen. De begreber, som er nævnt rundt om læring i figurens højre side, udgør ikke en fyldestgørende og færdig liste, men er eksempler på relevante begreber.

Begrundelsen for mit valg at bredt læringssyn ligger i at børn – og andre mennesker – har en bred og mangefacetteret udveksling med deres omgivelser, både de fysiske og de sociale omgivelser. I disse udvekslinger ligger der mange læringsrum og muligheder. En bred læringsforståelse afskærer ikke på forhånd en del af disse ved f.eks. at fokusere eksklusivt på de sproglige eller de kognitive læringsformer. Det forhold at små børn ikke endnu er i stand til at udtrykke sig sprogligt eller formulere deres tanker, afskærer dem ikke fra at være lærende. Disse ”mangler” ved små børn betyder ikke, at de lærer på helt andre måder en voksne, men de understreger nødvendigheden af et bredt læringsbegreb.

Årsagen til, at det er uhyre vanskeligt at overskride disse dualismer, er at de er så indgroede i vores kultur, i hverdags sproget og i videnskabelige fagtraditioner. Jeg vil nævne en tredje dualisme, som er sammenvævet med de to nævnte, nemlig dualismen mellem biologi og kultur.

Dion Sommer prøver i bogen ”Udvikling – fra udviklingspsykologi til udviklingsvidenskab” at skabe en sammenhængende teori om udvikling, som integrerer en biologisk og en psykologisk forståelse af mennesket. Han argumenterer for at der er brug for et opgør med dualismen for at få en bedre og egentlig helhedsforståelse af menneskers udvikling. Dualismen ses i en tvedeling i modsætninger i vores forståelse af mennesket: krop versus psyke, arv versus miljø, følelser versus fornuft, tanker versus handling. Den kommer til udtryk i kampen mellem psykologister og biologister, hvor alt forklares ud fra arv eller ud fra miljø. Og hvem har så ret?

Dualismen mellem biologi og kultur stammer fra René Descartes’ filosofiske dualisme. Dualisme fører til ”halshuggede teorier” – teorier som enten

Når børn ordner og forklarer

handler om hovedet (psyke, følelser og tanker) *eller* om kroppen (Biologien), og dette giver ikke sammenhængende teorier om både psyke og biologi.

Han argumenterer for at udviklingen inden for genetikken fra klassisk genetik til epigenetik har vist mennesker både er formet af biologi og kultur. Hvilke gener, der konkret kommer til udtryk, er afhængig af kulturen og det sociale miljø, som omgiver fosteret og barnet, og dette går i arv til næste generation i biokemiske strukturer omkring generne. Det betyder at social arv og biologisk arv ikke kan ses som adskilte størrelser, men at de integreres til en helhed. Denne forskning er ret ny og har kun afdækket nogle få sammenhænge. Men det ændrer afgørende på perspektivet på læring: biologi og psykologi ses i samme perspektiv. Dualismen overskrides.

Barnet er programmeret til at tilegne sig sin kultur, i og med at det gennem evolutionen er orienteret mod at registrere mønstre og organisere handlinger i forhold til de mønstre, de socialiseres ind i. Dette finder sted i de nære samspil mellem barnet og dets omgivelser: samspil med omsorgspersoner, brug af sprog, tegn og ting på særlige måder i bestemte situationer.

Den kropslige og sansemæssige læring hviler på barnets medfødte og tidlige kompetencer til kommunikation. Dion Sommer skriver: ”I *foster- og nyfødtperioden* etableres de nødvendige forudsætninger for at kommunikere med verden. Fx et basalt ”musisprog”, som kobler sansninger og lyde med bevægelse og rytme” (Sommer, Udvikling: Fra udviklingspsykologi til udviklingsvidenskab, 2017, s. 22). Betydningen af denne udviklingsopgave må ikke undervurderes, da det er en aktiv proces som danner et nødvendigt fundament for sprog og alt anden social udvikling. Menneskebørn er længere tid om at lære at løse simple opgaver i tests end abebørn. Hvorfor mon? Den amerikanske forsker i barndomspsykologi Daniel Stern (1934-2012) siger at før børn kan lære at udvikle det verbale sprog, må det igennem den aller vigtigste opgave, som er at lære sig det ikke-sproglige grundlag for socialt samspil, altså det nødvendige grundlag som sproget bygger på senere (Løkken, 1996, s. 39).

På samme måde ser Dion Sommer på hvordan mennesket gennem evolutionen er blevet ”programmeret” til at være sociale. Det betyder at det

sociale har været med til at forme evolutionen. Det handler ikke om enten evolution eller kultur, men om et både-og. Sam-aktivitet er et menneskeligt grundvilkår, både for evolutionen og i det enkelte menneskes udvikling. Daniel Stern siger at menneskets evolutionære arv er *et fælles grundalfabet*.

Sam-aktivitet betegner, når mindst to menneskers aktivitet er sammen om en ”fælles opgave”. Dette ser jeg som et argument for at barnet er programmeret til at deltage i samspillet i triaden. ”Det relativt kompetente barn” er afhængigt af gode samspil og rettidig omhu fra forældre og professionelle og netværk i de udviklingssystemer, de deltager i.

Han når frem til at disse evolutionære kendetegn ”i svøb” er (Sommer, Udvikling: Fra udviklingspsykologi til udviklingsvidenskab, 2017):

- Homo sapiens agens – Det primært aktive barn
- Homo sapiens socius – Det primært sociale barn
- Homo sapiens cooperante – Det samarbejdende barn
- Homo sapiens symbolius – Det symbolbrugende, sprogligt parate barn
- Homo sapiens cognito – Det tænkende, reflekterende barn
- Homo sapiens culturalis – Barnets natur er at leve i grupper og kultur
- Homo sapiens curiosa – Nysgerrighed og undren som grundindstilling
- Homo sapiens lego doktrina – Lærelyst som grundindstilling
- Homo sapiens ludens – Leg som udvikler af forestillingsevne og kreativitet
- (Sommer, Udvikling: Fra udviklingspsykologi til udviklingsvidenskab, 2017, s. 78)

Man kan også kalde dem for antropologiske kendetegn, eller at de udtrykker en antropologisk forståelse af hvad mennesker er. Disse kendetegn kan ses som foreløbige formuleringer af hvordan der forskningsmæssigt fra udviklingsvidenskaben kan argumenteres for hvilke antropologiske kendetegn mennesker er i besiddelse af. Jeg har tidligere foreslået at supplere disse med: ”Det redskabsbrugende menneske” og ”Det arbejdende menneske” med henvisning til Axel Steensberg (Steensberg, 1985). Kendetegnene viser også et omrids af hvilke processer som kan være relevante i udforskning af læring.

Når børn ordner og forklarer

Bag Alan Bishops begreber om matematiske aktiviteter ligger der også nogle antagelser om hvordan mennesker er, nogle antropologiske antagelser som kan forklares ud fra de fælles udfordringer og nødvendigheder, som mennesker står overfor på tværs af kultur og samfund. Kombineres de kendetegn, som mennesker fra den sociale og biologiske evolution er udstyret med, med de aktiviteter som mennesker af nødvendighed står overfor, kan man indkredse hvor de læringsmæssige processer ligger, når børn tilegner sig viden og kompetencer. Begge forståelsesrammer er ikke færdigudviklede eller nødvendigvis komplette, Dion Sommer kalder det for kendetegn ”i svøb” og Alan Bishop diskuterer antallet og overskrifterne på de matematiske aktiviteter som nogle foreløbige bud på fundamentale matematiske aktiviteter.

Alan Bishop skriver at kulturens funktion er på den ene side at forbinde mennesket til dets miljø, og på den anden side at forbinde menneske til menneske (Bishop, *Mathematical Education in its Cultural Context*, 1988).

Det kan begrunde at læring af tidlig matematik forankres i børns interaktion med deres fysiske omverden, samtidigt med at det ses som sociale og kulturelle læreprocesser. Men børnene gør det med den for-programmering, de har med sig i generne, som er udviklet gennem evolutionen. I mange kilder beskrives at børn har medfødte evner til matematik, f.eks. at kunne skelne tal op til tre fra fødslen. Det fremstår sjældent klart i kilderne hvordan de forstår dette som rent biologisk begrundet. Der er sandsynligvis en sandhed i disse resultater, men jeg finder det mest velbegrundet at se læring som en proces hvor barnets medfødte potentialer, som er udviklet gennem evolutionen, udgør udgangspunktet for udvikling af viden og kompetencer, og at disse medfødte potentialer udvikles og formes gennem den måde barnet interagerer med andre mennesker og deres fysiske omverden. Det

betyder at evner ikke udvikles af sig selv, og at de altid udvikles som en tilegnes at den kulturelt skabte verden, som omgiver barnet.

Dynamoen i det lille barns læring ligger i interaktion mellem mennesker og ting, og her gør barnet erfaringer i et samspil mellem triaden, hånden, rummet og tiden. I denne interaktion søger barnet mønstre, orden og harmoni.

Den materielle dimension er udforskningen af tingenes verden. Rummet kalder på at blive brugt til noget. Den lange gang kalder på at blive løbet i. Hulen kalder på at blive kravlet ind i. Dukken kalder på at blive taget op. Bolden vil trilles med. Den måde, som børn går til rum på og indtager dem, er ud fra devisen ”Hvad kan man her?” På tilsvarende måde går de til tingene: ”Hvad kan man med dem?” Læring sker gennem handling og afprøvning, gennem aktion og reaktion. Den sociale dimension i børns udvikling og læring ligger fra fødslen i deres relation med deres omsorgsgivere. De to dimensioner kan ikke adskilles. F.eks. når barnet pusles og har øjenkontakt med mor eller far. De spejler hinanden, smiler, snakker og pludrer. Sideløbende erfarer barnet det fysiske miljø: varme, kulde, følelsen af at være våd, uroen over puslebordet. Omverdenen erfares gennem krop og sanser i helheden i situationen.

Jeg har fundet det vanskeligt at overskride de dualismer, som er så forankrede i vores kultur. Jeg har fundet gode ansatser til dette, men den meste forskning udtaler sig inden for dualismernes begrænsninger. Deres ”erkendelser” kommer ofte til at sige mere om forskningsblikkenes begrænsninger end om barnets læring. Der er brug for meget mere forskning og først og fremmest gode teoretiske blikke, som kan overskride dualismernes begrænsninger. Her er problemstillingen blot rejst, og nogle mulig overskridelser skitseret.

Oversigt over figurer, tabeller og eksempler

Figurer

Kapitel 1

- Figur 1 Matematikpyramiden
Figur 2 Spændingsfeltet i børns udvikling af matematiske kompetencer
Figur 3 Læringslandkortet

Kapitel 2

- Figur 4 Matematisering i de 6 matematiske aktiviteter

Kapitel 3

- Figur 5 Kropslig læring

Kapitel 4

- Figur 7 Begrebstrekanten
Figur 8 Lines begrebsudvikling

Kapitel 6

- Figur 9 Rumlig læring
Figur 10 Didaktik på flere niveauer
Figur 11 Den pædagogiske trekant
Figur 12 Den didaktiske trekant
Figur 13 Grader af voksenstyring i forskellige pædagogiske interaktionsformer
Figur 14 Læring gennem samhandling og kommunikation

Kapitel 8

- Figur 15 Forståelser af tidlig matematik.

Når børn ordner og forklarer

Kapitel 9

- Figur 16 Læring gennem mønstergenkendelse
- Figur 17 Brugsbaseret sprogtilegnelse
- Figur 18 Læringspyramiden
- Figur 19 Bevægelsen fra privat til lokal til generel og konventionel viden og erfaring
- Figur 20 Fra det konkrete til det abstrakte
- Figur 21 Tidlig læring som en differentieringsproces
- Figur 22 Niveauer i matematiske kompetencer i livsløbsperspektiv
- Figur 23 Afkobling af niveauerne i matematikpyramiden
- Figur 24 Læreprocesser som dualismer og som aspekter og metaforer

Tabeller

Kapitel 2

- Tabel 1 Alan Bishops seks fundamentale matematiske aktiviteter

Kapitel 6

- Tabel 2 De 3 læringsrum

Kapitel 7

- Tabel 3 Læringsmål i ”Fremtidens dagtilbud”

Kapitel 9

- Tabel 4 Oversigt over læringsaspekter i læringspyramiden
- Tabel 5 Forskelle på symbolers funktion i børnematematik og faglig matematik
- Tabel 6 Læringstilgange opdelt efter dualismer

Når børn ordner og forklarer

Eksempler

Kapitel 1

Eksempel 1 Mathilde hjælper til med at dække bord

Kapitel 2

Eksempel 2 Julia pegetæller

Eksempel 3 Forskellige tællemåder

Eksempel 4 Anna tæller med fingerremsen

Eksempel 5 Anna bygger med Lego

Eksempel 6 Terningspillet "Regn med fætter bjørn"

Eksempel 7 Sammenligning og måling på legepladsen

Eksempel 8 Udskille egenskaber for sammenligning

Eksempel 9 Emanuel udforsker siddepladser med kroppen

Eksempel 10 Remi finder vej hjem

Eksempel 11 Erik bygger med klodser

Eksempel 12 Forhandling og iscenesættelse af leg

Eksempel 13 Adrian og Kevin ordner kopper

Eksempel 14 Flere matematiske aktiviteter i samme aktivitet

Kapitel 3

Eksempel 15 Hvor er bolden?

Eksempel 16 Marens formgenkendelse af biler

Eksempel 17 Viktor og skoene

Eksempel 18 Burgerbaren i skoven

Eksempel 19 Henrik og sprællemanden

Når børn ordner og forklarer

Eksempel 20 Andreas udforsker rummet

Eksempel 21 Ida laver mønstre

Eksempel 22 3 årige Cecilie dækker bord

Eksempel 23 Stablebægre og ringtårne

Eksempel 24 Mor og barn leger med puttekasse

Eksempel 25 Legetrappen

Eksempel 26 Mohammed og Waqas i sandkassen

Kapitel 4

Eksempel 27 Syvårige børn får stillet en gruble opgave.

Eksempel 28 Drengen tegner den grønne bille

Eksempel 29 Kari og Ole tænker højt

Eksempel 30 Lines begreb om ”halvtreds”

Eksempel 31 Børns begreber for ”syv”

Eksempel 32 Erik lærer begrebet ”to heste”

Eksempel 33 Guldlok og de tre bjørne

Eksempel 34 Elisa og Adam snakker om og viser mængder

Eksempel 35 Elisa lærer af Adam

Eksempel 36 Anne og Jon spiller ludo

Kapitel 5

Eksempel 37 Åsmundsnøren

Eksempel 38 Sammenhæng mellem ordenstal og kardinaltal

Eksempel 39 Hvad er det største tal?

Når børn ordner og forklarer

Kapitel 6

Eksempel 40 Muligheder for dialog og læring

Eksempel 41 Hun tegner en ring om det, der er væk

Eksempel 42 Så kom han i tanke om de andre ord

Eksempel 43 31 er rigtig mangel!

Eksempel 44 Pædagog og tre piger udforsker syltetøjsglas sammen

Eksempel 45 Tegner Guri søen eller tegner hun en mark?

Kapitel 8

Eksempel 46 Voksne lærer børn at lege

Kapitel 9

Eksempel 47 Hvor mange borde skal vi bruge?

Eksempel 48 Et barn kravler ned af en bænk

Litteratur

- Alrø, H., & Skovmose, O. (1999). Samtalen som støttende stillads. I J. T. Hansen, & K. Nielsen (Red.), *Stilladsring - En pædagogisk metafor* (s. 179-201). Århus: Forlaget Klim.
- Andersen, M. W., & Lindhardt, B. (2015). Pædagogers arbejde med matematisk opmærksomhed i dagtilbud. I I. Kornerup, & T. Næsby (Red.), *Kvalitet i dagtilbud - Grundbog til dagtilbudspædagogik* (s. 61-77). Frederikshavn: Dafolo.
- Andersen, M. W., & Weng, P. (2018). Hvordan lærer børn matematik? - Om læring af matematik i tiden fra vuggestuen til begyndertrinnene i skolen. I K. B. Braad (Red.), *Børns liv og læring* (s. 173-199). Samfundslitteratur.
- Andersen, P. Ø., & Kampmann, J. (1996). *Børns legekultur*. København: Munksgaard - Rosinante.
- Bishop, A. J. (May 1988). Mathematical Education in its Cultural Context. *Educational Studies in Mathematics*, 19(2), s. 179-191.
- Bishop, A. J. (1988). *Mathematical Enculturation - A Cultural Perspective on Mathematics Education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Björklund, C. (2012). *Blant baller og klosser - Matematik for de yngste i barnehagen*. Cappelen Damm.
- Børne- og Socialministeriet. (2018). *Den styrkede pædagogiske læreplan, Rammer og indhold*. København: Børne- og Socialministeriet.
- Børne- og Socialministeriet. (25. februar 2019). *Bekendtgørelse af lov om dag-, fritids- og klubtilbud m.v. til børn og unge (dagtilbudsloven)*. Hentet 5. marts 2019 fra Retsinformation: <https://www.retsinformation.dk/Forms/R0710.aspx?id=206363>
- Carlsen, M., Wathne, U., & Blomberg, G. (2012). *Matematikk for barnehagelærere* (2. udg.). Kristiansand: Høyskoleforlaget.
- Csonka, A. (2017). *Hvordan får vi mere lighed i uddannelse?* Informations Forlag.
- Danmarks Evalueringsinstitut. (2018). Matematisk opmærksomhed. *EVA TEMA*(13).
- Davidson, H. S., Løge, I. K., Lunde, O., & Dalvang, T. (2013). *MIO Matematikken Individet Omgivelserne*. Herning: Special-pædagogisk forlag.
- Elschenbroich, D. (2003). *Kanon for syvårige*. Hans Reitzels Forlag.
- EVA, Rambøl, DPU, SDU. (2014). *Læringstema Naturfænomener Udviklingsprogrammet Fremtidens dagtilbud*.
- Flottorp, V. (2010). Matematisk meningskaping i barns lek - En casestudie. *Nordisk barnehageforskning*, 3(3), s. 95-104.
- Fosse, T. (December 2016). What characterises mathematical conversations in a Norwegian kindergarten? *Nordisk matematikk didaktikk*, 21(4), s. 135-153.
- Fosse, T., & Munter, J. (1996). Geometri og små barn - hva er det? I M. Johnsen-Hoines (Red.), *De små teller også - Matematikken i førskolepedagogikken*. Bergen: Caspar Forlag.
- Frones, I. (1994). *De likeverdige: Om sosialisering og de jævnaldrendes betydning*. København: Forlaget Børn & Unge.
- Grue-Sørensen, K. (1966). *Opdragelsens historie III*. København: Gyldendal.
- Hansen, E. J. (2015). *Social mobilitet - drøm, realitet, illusion*. Hans Reitzels Forlag.
- Helenius, O., Johanson, M., Lange, T., Meaney, T., & Wernberg, A. (2016). *Matematikdidaktik i förskolan*. Malmö: Gleerups Utbildning AB.
- Henjum, J. (1996). Matematikk og samtale med born. I M. Johnsen Høines (Red.), *De små teller også - Matematikken i førskolepedagogikken*. Bergen: Caspar.

Når børn ordner og forklarer

- Hirst, P., & Peters, R. (1970). *The Logic of Education*. London: Routledge & Kegan Paul.
- Hopmann, S. (1997). Wolfgang Klafki och den tyska didaktiken. I M. Uljens (Red.), *Didaktik*. Lund: Studentlitteratur.
- Hygum, E., & Larsen, J. P. (2005). Pædagogiske læreplaner - og den didaktiske tænkning. I P. m. Mikkelsen (Red.), *Pædagogiske læreplaner i dagtilbud - undervisningsmateriale* (s. 5-12). København: Styrelsen for Social Service, Ministeriet for Familie- og Forbrugeranliggender.
- Jahr, E. (1996). Matematikk i barnehagen og småskolen. I M. Johnsen Høines, *De små teller også - Matematikken i førskolepedagogikken*. Bergen: Caspar Forlag.
- Jensen, B. (2005). *Kan daginstitutioner gøre en forskel?* København: SFI.
- Jensen, B. (2007). *Social arv, pædagogik og læring*. København: Hans Reitzels Forlag.
- Jensen, M.-A. S. (2015). *Forskning og viden om 0-6 åriges læring af matematik*. Sorø: UCSJ Forlag.
- Johnsen Høines, M. (1996). Om barns tallbegrebsudvikling og om betydningen av hvordan vi tenker om den. I M. Johnsen Høines (Red.), *De små teller også - Matematikken i Førskolepedagogikken* (s. 73-91). Bergen: Caspar Forlag.
- Johnsen Høines, M. (1996). Spor i praksis. I M. Johnsen Høines (Red.), *De små teller også - matematikken i førskolepedagogikken* (s. 129-144). Bergen: Caspar Forlag.
- Johnsen Høines, M. (2011). *Begynneropplæringen: Fagdidaktikk for barnetrinnets matematikundervisning* (2. udg.). Bergen: Caspar Forlag.
- Johnsen-Høines, M., & Alrø, H. (2016). Trenger en å spørre for å være spørrende? I R. Herheim, & M. Johnsen Høines (Red.), *Matematikkensamtaler: undervisning og læring - analytiske perspektiv* (s. 123-139). Bergen: Caspar Forlag.
- Kirkeby, O. F. (1995). Martin Heidegger og Maurice Merleau-Ponty. I B. Rahbek (Red.), *Når mennesket undrer sig*. Århus: Centrum.
- KL. (2018). *Udsatte børn - Nøgletal 2018*. København: KL.
- Kristensen, I. S., & Wiwe, A. (Red.). (2013). *Tidlig skrift i Æblehaven*. Holstebro: BUPL, VIA, Holstebro Kommune.
- Lange, T., Meaney, T., Riesbeck, E., & Wernberg, A. (2014). Mathematical Teaching Moments: Between Instruktion and Konstruktion. I U. Kortenkamp, B. Brandt, C. Benz, G. Krummheuer, S. Ladel, & R. Vogel (Red.), *Early Mathematics Learning. Selected Papers of the POEM 2012 Conference* (s. 37-54). Springer.
- Larsen, J. P. (13. august 2015). *En guidet tur - Om inklusionsvejledning*. Hentet fra UC Viden: [https://www.ucviden.dk/portal/da/persons/jens-peter-larsen\(3281fc9b-b253-47fc-9d06-395f5c7886e2\).html](https://www.ucviden.dk/portal/da/persons/jens-peter-larsen(3281fc9b-b253-47fc-9d06-395f5c7886e2).html)
- Lindén, N. (1996). Lek som pedagogisk praksis. I M. Johnsen Høines (Red.), *De små teller også - Matematikken i førskolepedagogikken* (s. 105-112). Bergen: Caspar Forlag.
- Lindén, N. (1997). *Stilladser om børns læring*. Århus: Forlaget Klim.
- Lorentzen, P. (2010). *Dialog med usædvanlige børn*. Aalborg: Materialecentret.
- Lorentzen, P. (2010). *Dialog med usædvanlige børn*. Aalborg: Materialecentret.
- Lorentzen, P. (2013). *Fra tilskuer til deltager. Samspil og kommunikation med voksne udviklingshæmmede*. Aalborg: Meteriale centret.
- Løkken, G. (1996). *Når små barn møtes*. Oslo: Cappelen Akademisk Forlag as.
- Meaney, T. (2016). Locating learning of toddlers in the individual/society and mind/body divides. *Nordisk matematikk didaktik: Nordic Studies in Mathematics Education*, 21(4), s. 5-28.
- Melhedegaard, A., & Amby, K. T. (2018). *Matematisk opmærksomhed - i børnehøjde*. Herning: Specialpædagogisk forlag.

Når børn ordner og forklarer

- Nakken, A. H. (2017). *Romforståelse i barnehagen*. Trondheim: Matematikksenteret. Hentet fra https://www.matematikksenteret.no/sites/default/files/attachments/resource/romforstaelse_i_barnehagen.pdf
- Olsen, R. F., & Jamel de Montgomery, C. (2017). *Tidligere anbragte og uddannelsessystemet*. Notat. København: VIVE.
- Palludan, C. (2005). *Børnehaven gør en forskel*. København: Danmarks Pædagogiske Universitets Forlag.
- Peters, R. S. (1980). *Uddannelsens filosofi: Udvalgte artikler*. København: Nyt Nordisk Forlag Arnold Busk.
- Petersen, K. E. (2011). *Pædagogisk arbejde med socialt udsatte børn i børnehaven*. København: Akademisk Forlag.
- Petersen, K. E. (2011). *Pædagogisk arbejde med udsatte børn i børnehaven*. København: Akademisk forlag.
- Petersen, K. E. (2015). Udsatte børn i vuggestue og børnehave. I T. Erlandsen, N. R. Jensen, S. Langager, & K. E. Petersen, *Udsatte børn og unge - en grundbog* (s. 246-258). København: Hans Reitzels Forlag.
- Ploug, N. (2005). *Social arv Sammenfatning 2005*. København: SFI.
- Pollitt, R., Cahrssen, Church, A., & Wright, S. (February 2015). Thirty-one is a lot! Assessing four-year-old children's number knowledge during an open-ended activity. *Australasian Journal of Early Childhood*, 40(1).
- Pramling-Samuelson, I., & Lindahl, M. (2002). *Et barneperspektiv. Forstå det lille barns verden med video*. København: Gyldendalske Boghandel.
- Rasmussen, T. H. (1996). *Kroppens filosof Maurice Merleau-Ponty*. Brøndby: Semi-forlaget.
- Rasmussen, T. H. (1999). Kroppen - en læremester for livet. I BUPL, *Liv og læring i pædagogiske kontekster*. BUPL.
- Rasmussen, T. H. (2001). *Legetøjets virtuelle verden - essays om legetøj og leg*. København: Semi-forlaget.
- Reis, M. (2011). *Att ordna, från ordning till ordning: Yngre förskolabarns matematiserande*. Göteborg: Gothenburg studies in education 314, Göteborgs Universitet.
- Rønning, L. I. (2015). På leit etter grunnlag for norske barnehagers matamatikkdidaktiske arbeid med romforståelse. *Tidsskrift for nordisk barnehageforskning*, 10(4), s. 1-20.
- Sando, S. (2004). *Alan Bishops seks fundamentale matematikkaktiviteter*. Hentet 10. 12. 2018 fra Non Aliud: <https://www2.dmmh.no/~ses/index.php?aut=&vis=164&nid=1&eng=>
- Schwartz, I. (2014). *Hverdagsliv og livsforløb*. Aarhus: Klim.
- Sfard, A. (2002). There is more to discourse than meets the ears: Looking at Thinking as communicating to learn more about mathematical learning. I C. Kieran, E. Forman, & A. Sfard (Red.), *Learning Discourse. Discursive approaches to research in mathematics education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Sheridan, S., Pramling-Samuelsen, I., & Johanson, E. (Red.). (2009). *Barns tidiga lärande: En tvärsnittstudie om förskolan som miljö för barns lärande*. Göteborg: Göteborg studies in educational science 284, Göteborgs Universitet.
- Skott, J., Hansen, H. C., & Jess, K. (2008). *Matematik for lærerstuderende : delta : fagdidaktik*. Frederiksberg: Samfundslitteratur.
- Solem, I. H., & Reikerås, E. K. (2008). *Det matematiske barnet* (2. udg.). Bergen: Casper Forlag.
- Sommer, D. (2015). Tidlig i skole eller legende læring? Evidensen om langtidsholdbar læring og udvikling i daginstitutionen. I J. Klitmøller, & D. Sommer, *Læring, dannelse og udvikling* (s. 61-81). København: Hans Reitzels Forlag.

Når børn ordner og forklarer

Sommer, D. (2017). *Udvikling: Fra udviklingspsykologi til udviklingsvidenskab*. Samfundslitteratur.

Steensberg, A. (1985). *Det manipulerende menneske*. København: Rhodos.

Tetler, S. (2000). *Den inkluderende skole - fra vision til virkelighed*. København: Gyldendal.

Tomasello, M. (2009). The usage-based theory of language acquisition. I E. L. Bavin, *The Cambridge Handbook of Child Language* (s. 69-87). Cambridge: Cambridge University Press.

Wedegge, T. (2011). Varför behövs ett fokus på elevers matematiska vardagskompetens? I T. Wedegge (Red.), *Vardagsmatematik - från förskolan över grundskolan till gymnasiet*. Malmö: FoU Malmö-utbildning.

Zeuten, F. (november 2015). *Matematisk opmærksomhed på pædagoguddannelsen: en kort introduktion*. Hentet 17. december 2018 fra UC Viden: https://www.ucviden.dk/ws/files/33394399/Matematisk_opm_rksomhed_p_p_dagoguddannelsen_en_kort_introduktion.pdf